国防科工委“十五”规划教材编委会



总　序

国防科技工业是国家战略性产业，是国防现代化的重要工业和技术基础，也是国民经济发展和科学技术现代化的重要推动力量。半个多世纪以来，在党中央、国务院的正确领导和亲切关怀下，国防科技工业广大干部职工在知识的传承、科技的攀登与时代的洗礼中，取得了举世瞩目的辉煌成就；研制、生产了大量武器装备，满足了我军由单一陆军，发展成为包括空军、海军、第二炮兵和其他技术兵种在内的合成军队的需要，特别是在尖端技术方面，成功地掌握了原子弹、氢弹、洲际导弹、人造卫星和核潜艇技术，使我军拥有了一批克敌制胜的高技术武器装备，使我国成为世界上少数几个独立掌握核技术和外层空间技术的国家之一。国防科技工业沿着独立自主、自力更生的发展道路，建立了专业门类基本齐全，科研、试验、生产手段基本配套的国防科技工业体系，奠定了进行国防现代化建设最重要的物质基础；掌握了大量新技术、新工艺，研制了许多新设备、新材料，以"两弹一星"、"神舟"号载人航天为代表的国防尖端技术，大大提高了国家的科技水平和竞争力，使中国在世界高科技领域占有了一席之地。党的十一届三中全会以来，伴随着改革开放的伟大实践，国防科技工业适时地实行战略转移，大量军工技术转向民用，为发展国民经济作出了重要贡献。

国防科技工业是知识密集型产业，国防科技工业发展中的一切问题归根到底都是人才问题。50多年来，国防科技工业培养和造就了一支以"两弹一星"元勋为代表的优秀的科技人才队伍，他们具有强烈的爱国主义思想和艰苦奋斗、无私奉献的精神，勇挑重担，敢于攻关，为攀登国防科技高峰进行了创造性劳动，成为推动我国科技进步的重要力量。面向新世纪的机遇与挑战，高等院校在培养国防科技人才，生产和传播国防科技



新知识、新思想，攻克国防基础科研和高技术研究难题当中，具有不可替代的作用。国防科工委高度重视，积极探索，锐意改革，大力推进国防科技教育特别是高等教育事业的发展。

高等院校国防特色专业教材及专著是国防科技人才培养当中重要的知识载体和教学工具，但受种种客观因素的影响，现有的教材与专著整体上已落后于当今国防科技的发展水平，不适应国防现代化的形势要求，对国防科技高层次人才的培养造成了相当不利的影响。为尽快改变这种状况，建立起质量上乘、品种齐全、特点突出、适应当代国防科技发展的国防特色专业教材体系，国防科工委全额资助编写、出版200种国防特色专业重点教材和专著。为保证教材及专著的质量，在广泛动员全国相关专业领域的专家学者竞投编著工作的基础上，以陈懋章、王泽山、陈一坚院士为代表的100多位专家、学者，对经各单位精选的近550种教材和专著进行了严格的评审，评选出近200种教材和学术专著，覆盖航空宇航科学与技术、控制科学与工程、仪器科学与工程、信息与通信技术、电子科学与技术、力学、材料科学与工程、机械工程、电气工程、兵器科学与技术、船舶与海洋工程、动力机械及工程热物理、光学工程、化学工程与技术、核科学与技术等学科领域。一批长期从事国防特色学科教学和科研工作的两院院士、资深专家和一线教师成为编著者，他们分别来自清华大学、北京航空航天大学、北京理工大学、华北工学院、沈阳航空工业学院、哈尔滨工业大学、哈尔滨工程大学、上海交通大学、南京航空航天大学、南京理工大学、苏州大学、华东船舶工业学院、东华理工学院、电子科技大学、西南交通大学、西北工业大学、西安交通大学等，具有较为广泛的代表性。在全面振兴国防科技工业的伟大事业中，国防特色专业重点教材和专著的出版，将为国防科技创新人才的培养起到积极的促进作用。

党的十六大提出，进入21世纪，我国进入了全面建设小康社会、加快推进社会主义现代化的新的发展阶段。全面建设小康社会的宏伟目标，对国防科技工业发展提出了新的更高的要求。推动经济与社会发展，提



升国防实力，需要造就宏大的人才队伍，而教育是奠基的柱石。全面振兴国防科技工业必须始终把发展作为第一要务，落实科教兴国和人才强国战略，推动国防科技工业走新型工业化道路，加快国防科技工业科技创新步伐。国防科技工业为有志青年展示才华，实现志向，提供了缤纷的舞台，希望广大青年学子刻苦学习科学文化知识，树立正确的世界观、人生观、价值观，努力担当起振兴国防科技工业、振兴中华的历史重任，创造出无愧于祖国和人民的业绩。祖国的未来无限美好，国防科技工业的明天将再创辉煌。

张华祝



前 言

可靠性分析与设计方法是飞行器设计的现代方法之一，同时，可靠性、维修性与保障性又是密不可分、互为补充的，是提高飞行器适用性和有效性的有力手段。

在现代飞行器设计中，随着可靠性、维修性与保障性越来越受到重视，这方面的技术人才，特别是在飞行器设计原理基础上的可靠性、维修性与保障性领域内的专门人才愈来愈缺乏。因此，许多高校在本科生和研究生中开设了专门的课程，而编制一本基础性的教材就显得极为迫切。

本教材的编写有以下几个特点：①强调原理和方法，目的是让学生掌握该方面的基本概念和基础知识，以便使他们在工作中能够掌握并灵活应用。②在充分重视传统内容和知识的基础上，注意吸收已成熟的新的理论和方法。例如第四章中的“失效树分析的矩阵化方法”一节，第五章、第七章、第九章中的“改进的简单指数模型”一节及第十章的部分内容等。③注意在教学中的连贯性。在目前设有航空宇航学科的高等学校中，除少数学校培养专门的可靠性、维修性与保障性方面的管理和技术人才外，一般都是在相应的专业或者学科基础上开设可靠性课程。这样做的好处是在相关专业学习的基础上掌握可靠性、维修性与保障性的基本理论和方法，便于学生在以后的工作和研究中结合具体对象，易于深入。因此，虽然培养的基本方式是在本科生和研究生中均开设该课程，但内容和要求不一样。本教材的编写正是考虑到了这一点。在本科生教学中可选用该教材中较为基础的内容，而在研究生教学中可选用深入一些的内容。

本教材也是编者在大量的教学实践中不断摸索、总结编写出来的，有一定的针对性。

参加本教材编写工作的人员有：宋笔锋（第一章的大部分、第五章、第



九章和第四章的部分内容)、冯蕴雯(第十章)、刘晓东及戚燕杰(第六、七、八章)、吉国明(第二、三章和第一、四章中的部分内容)。全书由宋笔锋主编。

本教材除可作为本科生和研究生的教材外,还可供从事该方面研究的工程技术人员参考。

由于编者水平有限,错误之处在所难免,望读者批评指正。

编著者

2006年3月

目　录

第一章 可靠性、维修性与保障性的基本概念

1.1 国内外发展现状及趋势

一、初期发展阶段(20 世纪 30 ~ 40 年代)

可靠性问题首先是从军用航空电子设备开始的。第二次世界大战期间，由于使用了雷达、飞航式导弹等较复杂的新式武器，而这些武器的心脏 —— 电子设备则屡出故障，严重影响了部队的战斗力，从而引起了军方和舆论界对武器装备可靠性的重视。例如：美国空军由于飞行故障事故而损失的飞机达 21 000 架，比被敌方击落的多 1.5 倍；运往远东的机载电子设备中有 60% 在运输中失效；海军舰艇电子设备有 70% 因“意外”事故而失效。

可靠性问题最早由美国军用航空部门提出。1939 年，美国航空委员会出版的《适航性统计学注释》一书中，首次提出飞机故障率不应超过 0.000 01 次 /h，相当于一小时内飞机的可靠度 $R_S = 0.999\ 99$，可以认为这是最早的飞机安全性和可靠性定量指标。

第二次世界大战末期，德国火箭专家首先把 V—Ⅱ 火箭诱导装置作为串联系统，利用概率乘法，求出其可靠度为 75%，这是第一次定量计算一个复杂系统的可靠度。

二、中期发展阶段(20 世纪 50 ~ 60 年代)

第二次世界大战结束后，工程技术人员和数学家们运用概率论与数理统计知识对产品的可靠性问题进行了大量的定性和定量研究。美国先后研制出 F—111A 和 F—15A 战斗机、M1 坦克、“民兵”导弹、“水星”和“阿波罗”宇宙飞船等装备，这些新一代装备对可靠性提出了严格要求。

日本于 1952 年从美国引进可靠性技术，1958 年成立了可靠性研究委员会。日本的可靠性工作虽然开展较晚，但主要注重民用产品的可靠性研究，强调实用，从而促进了机电产品可靠性水平的提高，带来了巨大的经济效益和社会效益。所以，日本的汽车、工程机械、发电设备、彩电、复印机、电冰箱、照相机等产品才会风靡全球。

我国从 20 世纪 60 年代起，首先在电子工业和国防部门开始进行可靠性研究和普及工作，继而在机械工业等其他部门也逐渐推广应用。现在，已建立了相应的可靠性组织。

进入 20 世纪 60 年代后，在工业发达国家，由于产品的复杂化和工作环境的严酷化，对产品的可靠性要求越来越高。可靠性研究工作从电子产品扩展到结构、机构等机械产品。可靠性

工程技术和管理不仅在航空、航天、尖端武器和电子等行业得到广泛的应用，而且逐步推广到许多工业部门，如核工业、机械、电气、冶金、化工、铁道、船舶、电站设备、建筑、食品加工、通信、医疗设备、石油平台等。

三、发展国际化阶段(20世纪70年代以后)

1965年，国际电子技术委员会(IEC)可靠性技术委员会(TC—56)的成立标志着可靠性工程成为一门国际化技术。在这一阶段，可靠性理论研究从数理基础发展到失效机理研究；形成了可靠性试验方法及数据处理方法；重视机械系统的研究及维修性的研究；建立了可靠性管理机构，颁布了一批可靠性标准。在我国，1987年5月，国务院、中央军委颁发了《军工产品质量管理条例》，明确了在军工产品研制中要运用可靠性技术；1987年12月和1988年3月先后颁发的国家军用标准《装备维修性通用规范》(GJB368—87)和《装备研制与生产的可靠性通用大纲》(GJB450—88)，可以说是目前我国军工产品可靠性技术具有代表性的基础标准。

1980年以后，可靠性工程向着更深、更广的方向发展。从元件的可靠性研究发展到了系统的可靠性研究，形成了以FMEA，FMECA，FTA和框图法等为标志的一套较完整的系统可靠性分析与设计理论和方法，并且有大型的工具软件，如Relisoft和Blocksim等。同时，人们开始研究大型机电产品的可靠性分析与增长理论和方法、软件可靠性与维修性分析与设计理论和方法等深层次的问题。

进入21世纪以后，与产品可靠性相关的产品维修性、测试性和综合保障技术也越来越受到重视并得到发展。出现了以可靠性为核心的维修理论(RCM)；可分别对飞行器电气系统和非电系统进行状态监控和检测的BIT及HAMP系统；以保证战斗力、降低成本和提高营运效益为目标的军(民)用飞行器的综合保障技术、飞行器的远程健康监控技术等。

由于提高产品的可靠性和降低产品的使用成本是人类永恒的追求，因此，有理由相信，飞行器的可靠性、维修性与保障性将会不断得到新的发展。

1.2 可靠性、维修性和保障性与产品的有效性

现代飞机设计中所涉及的主要概念及关系如图1-1所示。

一、飞机的可用性(Availability)

可靠性(Reliability)：指系统在规定的条件下和规定的时间内完成规定功能的能力。它是系统的设计特性，主要考虑在平时的自然环境下可能出现的故障的影响，用于度量系统无须保障的工作能力，其概率度量为可靠度。常用的可靠性指标有平均无故障工作时间(MTBF或MTTF)，即指在规定的条件与时间内，系统的寿命单位总数与故障总次数之比。对于飞机系统还可用平均故障间隔飞行小时(MFHBF)来表示。



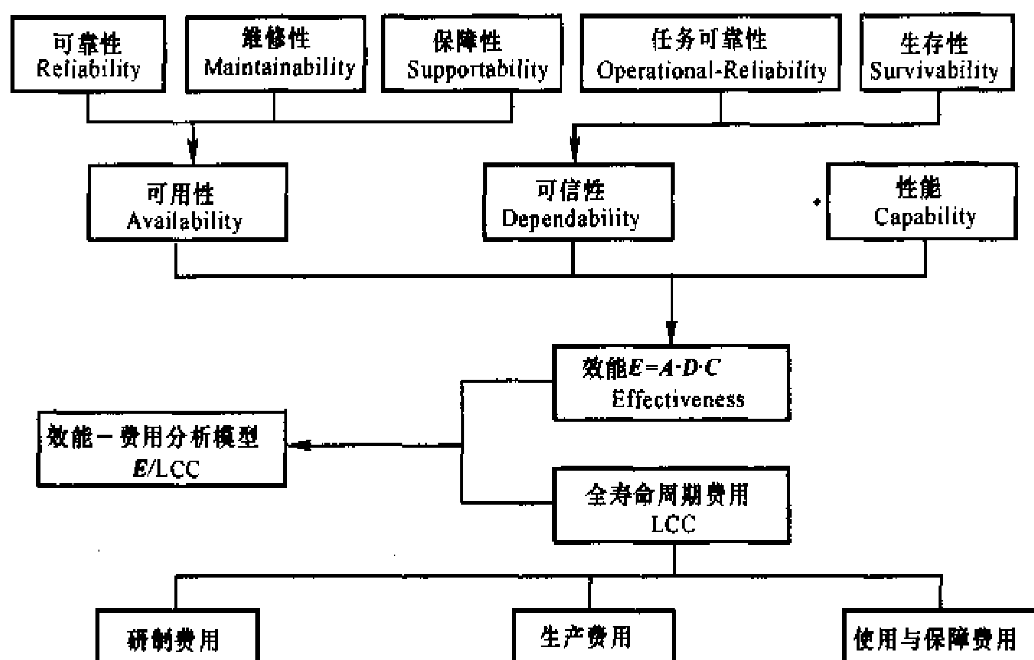


图 1－1　现代飞机设计所涉及的主要概念及关系图

维修性(Maintainability)：指系统在规定的条件下和规定的时间内，按规定的程序和方法进行维修时，保持或恢复其规定状态的能力。维修性是可靠性的重要补充，指的是系统维修的难易程度，是设计决定的质量特性，其概率度量为维修度。常用的维修性指标有平均修复时间(MTTR)，即使系统由故障状态修复到具有完成规定功能状态所需时间的平均值，以及每飞行小时维修工时(MMH/FH)和维修工时率(M_1)。

保障性(Supportability)：指系统的设计特性和计划的保障资源满足平时和战时使用要求的能力。保障性包含了两个不同性质的内容，即设计特性和保障资源。这里的设计特性是指与保障有关的设计特性，如与可靠性和维修性等有关的，以及保障资源要求系统所具有的设计特性。而保障资源本身并非设计特性，它是保证系统平时和战时使用的人力和物力。因此，保障性可以说是可靠性、维修性和保障条件的函数。由于装备各不相同，保障性的度量比较复杂，主要有保障性资源参数、保障性设计参数和保障性综合参数三种。每种参数可用许多指标衡量，其中对飞机武器系统较常用的使用参数有再次出动准备时间(TAT)和平均后勤延误时间(MLDT)。

可用性(Availability)：指系统在任一随机时刻需要和开始执行任务时，处于可工作或可使用状态的程度。它是将飞机系统R&M&S(即可靠性、维修性、保障性)特性变换成有效性时的一个综合参数。它表征了系统的这样一个特性，即在规定的条件下，需要的时候，系统是否可用，亦即系统在任一时刻投入战斗的能力，是影响系统作战能力的主要特征，其概率度量称为可用度。可用度可分为：瞬时可用度、平均可用度和稳态可用度。其中稳态可用度主要有以下几个：

固有可用度，计算式为

$$A_1 = \frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF} + \mathrm{MTTR}} \tag{1-1}$$

使用可用度，计算式为

$$A_0 = \frac{\mathrm{MTBF}}{\mathrm{MTBF} + \mathrm{MTTR} + \mathrm{MLDT}} \tag{1-2}$$

此外，常用的还有出动架次率(SGR)和任务成功率(MCR)等。

如果从飞机系统的整个服役期着眼，单纯可靠性设计是不完善的，必须同时考虑其维修特性和保障特性。维修性是可靠性必需的重要补充，而保障性则通过与可靠性、维修性的综合，保证了飞机系统的设计特性与现有的或要求的保障资源完美地结合起来。三者相辅相成，使飞机系统的可用性与战备完好性能达到最佳状态。从使用可用度的计算式(1-2)也不难看出，可用性是影响系统作战能力的主要特性，它把系统的可靠性、维修性和保障性综合起来了。它是确定系统R&M&S参数，并对这些参数进行权衡分析的重要依据。图1-2给出了TAT，MTTR，MTBF与SGR的关系曲线，从中不难看出，当提高了可靠性(MTBF升高)、维修性(MTTR的降低)和保障性(TAT的降低)时，飞机的出动架次率(SGR)显著提高。

二、飞机的可信性(Dependability)

1. 任务可靠性

任务可靠性(Operational Reliability)是指系统在规定的任务剖面内完成规定功能的能力。它反映了系统对任务成功性的要求，是在平时的自然环境中和战时的敌对环境中，不考虑人为敌对因素的情况下，系统完成任务的能力。它仅考虑能够导致任务失败的故障，其概率度量为任务可靠度(MR)，常用的还有任务中断率(BR)等。

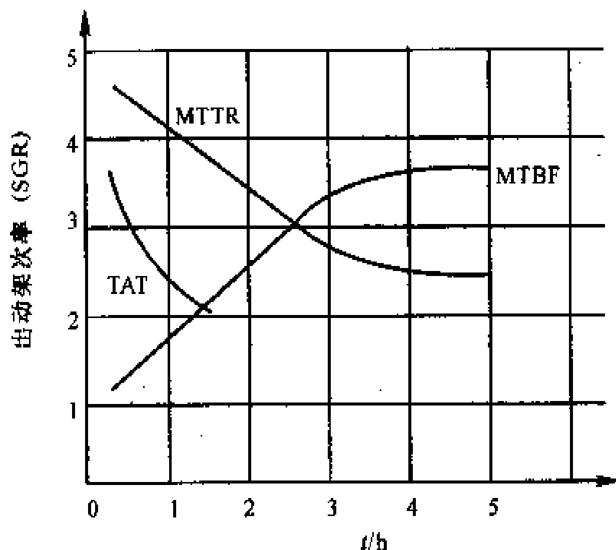


图1-2 TAT，MTTR，MTBF与SGR的关系曲线

2. 生存性

生存性(Survivability)是指飞机系统避开或承受人为敌对环境的能力。具体地说，就是飞机在人为敌对环境下作战时能避免被敌方发现，或虽然被敌方发现但能避开其攻击，或虽然受到攻击并被击中但能承受这一打击并保持一定飞行状态的能力。生存性又包括敏感性和易损性两个主要概念，前者是系统不能避免被敌方发现或击中的可能性，后者是系统被击中后不能承受该击中而被杀伤的可能性。经常所说的隐身问题就是敏感性中的一个关键问题。相比较而言，目前对易损性的重视还不够。但要达到完全的隐身是非常困难的，代价也是非常大的，而对易损性的减缩同样能增强飞机系统的生存能



力。在海湾战争中，美国空军飞机共出动了3 020架次，有38架战伤严重的飞机飞回基地，其中有4架F/A—18和3架A—10是直接被导弹命中的，这是单纯的敏感性减缩无法实现的。因此，应从生存性的角度对敏感性和易损性加以全面的综合考虑。生存性的概率度量称为生存力(P_s)，常用的还有易损面积(A_v)，等等。

3. 可信性

可信性(Dependability)是在整个任务期间，飞机系统持续工作的能力。它综合了飞机的生存性及任务可靠性，是反映系统实战能力的重要特性。前述飞机的可用性是指在纯自然环境中(无人为敌对威胁)正常使用时，飞机处于可执行任务状态的能力，它评估的是系统的质量特性及设计特性。而可信性则是指系统在执行作战任务时，在自然环境并受到人为的敌对威胁时，其执行各项功能的能力。可信性好坏直接受到飞机生存性及其任务可靠性的影响，是两者的函数，其概率度量是可信度。

三、能力

能力(General Definition)是指在整个任务期间，如果设备正常工作，成功完成任务的能力。能力是指飞机在自然使用环境及敌对环境下均正常连续工作时，飞机能否完成任务(如摧毁目标)，它给出的是理想任务状态下可能的结果，代表系统纯粹的作战能力，它受系统的机动性、武器的精度、作用距离、杀伤力及其他设备的性能影响。

四、有效性

飞机系统的有效性(Effectiveness)是其可用性、可信性及性能的综合反映，它是系统实战能力的最终量度。飞机系统的有效性可写为

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{ADC}$$

式中，$\boldsymbol{E}$为系统有效性；$\boldsymbol{A}$为系统可用度在任务开始时的矢量矩阵，且$\boldsymbol{A} = \{a_i, i = 1,2,\cdots,n\}$，$a_i$为任务开始时系统处于$i$状态的概率，$n$为系统可能的状态数；$\boldsymbol{D} = \{d_{ij}, i,j = 1,2,\cdots,n\}$为系统可信度在某一时间间隔内的条件概率矩阵，$d_{ij}$为系统在任务开始时处于$i$状态，在预期的时间间隔内处于$j$状态的概率；$\boldsymbol{C} = \{c_j, j = 1,2,\cdots,n\}$为性能，即系统在给定的状态下完成任务要求的概率矩阵，c_j为系统处于j状态时满足任务要求的概率。

如前所述，飞机的可用性、可信性及能力是在作战任务的不同环境及不同时期中起作用的，三者是互相依托的。若可用性不高，则在任务初期就只有很低的出动架次率，那么成功完成任务的可能性显然就很小。类似地，可用性高但可信性不高或者可用性、可信性均高而能力不高等都会对任务的完成有很大的影响。

1. 可用性对有效性的影响

可用性是影响系统有效性的主要因素。它保证了己方随时具备足够战斗力(飞机数)，并在此基础上取得应有的战果。图1-2就有效地说明了这一点；图1-3更直接地从累积击毁目标数

与 TAT,MTTR,MTBF 的关系曲线反映出这一关系。由图 1-3 可见,随可靠性、维修性及保障性的提高(MTBF 升高,TAT 与 MTTR 降低),累积击毁目标数显著提高。

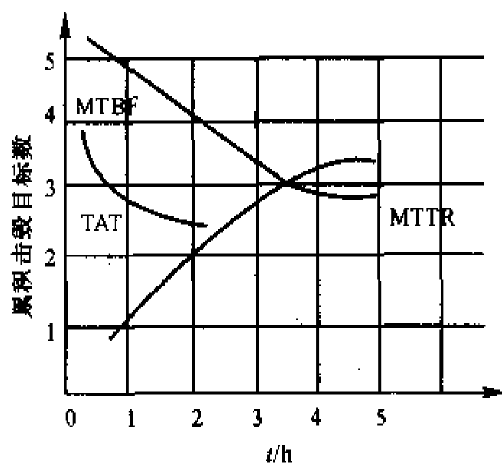


图 1-3 可用性与效能关系曲线

2. 可信性对有效性的影响

飞机的可信性(即生存性与任务可靠性)也是影响系统效能的主要因素。因为飞机先于目标被击毁或中断任务,不能完成战斗任务,当然不会是有效的武器系统。而且,如果飞机在完成任务后能安全返航,从而直接或经修理后执行下一任务,对战斗力的保持是很关键的。图 1-4 给出了在有无战伤修理和是否考虑生存性设计的情况下,72 架飞机经 10 天战斗后的可作战飞机数。从图中也可以看出,损失率由 2% 降到 1%,可用飞机数将增加 1.3 倍。

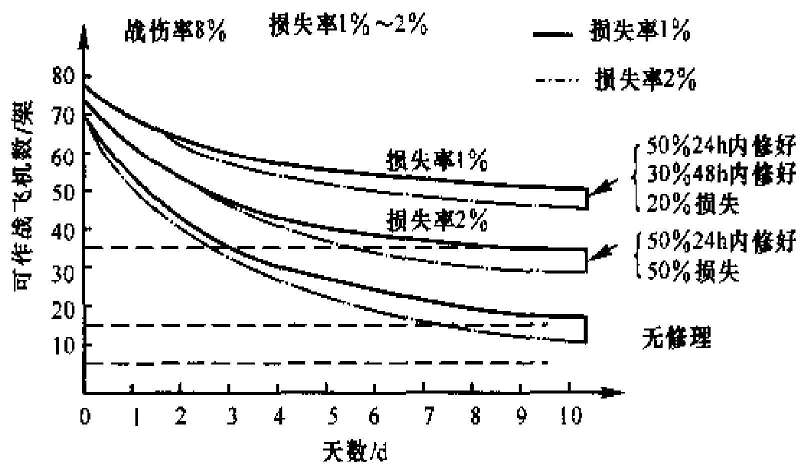


图 1-4 可信性与有效性关系曲线

3. 能力对有效性的影响

能力对有效性有最直接的影响。能力直接决定了能否完成作战任务,如果可用性与可信性均较高但能力不好,那么作战飞行无疑就成了战地旅游。

五、全寿命周期费用(LCC)

费用问题是飞机设计的一个很重要的因素。随着设计技术与设计要求的提高,各项费用均大幅度提高。费用或者说飞机系统的全寿命周期费用是指在系统的寿命周期内为系统的论证、研制、生产、使用与保障直到退役所付出的一切费用之和。由于论证与退役费用所占比例很小,在效费分析时可以略去不计,这里主要介绍研制费用、生产费用、使用与保障费用。



1. 研制费用

研制费用又称研究设计和发展费用，即从系统立项开始到系统研制完成（定型生产）为止所需的费用之和。

2. 生产费用

生产费用是指系统投入批生产后所需的重复性和非重复性生产费用和其他生产阶段所需费用之和。

3. 使用与保障费用

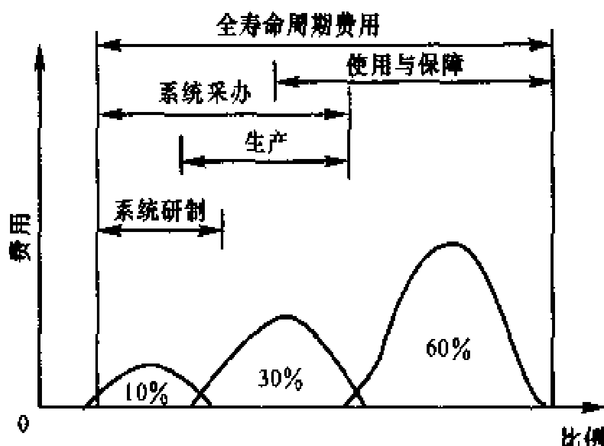


图 1-5　全寿命周期费用比例

使用与保障费用是系统投入使用后所需的使用费用和维修保障费用之和。它在全寿命周期费用（LCC）中所占的比例最大（约 60%），并以每年 3% 左右的速率持续增长。研制、生产、使用与保障费用在 LCC 中所占的比例如图 1-5 所示。

1.3　基本术语及定义

一、可靠性及衡量尺度

广义的可靠性定义为产品在整个寿命期限内完成规定功能的能力，包括可靠性（狭义）与维修性，其概率度量为广义可靠度（Generalized Reliability）。由此可见，广义可靠性对于可能维修的产品和不可能维修的产品有不同的意义。对于可能维修的产品来说，除了要考虑提高其可靠性外，还应考虑提高其维修性；而对于不可能维修的产品来说，由于不存在维修的问题，只需考虑提高其可靠性即可。

1. 可靠性的尺度

为了评价产品的可靠性，制定一些评定产品可靠性的数值指标是非常必要的。可靠性的数值指标就是可靠性的尺度。

常用的可靠性尺度有可靠度、失效率、平均寿命、寿命方差和寿命标准差、可靠寿命与中位寿命及特征寿命、有效寿命与更换寿命等。

有了统一的可靠性尺度或评价产品可靠性的数值指标，就可在设计产品时用数学方法来计算和预测其可靠性，在产品生产出来后用试验方法等来考核和评定其可靠性。

2. 可靠度与不可靠度

可靠度（Reliability）可定义为产品在规定的条件下和规定的时间内，完成规定功能的概率，通常以 R 表示。考虑到它是时间的函数，又可表示为 $R = R(t)$，称为可靠度函数。就概率分布而言，它又叫做可靠度分布函数，且是累积分布函数。它表示在规定的使用条件下和规定的

时间内，无故障地发挥规定功能而工作的产品占全部工作产品（累积起来）的百分率。因此，可靠度 R 或 $R(t)$ 的取值范围为

$$0 \leqslant R(t) \leqslant 1 \tag{1-3}$$

若“产品在规定的条件下和规定的时间内完成规定功能”这一事件 E 的概率以 $P(E)$ 表示，则可靠度作为描述产品正常工作时间（寿命）这一随机变量（T）的概率分布可写为

$$R(t) = P(E) = P(T \geqslant t) \quad (0 \leqslant t \leqslant \infty) \tag{1-4}$$

与可靠度相对应的有不可靠度，表示“产品在规定的条件下和规定的时间内不能完成规定功能的概率”，因此又称为失效概率，记为 F。失效概率 F 也是时间 t 的函数，故又称为失效概率函数或不可靠度函数，并记为 $F(t)$。它也是累积分布函数，故又称为累积失效概率。显然，它与可靠度呈互补关系，即

$$R(t) + F(t) = 1 \tag{1-5}$$

$$F(t) = 1 - R(t) = P(T < t) \tag{1-6}$$

由定义可知，可靠度与不可靠度都是对一定时间而言的，若所指时间不同，同一产品可靠度值也就不同。

设有 N 个同一型号的产品，开始工作（$t=0$）后到任意时刻 t 时，有 $n(t)$ 个失效，则

$$R(t) \approx \frac{N - n(t)}{N} \tag{1-7}$$

$$F(t) \approx \frac{n(t)}{N} \tag{1-8}$$

产品开始工作时（$t=0$），都是好的，故有 $n(0)=0, R(0)=1, F(0)=0$。随着工作时间的增加，产品的失效数不断增多，可靠度就相应地降低。当产品的工作时间 t 趋向于无穷大时，所有产品不管其寿命多长，最后总是要失效的。因此，$n(\infty)=N$，故 $R(\infty)=0, F(\infty)=1$。即可靠度函数 $R(t)$ 在区间 $[0,\infty]$ 内为递减函数，而 $F(t)$ 为递增函数，如图 1-6(a) 所示，$F(t)$ 与 $R(t)$ 的形状正好相反。

对不可靠度函数 $F(t)$ 求导，则得失效密度函数 $f(t)$，即

$$f(t) = \frac{\mathrm{d}F(t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{-\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-9}$$

失效密度函数又称为故障密度函数。在可靠度函数与不可靠度函数如图 1-6(a) 所示的情况下，失效密度函数 $f(t)$ 则如图 1-6(b) 所示。

由式(1-9)可得

$$F(t) = \int_0^t f(t)\mathrm{d}t \tag{1-10}$$

将式(1-10)代入式(1-5)得

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(t)\mathrm{d}t = \int_t^\infty f(t)\mathrm{d}t \tag{1-11}$$



图 1-6(a) 给出了上述表达式的几何描述。

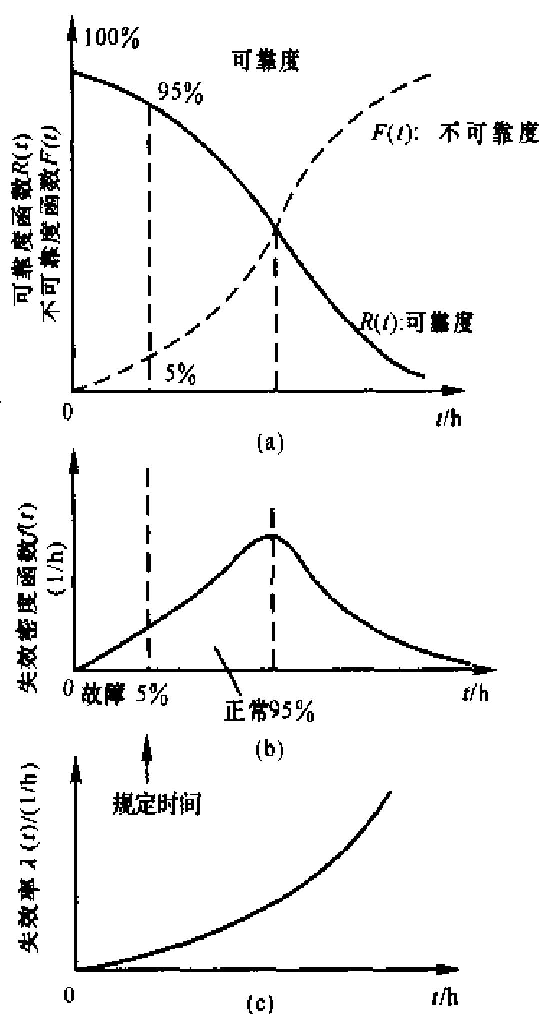


图 1-6　可靠度函数、失效密度函数与失效率(当失效率递增时)

3. 失效率

失效率(Failure Rate) 又称为故障率，其定义为工作到某时刻 t 时尚未失效(故障) 的产品，在该时刻 t 以后的下一个单位时间内发生失效(故障) 的概率。失效率的观测值即为“在某时刻 t 以后的下一个单位时间内失效的产品数与工作到该时刻尚未失效的产品数之比”。

设有 N 个产品，从 $t=0$ 开始工作，到时刻 t 时产品的失效数为 $n(t)$，而到时刻 $(t+\Delta t)$ 时产品的失效数为 $n(t+\Delta t)$，即在时间区间 $[t,t+\Delta t]$ 内有 $\Delta n(t)=n(t+\Delta t)-n(t)$ 个产品失效，则该产品在时间区间 $[t,t+\Delta t]$ 内的平均失效率定义为

$$\bar{\lambda}(t)=\frac{n(t+\Delta t)-n(t)}{[N-n(t)]\Delta t}=\frac{\Delta n(t)}{[N-n(t)]\Delta t} \tag{1-12}$$

当时间区间 $\Delta t\to 0$ 时，则相应的平均失效率变成瞬时失效率或简称失效率(故障率)，其表达式为



$$\lambda(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\bar{\lambda}(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta n(t)}{[N-n(t)]\Delta t} \tag{1-13}$$

因失效率 $\lambda(t)$ 是时间 t 的函数，故又称 $\lambda(t)$ 为失效率函数，也有称为风险函数的(记作 $h(t)$)。

这时，平均失效率也可用积分式表达为

$$m(t)=\frac{1}{t}\int_{-\infty}^{t}\lambda(t)\mathrm{d}t \quad (t>0) \tag{1-14}$$

或

$$m(t)=\frac{1}{t}\int_{0}^{t}\lambda(t)\mathrm{d}t \tag{1-15}$$

对于一般寿命问题，若寿命分布的定义范围为 $t\geqslant r$，而 $r\neq 0$，则将式(1-15)改写为下式就更适宜些：

$$m^{*}(t)=\frac{1}{t-r}\int_{r}^{t}\lambda(t)\mathrm{d}t \tag{1-16}$$

累积失效率可定义为

$$M(t)=t\cdot m(t)=\int_{-\infty}^{t}\lambda(t)\mathrm{d}t \tag{1-17}$$

失效率是产品可靠性常用的数量特征之一，失效率愈高，则可靠性愈低。

失效率的单位多用每千小时百分之几，即用(%)/(10^3h) = 10^{-5}/h 表示。对于可靠度高、失效率低的产品，则采用 Fit(Failure Unit) = 10^{-9}/h = 10^{-6}/(10^3 h) 为单位。有时不用时间的倒数而用与其相当的“动作次数”、“转数”、“距离”等的倒数更适宜些。

例 1.1 今有 100 个某种零件，已工作了 6 a，工作满 5 a 时共有 3 个失效，工作满 6 a 时共有 6 个失效。试计算这批零件工作满 5 a 时的失效率。

解 按式(1-12)，时间以 a(年)为单位，则 $\Delta t=1$ a，故有

$$\bar{\lambda}(5)=\frac{\Delta n(t)}{n(t)\Delta t}=\frac{6-3}{(100-3)\times 1}=0.030\,9/\mathrm{a}=(3.09\%)/\mathrm{a}$$

如果时间以 10^3 h 为单位，则 $\Delta t=1\ \mathrm{a}=8.76\times 10^3$ h，因此

$$\bar{\lambda}(5)=\frac{6-3}{(100-3)\times 8.76\times 10^3\ \mathrm{h}}=(0.35\%)/(10^3\ \mathrm{h})=3.5/(10^6\ \mathrm{h})$$

如果对这批零件测得多年的失效数据并按上述方法求出 $\bar{\lambda}(1),\bar{\lambda}(2),\bar{\lambda}(3),\cdots$，则可绘出 $\bar{\lambda}(t)$ 随时间 t 的变化曲线，称为该批零件的失效率曲线。

以上分别讨论了可靠度及失效率，下面再研究一下它们之间的关系。

联系到可靠度函数 $R(t)$，再看看失效率应怎样定义：失效率 $\lambda(t)$ 是系统、机器、设备等产品一直到某一时刻 t 为止尚未发生故障的在下一单位时间内可能发生故障的比率。换句话说，$\lambda(t)$ 表示产品在某段时间 t 内、在可靠度 $R(t)$ 的条件下，在下一个瞬间将以何种比率发生失效或故障。因此，失效率的表达式为



$$\lambda(t) = \frac{\mathrm{d}F(t)/\mathrm{d}t}{R(t)} = \frac{-\mathrm{d}R(t)/\mathrm{d}t}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \tag{1-18}$$

或

$$\lambda(t) \frac{-\mathrm{d}\ln R(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-19}$$

由式(1-18)可知，$\lambda(t)$ 是瞬时失效率(或称瞬时故障率、风险函数)，亦可称为 $R(t)$ 条件下的 $f(t)$。

当可靠度函数 $R(t)$ 或不可靠度函数 $F(t)=1-R(t)$ 已求出，则可按式(1-18)求出 $\lambda(t)$。反之，如果失效率函数 $\lambda(t)$ 已知，由式(1-19)亦可求得 $R(t)$，即

$$\int_0^t \lambda(t)\mathrm{d}t = -\int \mathrm{d}\ln R(t) = -\ln R(t) \tag{1-20}$$

所以

$$R(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(t)\mathrm{d}t\right] \tag{1-21}$$

即可靠度函数 $R(t)$ 是把 $\lambda(t)$ 由 0 至 t 进行积分之后作为指数的指数型函数。

失效率函数有三种类型：一类是随时间的增长而增长的，如图 1-6(c) 所示；另两类是随时间的增长而下降的和与时间无关而保持一定值的，如图 1-7 所示。图 1-6 和图 1-7 还给出了 $R(t)$，$f(t)$，$\lambda(t)$ 间的关系。

当 $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$ 时，如图 1-7(b) 所示，则式(1-21)变为

$$R(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t} \tag{1-22}$$

在图 1-7(a) 中，失效率 $\lambda(t)$ 是随时间的延长而下降的，由于这种失效率函数形态的特点，产品在开始使用时失效率高，容易发生故障，但愈往后则剩下的产品愈可靠而不易发生故障了。在图 1-7(b) 中，故障发生的形式是随机的，失效率为常量，可靠度如式(1-22)所示呈最简单的指数分布，这是失效率的最基本的形式。这时，因为在任何时间故障的发生率都是相同的，所以故障是无法预测的。因此，即使更换新的零件，故障仍会按同样概率发生，事先更换零件也是无效的。在图 1-6(c) 中，失效率函数是随时间的增长而上升的。常见于滚动轴承等机械零件的磨损，这种情况的失效密度函数 $f(t)$ 的形态接近于正态分布。如果可用数学上的正态分布表现其寿命形态，则故障将集中在平均值±3倍标准差的时间内发生。在这种情况下，若能在故障即将发生以前将这些零件更换下来，则可避免故障的发生。

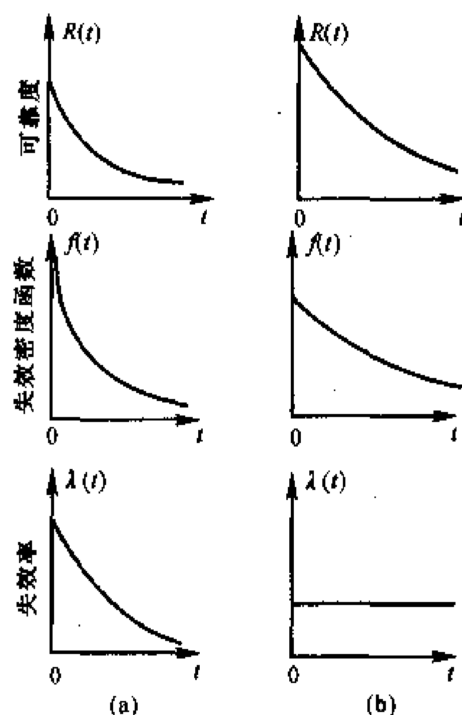


图 1-7　另两类 $R(t)$，$f(t)$，$\lambda(t)$ 间的关系图

对应于上述三种失效率函数的形态，失效率曲线一般可分为三种：递减型失效率DFR(Decreasing Failure Rate)曲线、恒定型失效率CFR(Constant Failure Rate)曲线、递增型失效率IFR(Increasing Failure Rate)曲线。

由许多零件构成的机器、设备或系统，在不进行预防性维修时，或者对于不可修复的产品，其失效率曲线的典型形态如图1-8所示。由于它的形状与浴盆的剖面相似，所以又称为浴盆曲线(Bath-Tub Curve)。它是由上述三种形态的失效率曲线组成的，反映了产品在其全部工作过程中的三个不同阶段或时期。

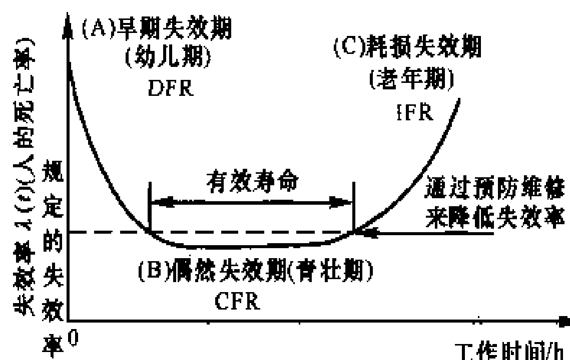


图1-8 不进行维修的机器、设备或系统的典型失效率曲线

4. 早期失效期(DFR型)

早期失效期出现在产品投入使用的初期，其特点是开始时失效率较高，但随着使用时间的增加失效率将较快地下降，呈递减型，如图1-8中的时期(A)所示。这个时期的失效或故障是由于设计上的疏忽、材料缺陷、工艺质量问题、检验差错而混进了不合格品、不适应外部环境等缺点及设备中寿命短的部分等因素引起。这个时期的长短随设备或系统的规模和上述情况的不同而异。为了缩短这一阶段的时间，产品应在投入运行前进行试运转，以便及早发现、修正和排除缺陷；或通过试验进行筛选，剔除不合格品；或进行规定的磨合和调整，以便改善其技术状况。

5. 偶然失效期(CFR型)

在早期失效期的后期，早期失效的产品暴露无遗，失效率就会大体趋于稳定状态并降至最低，且在相当一段时期内大致维持不变，呈恒定型，如图1-8中的时期(B)所示。这个时期故障的发生是偶然的或随机的，故称为偶然失效期。偶然失效期是设备或系统等产品的最佳状态时期，在规定的失效率下其持续时间称为使用寿命或有效寿命。人们总是希望延长这一时期，即希望在容许的费用内延长使用寿命。台架寿命试验、可靠性试验一般都是在消除了早期故障之后针对偶然失效期而进行的。

6. 耗损失效期(IFR型)

耗损失效期出现在设备、系统等产品投入使用的后期，其特点是失效率随工作时间的增加而上升，呈递增型，如图1-8中的时期(C)所示。这是因为构成设备、系统的某些零件已过度磨损、疲劳、老化、寿命衰竭所致。若能预计到耗损失效期到来的时间，并在这个时间稍前一点将



要损坏的零件更换下来，就可以把本来将会上升的失效率拉下来，延长可维护的设备或系统的使用寿命。当然，是否值得采取这种措施需要权衡，因为有时把它报废则更为合算。

可靠性研究虽涉及上述三种失效类型或三种失效期，但着重研究的是随机失效，因为它发生在设备的正常使用期间。此外，目前对早期失效期也给予充分的关注，因为这是产品的可靠性增长阶段。

这里要特别指出，浴盆曲线的观点反映的是不可修复且较为复杂的设备或系统在投入使用后失效率的变化情况。在一般情况下，凡是由于单一的失效机理而引起失效的零件、部件，应归于DFR型；而固有寿命集中的多属于IFR型。只有在稍复杂的设备或系统中，由于零件繁多且对它们的设计、使用材料、制造工艺、工作(应力)条件和使用方法等不同，失效因素各异，才形成包含有上述三种失效类型的浴盆曲线。

在可修复的设备和系统中，因进行预防维修(Preventive Maintenance，简PM)和事后维修(Corrective Maintenance，简称CM)，使设备或系统各组成部分的寿命是随机的并处于稳定状态，所以可认为其更换率(或替换率，Renewal Rate，用于可更换零件的产品，它相当于失效率λ，其倒数为MTBF)均近似于稳定值。

图1-8所示的失效率曲线即浴盆曲线，也可以用于人的情况。对人来说，与上述三个时期相对应的是幼儿期、青壮期、老年期。人的"故障"意味着生病和死亡。显然，刚生下来的婴儿最易生病和死亡；到了青壮期死亡率下降到最低并趋于稳定且属于非自然原因(不测事件)；当进入老年期接近人的固有寿命时，生病率和死亡率显然会急剧上升。

7. 平均寿命

在产品的寿命指标中，最常用的是平均寿命(Mean Life)。平均寿命是产品寿命的平均值，而产品的寿命则是它的无故障的工作时间。

平均寿命这个词对于不可修复(失效后无法修复或不修复，仅进行更换)的产品和可修复(发生故障后经修理或更换零件即恢复功能)的产品，其含义区别如下：

对于不可修复的产品，其寿命是指它的失效前的工作时间。因此，平均寿命就是指该产品从开始使用到失效前的工作时间(或工作次数)的平均值，或称为失效前平均时间，记为MTTF(Mean Time to Failure)，因此有

$$\mathrm{MTTF}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}t_i \tag{1-23}$$

式中，N为测试的产品总数；t为第i个产品失效前的工作时间(h)。

对于可修复的产品，其寿命是指相邻两次故障间的工作时间。因此，它的平均寿命即为平均无故障工作时间或称为平均故障间隔时间，记为MTBF (Mean Time Between Failures)，因此有

$$\mathrm{MTBF}=\frac{1}{\sum_{i=1}^{N}n_i}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{n_i}t_{ij} \tag{1-24}$$

式中，N 为测试的产品总数；n_i 为第 i 个测试产品的故障数；t_{ij} 为第 i 个产品从第 $j-1$ 次故障到第 j 次故障的工作时间，单位为 h。

也可以用式(1-23)代替式(1-24)计算 MTBF。

MTTF 与 MTBF 的理论意义和数学表达式的实际内容都是一样的，故通称为平均寿命。这样，如果从一批产品中任取 N 个产品进行寿命试验，得到第 i 个产品的寿命数据为 t_i，则该产品的平均寿命 θ 为

$$\theta = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i \tag{1-25}$$

或表达为

$$\theta = \frac{\text{所有产品总的工作时间}}{\text{总的故障次数}} \tag{1-26}$$

若进行寿命试验的产品数 N 较大，寿命数据较多，用上列各式计算较烦琐，则可将全部寿命数据按一定时间间隔分组，并取每组的寿命数据的中值 t_i 作为该组各寿命数据的近似值，则总的工作时间就可近似地用各组的寿命数据中值 t_i 与相应频数(该组的数据数) Δn_i 的乘积之和 $\sum_{i=1}^{N} t_i \Delta n_i$ 来表示，故平均寿命 θ 又可表达为

$$\theta = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} t_i \Delta n_i \tag{1-27}$$

式中，N 为总的寿命数据数；n 为分组数；t_i 为第 i 组的寿命数据的中值，单位为 h；Δn_i 为第 i 组寿命数据的个数(失效频数)。

若产品失效密度函数 $f(t)$ 已知，则根据概率论与数理统计关于均值(数学期望) $E(X)$ 的定义为 $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\mathrm{d}x$，考虑到时间的积分范围应为 $0 \leqslant t < \infty$，故有

$$\theta = E(T) = \int_0^{+\infty} t f(t)\mathrm{d}t \tag{1-28}$$

将式(1-9)带入式(1-28)，得

$$\begin{aligned}\theta = \int_0^{\infty} t\left(-\frac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t}\right)\mathrm{d}t = -\int_0^{\infty} t\mathrm{d}R(t) = \\ -\int_0^{\infty} \mathrm{d}[tR(t)] + \int_0^{\infty} R(t)\mathrm{d}t = -[tR(t)]\,|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} R(t)\mathrm{d}t\end{aligned} \tag{1-29}$$

因为，当 $t=0$ 时，$tR(t)=0$；当 $t\to\infty$ 时，$\lim\limits_{t\to\infty}[tR(t)]=0$，所以式(1-29)中的 $[tR(t)]\,|_0^{\infty}$ 项为零，故得

$$\theta = \int_0^{\infty} R(t)\mathrm{d}t \tag{1-30}$$

式(1-30)中的 θ 就是 MTTF 或 MTBF。由此可见，在一般情况下，对可靠性函数 $R(t)$ 在从 0 到 ∞ 的时间区间上进行积分计算，就可求出产品的平均寿命。

当 $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$ 时，式(1-22)给出了 $R(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t}$，将它代入式(1-30)，得



$$\theta = \int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t}\mathrm{d}t = -\frac{1}{\lambda}\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t}\mathrm{d}(-\lambda t) =$$

$$-\frac{1}{\lambda}[\mathrm{e}^{-\lambda t}]\Big|_0^\infty = -\frac{1}{\lambda}[\mathrm{e}^{-\infty} - \mathrm{e}^0] = \frac{1}{\lambda}$$

即

$$\theta = \frac{1}{\lambda} \tag{1-31}$$

即当可靠度函数 $R(t)$ 为指数分布时，平均寿命 θ 等于失效率 λ 的倒数。当 $t=\theta=\frac{1}{\lambda}$ 时，由式(1-22)知 $R(t)=\mathrm{e}^{-1}=0.376\ 9$，可见能够工作到平均寿命的产品仅有 36.79% 左右，即在这种简单指数分布的情况下，约有 63.21% 的产品将在达到平均寿命前失效，这是它的特征。

8. 寿命方差和寿命均方差(标准差)

平均寿命是一批产品中各个产品的寿命的算术平均值，它只能反映这批产品寿命分布的中心位置，而不能反映各产品寿命 $t_1, t_2, t_3, \cdots, t_n$ 与此中心位置的偏离程度。寿命方差和均方差(或称标准差、标准离差或者标准偏差)就是用来反映产品寿命离散程度的特征值。

当产品的寿命数据 $t_i(i=1,2,\cdots,N)$ 为离散型变量时，平均寿命 θ 可按式(1-25)计算。由于产品寿命的偏差 $(t_i-\theta)$ 有正有负，因而采用其平方值 $(t_i-\theta)^2$ 来反映。所以，一批数量为 N 的产品的寿命方差为

$$D(t) = [\sigma(t)]^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(t_i-\theta)^2 \tag{1-32}$$

寿命均方差(标准差)为

$$\sigma(t) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(t_i-\theta)^2} \tag{1-33}$$

式中，N 为该产品总数，$N\to\infty$ 是个相当大的数；θ 为测试产品的平均寿命；t_i 为第 i 个测试产品的实际寿命。

当 N 为不大的数或对于子样(即对于某一数组)，其寿命方差和均方差(标准差)则分别用其无偏估计量表示，即

$$s^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(t_i-\theta)^2 \tag{1-34}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(t_i-\theta)^2} \tag{1-35}$$

9. 可靠寿命、中位寿命和特征寿命

如前所述，产品的可靠度与它的使用期限有关。换句话说，可靠度是工作寿命 t 的函数，可以用可靠度函数 $R(t)$ 表示。因此，当 $R(t)$ 为已知时，就可以求得任意时间 t 的可靠度。反之，若确定了可靠度，也可以求出相应的工作寿命(时间)。可靠寿命(可靠度寿命)就是指可靠度为给定值 R 时的工作寿命，并以 t_R 表示。

可靠度 $R=50\%$ 的可靠寿命，称为中位寿命，用 $t_{0.5}$ 表示。当产品工作到中位寿命 $t_{0.5}$ 时，产品中将有半数失效，即可靠度与累积失效概率均等于 0.5。

可靠度 $R=\mathrm{e}^{-1}$ 的可靠寿命称为特征寿命，用 $T_{\mathrm{e}^{-1}}$ 表示。

例 1.2 已知某产品的失效率为常数：$\lambda(t)=\lambda=0.25\times10^{-4}\,\mathrm{h}^{-1}$，可靠度函数 $R(t)=\mathrm{e}^{-\lambda t}$，试求可靠度 $R=99\%$ 的相应可靠寿命 $t_{0.99}$。

解 因 $R(t)=\mathrm{e}^{-\lambda t}$，故有 $R(t_R)=\mathrm{e}^{-\lambda t}$，两边取对数得

$$\ln R(t_R)=-\lambda t_R$$

得

$$t_R=-\frac{\ln R(t_R)}{\lambda}=-\frac{\ln(0.99)}{0.25\times10^{-4}}=402\ \mathrm{h}$$

例 1.3 求例 1.2 中产品的中位寿命和特征寿命。

解 中位寿命为

$$t_{0.5}=-\frac{\ln R(t_{0.5})}{\lambda}=-\frac{\ln(0.5)}{\lambda}=-\frac{\ln(0.5)}{0.25\times10^{-4}}=27\ 725.6\ \mathrm{h}$$

特征寿命为

$$T_{\mathrm{e}^{-1}}=-\frac{\ln(\mathrm{e}^{-1})}{\lambda}=-\frac{\ln(0.367\ 9)}{0.25\times10^{-4}}=40\ 000\ \mathrm{h}$$

10. 有效寿命、更换寿命和筛选寿命

有效寿命（Useful Life，Longevity）又称为使用寿命。前面已经介绍了失效的分类。在可靠性研究中把失效分为早期失效、偶然失效（随机失效）和耗损失效三个失效期。这三个失效期的失效率曲线如图1-8所示。由该图可知，在早期失效期失效率呈时间的递减函数。此后，失效率大体稳定，设备则进入偶然失效期，在此期间设备的失效率最低且稳定，是设备最佳使用时期，这个期间的长短称为有效寿命。其后，设备进入耗损失效期，失效率上升。

更换寿命和筛选寿命。若预先给定某失效率值，那么根据式（1－18）给出的方程 $\lambda=f(t)/R(t)=\frac{-\mathrm{d}R(t)/\mathrm{d}t}{R(t)}$，求出其相应的时间 t 的值，则称此 t 值为更换寿命，记作 t_λ。所谓"更换"是指元器件使用到 t_λ 时，必须给予更换，否则失效率将会比已给定的失效率 λ 更高。因此，更换寿命是对那些失效率函数 $\lambda(t)$ 为递增的函数而言。如果失效率函数 $\lambda(t)$ 是随使用时间的增加而递减的，那么这样的元器件则应在 t_λ 以前进行更换或筛选，而在 t_λ 以后可不必更换，此时 t_λ 称为筛选寿命。

二、维修性及衡量尺度

1. 维修性的定义

为了保持元器件、零部件、机器、设备及系统等产品在使用中的规定功能及其指标，或为了使工作中出现故障或缺陷的产品得以修复，而采取的各种措施和进行的各项工作，称为对产品的维修（Maintenance）。



对于实行维修制度的产品，一旦发生故障或失效，总是修复后再使用。因此，对于这类产品不发生故障或可靠性好固然很重要，发生故障或失效后能迅速修复以维持良好而完善的状态也很重要。产品的这种易于维修的性能，通常称为产品的维修性。

产品的维修性可用维修度来衡量。

2. 衡量维修性的尺度

产品的维修性可用其维修度(Maintainability) 来衡量。维修度的定义就是"对可能维修的产品在发生故障或失效后在规定的条件下和规定的时间$(0,\tau)$内完成修复的概率"，记为$M(\tau)$。即维修度是用概率表示产品易于维修的性能的，或者说，维修度是用概率表征产品的维修难易程度的。完成维修的概率是随时间递增的，是对时间累积的概率，因此，维修度也是时间(维修时间τ) 的函数，故又称为维修度函数$M(\tau)$，它表示当$\tau=0$时，处于失效或完全故障状态的全部产品在τ时刻前经维修后有多少恢复到正常功能的累积概率。这里将讨论产品由失效或故障状态$(\tau=0)$修复到正常状态时，维修时间τ的分布及平均修理时间 MTTR。

平均修复时间(Mean Time to Repair) 指可修复的产品的平均修理时间(总维修活动时间(h)/维修次数)。

一般$M(\tau)$服从指数分布或对数正态分布。若$M(\tau)$服从指数分布时，则

$$M(\tau)=1-e^{-\mu\tau} \tag{1-36}$$

式中，μ为修复率，或写成$\mu(\tau)$，单位为 1/h。

修复率$\mu(\tau)$是指"维修时间已达到某一时刻但尚未修复的产品在该时刻后的单位时间内完成修理的概率"，可表示为

$$\mu(\tau)=\frac{dM(\tau)}{d(\tau)}\frac{1}{1-M(\tau)}=\frac{m(\tau)}{1-M(\tau)} \tag{1-37}$$

式中，$m(\tau)$为维修时间的概率密度函数，表示为

$$m(\tau)=\frac{dM(\tau)}{d(\tau)} \tag{1-38}$$

当$M(\tau)$服从指数分布时(见式(1-36))，则修复率μ是平均修复时间 MTTR 的倒数，即

$$\mu=\frac{1}{\mathrm{MTTR}} \tag{1-39}$$

将式(1-38) 与式(1-9)、式(1-37) 与式(1-18)、式(1-36) 与式(1-22)、式(1-39) 与式(1-31) 分别相比较，则可发现在可靠性与维修性研究中，$m(\tau)$与$f(t)$，$\mu(\tau)$与$\lambda(t)$，$M(\tau)$与$F(t)$，MTBF(MTTF) 与 MTTR 是一一对应的。$F(t)$与$M(\tau)$都是对时间累积的概率，它们随时间的变化趋势是一致的。

产品由于失效(故障) 而停止使用的总时间(包括维修时间在内) 的平均值，称为平均不能工作时间或平均休止时间或平均停机时间，记为 MDT(Mean Down Time)。有时可用 MDT 代替 MTTR。

维修性除与产品的固有质量有关外，还和与其有关的人为因素有关。要提高维修性，就要

重视这些因素，它们被称为维修性三要素。

(1) 产品结构的维修方便性。对产品进行维修性设计，即在产品的结构设计时，要想法使产品在发生故障后，容易发现，便于检查，易于修复。维修性设计应考虑到产品的“接近性”好，即检查和维修人员应极易接近该产品的被检查、被维修部分，方便工作。

(2) 修理人员的修理技能。

(3) 维修系统的效能。包括备件的供应、维修工具及设备的效能和维修系统的管理水平等。

也就是说，维修度还受到维修系统的效能和修理技能的影响。这些是不可忽视的，否则将使维修度失去比较的标准。

三、保障性及其衡量尺度

1. 保障性的定义

保障性是系统的设计特性和计划的保障资源能满足平时和战时使用要求的能力(GJB 451—90)。保障性是装备系统的固有属性，它包括两方面的含义，即与装备保障有关的设计特性和保障资源的充足和适用程度。

(1) 保障性中所指的设计特性，是指与装备使用与维修保障有关的设计特性，如可靠性与维修性等，以及使装备便于操作、检测、维修、装卸、运输、消耗品(油、水、气、弹)补给等的设计特性。这些都是通过设计途径赋予装备硬件和软件的。如果装备具有满足使用与维修要求的设计特性，就说明它是可保障的。

此外，装备的保障方案和所能达到的战备完好性水平，也是通过对装备的保障系统的规划与设计来实现的，而不是在装备设计完成之后才开始考虑的。从某种意义上讲，还需要用保障方案的规划与设计来约束主装备的设计。例如对维修级别、维修间隔期的考虑，监测与诊断方案的考虑，以及对保障人员数量与技术等级的考虑等，都会对装备设计特性产生重大影响。

(2) 计划的保障资源是指为保证装备完成平时和战时使用要求，所规划的人力和物力资源。其中，有些是沿用现役装备的保障资源，但是其中的大部分(如保障设备、训练设备、维修备件、使用维修技术资料等)需要重新研制，人员也须进行专门训练。保障资源的满足程度有两方面的含义：一是指数量与品种上满足装备使用与维修要求；二是保障资源要与装备相互匹配。这两方面都需要通过保障性分析和保障资源的设计与研制来实现。保障资源的研制与获取在综合保障工程中的工作量与所需的费用很大，从某种意义上讲，需要有一大批专门的综合保障工程技术人员与装备设计人员协调地进行保障资源研制工作。

2. 保障性参数

保障性参数是用于定性和定量地描述装备保障性的参数。由于保障性是装备系统的综合特性，很难用单一参数来评价整个装备的保障性水平，某些保障资源参数也很难用简单的术语来表述。通常的做法是通过对装备的使用与维修任务分析，考虑现有装备保障方面存在的缺陷



以及保障费用等约束条件，综合归纳为一系列保障性参数。有些保障性参数还可以用与现役装备或基准系统对比的方式进行表述。保障性参数可分为三类，根据装备和使用特点选用。

(1) 保障性综合参数：这是根据装备的保障性目标要求而提出的参数，它从总体上反映装备系统的保障性水平，因而称为保障性综合参数。保障性目标是平时和战时使用要求，通常用战备完好性目标值衡量。

战备完好性目标值是对装备在平时和战时的使用率和完成并保持一系列规定任务的能力进行评估的指标，它的量值与下列因素有密切的关系：可靠性与维修性水平、保障系统的特性和保障资源的数量与配置等。由于装备的类型、任务范围和使用特点各异，因而用于标识不同装备的战备完好性参数也不相同，不存在对所有装备系统都适用的统一的战备完好性度量参数。比较常用的战备完好性参数是使用可用度(A_0)，其表达公式为式(1-2)。

使用可用度的数学模型较明显地体现了装备的战备完好性水平与装备的可靠性水平、维修性水平及规划的保障资源的满足与适用程度之间的关系。

使用可用度量值，是根据作战与使用要求，比较类同装备的使用水平而提出的。这个量值从装备论证阶段就应初步制定，方案阶段逐步明确，工程研制阶段前要与其他与保障性有关的参数协调后确定。各类装备可规定适合其使用与管理特点的战备完好性参数。

例如，舰船采用使用可用度 A_0 作为保障性综合参数，并将平时与战时可用度之间的差别用规定的百分比来计算；飞机用执行任务率 MC(指飞机可在拥有的时间内，至少能执行一项规定任务所占时间的百分比) 和出动率 γ_{SO}(指平均每架飞机单位时间的出动架次) 分别表示平时和战时的战备完好性等。

(2) 保障性设计参数：这是与装备的保障性有关的设计参数，它也可以供确定保障资源时参考，如可靠性(MTBF)、维修性(MTTR)、维修工时串(每工作小时平均维修工时或者每次维修活动平均维修工时)、故障检测率(γ_{FD})、故障隔离率(γ_{FZ}) 以及运输性要求(运输方式及限制) 等。

保障性设计参数和量值有时可以直接从保障性综合参数指标中分解得到，例如舰船与设备的 MTTF 和 MTTR 等，有时还要从与综合参数指标的权衡和协调中得到。

(3) 保障资源参数：保障资源参数根据装备的实际保障要求而定，通常包括人员数量与技术等级、保障设备和工具的类型、数量与主要技术指标和利用率、备件种类和数量、订货和装运时间、补给时间和补给串、模拟与训练器材的类型与技术指标以及设施类型与利用串等。

保障资源参数的表述也往往从与基准系统的比较中得到，这样易于理解和衡量，如美国陆军 M1 坦克的专用工具数量定为 133 种，比 M60A1 坦克(一种前一代的现役坦克) 减少 81 种，美国空军 GE37 航空发动机的保障性定量要求就是相对于当时现役航空发动机 T700 和 F404 提出的，如外场更换单元(LRU) 拆卸更换时间改善 67% 等。表 1-1 为美军 M1 坦克保障性定量与定性参数的指标要求，其中有些指标就是用与 M60A1 坦克的比较来表达的。



表 1-1　M1 坦克保障性要求和参数指标

要素	序号	保障性要求和参数	指标	
			M1	M60A1
维修规划和维修性	1	计划维修间隔时间	半年一次	半年一次
	2	建制级(修理班或排)每2 413.5 km(1 500英里)或半年计划维修时间、工时	16 h 64 人·h	62 h 96 人·h
	3	建制级(修理班或排)每2 413.5 km(1 500英里)或半年非计划维修时间、工时(90%)	4 h 8 人·h	— 32 人·h
	4	直接保障非计划维修时间、工时(90%)	12 h 48 人·h	0.9 h 3.4 人·h
	5	乘员每日检查环保的时间、工时	0.8 h 3 人·h	
	6	由操作手或修理班(或排)检测和排除的一般故障的百分数	90%	
	7	维修时从坦克上拆下动力装置部件的要求	90%的发动机部件与动力装置可一同被取出	不能达到
工具	8	降低专用工具数量要求	133种,其中84种为新设计的	214种
	9	乘员维修均使用米制(供北约用)以求良好的互换性	米制	英制
资料	10	采用技术分析方式改进技术手册	51种	
训练设备	11	研制专为士兵用的扩大训练功能的训练装置		功能少
	12	研制模拟训练器	用于射击、驾驶和维修	无
测试设备	13	在使用试验前提供为班(或排)及野战维修研制的自动测试设备(ATE)	三种 ATE	
	14	大量采用机内测试设备(BITE)		无
人员	15	人员专业与现役坦克部队使用维修专业应配合一致	W/M1	
	16	人员的特殊技能训练要求最低		
供应	17	尽可能减少对标准编制的部队供应保障系统的负担		
运输	18	在现有的拖车上可以运输,并适应列车运输		可以



1.4 产品固有可用度及使用可用度的数学描述

前面我们已经接触了产品可用度的一些基本概念，为了对产品的可用度与可靠性、维修性及保障性间的关系有更加明确的理解，下面以产品的一个简单的马尔可夫过程为例来说明，如图 1-9 所示。

为了便于说明问题，约定如下：

(1) 产品在 Δt 时间内由状态 i 转移到状态 j 的转换概率为 $\theta \cdot \Delta t$，其中，θ 是常数，代表单位时间内的失效概率或者单位时间内的修复概率；

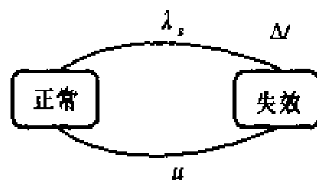


图 1-9 简单马尔可夫过程

(2) 所有的事件都是相互独立的；

(3) 在 Δt 时间段中仅考虑一次状态转移；

(4) 产品的失效和修复时间均服从指数分布，并且产品在修好后完好如初。

符号表示如下：

i—— 产品的状态变量，i = g(正常)，i = b(失效)；

$P_b(t+\Delta t)$—— 产品在时间 $t+\Delta t$ 时处于失效状态的概率；

$P_g(t+\Delta t)$—— 产品在时间 $t+\Delta t$ 时处于完好状态的概率；

$P_i(t)$—— 产品在时间 t 时处于状态 i 的概率；

t—— 时间；

Δt—— 小的时间区间；

λ_g—— 产品的失效率；

$\lambda_g \Delta t$—— 产品在时间 Δt 内的失效概率；

μ_b—— 产品的修复率；

$\mu_b \Delta t$—— 产品在 Δt 时间内修复的概率；

$1-\lambda_g \Delta t$—— 产品在 Δt 时间内无失效的概率；

$1-\mu_b \Delta t$—— 产品在 Δt 时间内不可修复的概率。

应用上面的假定及符号，可以得到下面的转移方程：

$$P_g(t+\Delta t) = P_g(t)(1-\lambda_g \Delta t) + P_b(t)\mu_b \Delta t \tag{1-40}$$

$$P_b(t+\Delta t) = P_b(t)(1-\mu_b \Delta t) + P_g(t)\lambda_g \Delta t \tag{1-41}$$

将式(1-40) 和式(1-41) 变形，得

$$P_g(t+\Delta t) - P_g(t) = -P_g(t)\lambda_g \Delta t + P_b(t)\mu_b \Delta t \tag{1-42}$$

$$P_b(t+\Delta t) - P_b(t) = -P_b(t)\mu_b \Delta t + P_g(t)\lambda_g \Delta t \tag{1-43}$$

两端同除以 Δt，得

$$\frac{P_g(t+\Delta t)-P_g(t)}{\Delta t}=-P_g(t)\lambda_g+P_b(t)\mu_b \tag{1-44}$$

$$\frac{P_b(t+\Delta t)-P_b(t)}{\Delta t}=-P_b(t)\mu_b+P_g(t)\lambda_g \tag{1-45}$$

取极限情况 $\Delta t\to 0$,得

$$\frac{\mathrm{d}P_g(t)}{\mathrm{d}t}=-P_g(t)\lambda_g+P_b(t)\mu_b \tag{1-46}$$

$$\frac{\mathrm{d}P_b(t)}{\mathrm{d}t}=-P_b(t)\mu_b+P_g(t)\lambda_g \tag{1-47}$$

此仍为产品的马尔可夫状态转移微分方程。

应用 Laplace 变换方法解上面两个微分方程,可得

$$P_g(t)=\frac{\mu_b}{\lambda_g+\mu_b}+\frac{\lambda_g}{\lambda_g+\mu_b}\exp[-(\lambda_g+\mu_b)t] \tag{1-48}$$

$$P_b(t)=\frac{\lambda_g}{\lambda_g+\mu_b}-\frac{\lambda_g}{\lambda_g+\mu_b}\exp[-(\lambda_g+\mu_b)t] \tag{1-49}$$

即最终求得产品在任何时刻 t(失效或维修) 的状态概率,式(1-48) 和式(1-49) 称为 Markov 方程。

一般地,常用 $A_{me}(t)$ 表示产品的可用度(Availability),$UA_{me}(t)$ 表示产品的非可用度(Unavailability),即

$$A_{me}(t)=P_g(t)=\frac{\mu_b}{\lambda_g+\mu_b}+\frac{\lambda_g}{\lambda_g+\mu_b}\exp[-(\lambda_g+\mu_b)t] \tag{1-50}$$

$$UA_{me}(t)=P_b(t)=\frac{\lambda_g}{\lambda_g+\mu_b}-\frac{\lambda_g}{\lambda_g+\mu_b}\exp[-(\lambda_g+\mu_b)t] \tag{1-51}$$

在 $A_{me}(t)$ 中,综合考虑了可维修产品在时刻 t 的可靠性和维修性。

对式(1-50) 和式(1-51) 取 $t\to\infty$ 时的极限值,可得

$$A_{me}=\lim_{t\to\infty}A_{me}(t)=\frac{\mu_b}{\lambda_g+\mu_b} \tag{1-52}$$

$$UA_{me}=\lim_{t\to\infty}UA_{me}(t)=\frac{\lambda_g}{\lambda_g+\mu_b} \tag{1-53}$$

A_{me},UA_{me} 分别称为产品的稳态(Steady-state) 可用度和非可用度,它们是产品可靠性和维修性的综合值。很显然,有

$$A_{me}+UA_{me}=1 \tag{1-54}$$

$$A_{me}(t)+UA_{me}(t)=1 \tag{1-55}$$

1.5 可靠性及维修性中常用的统计分布

产品故障时间和维修时间的累积概率密度函数(亦称分布函数) 是研究产品可靠性和维



修性的基础。当已知分布函数时，就可以求出产品可靠性和维修性的许多特征量。即使不知道具体的分布函数，而已知分布的类型，也可以通过对分布的参数估计求得某些特征量的估计值。因此，分布类型是产品可靠性和维修性研究中的一个十分重要的问题。

在可靠性和维修性分析中，会遇到许多统计分布的类型。下面介绍一些经常用到的统计分布。

若故障时间和维修时间具有相同类型的密度函数，则维修度函数 $M(t)$ 对应于不可靠度函数 $F(t)$，修复率函数 $\mu(t)$ 对应于故障率函数 $\lambda(t)$。为简便起见，在以后的叙述中，只写出 $F(t)$ 和 $\lambda(t)$ 的表达式。

一、指数分布

指数分布是一种相当重要的分布，很多电子产品或某些复杂系统的寿命都服从这种分布，其密度函数和分布函数分别是

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \qquad (\lambda > 0,\quad t > 0) \tag{1-56}$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \tag{1-57}$$

它们的图形如图 1－10 所示。

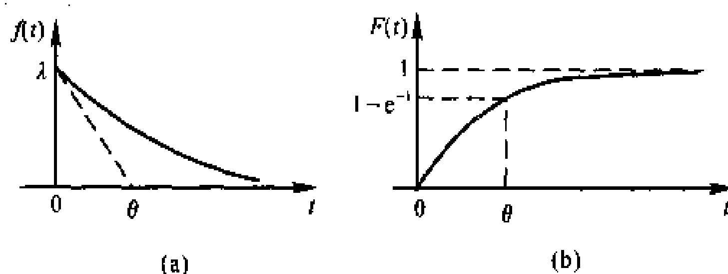


图 1－10　指数分布密度函数和分布函数

指数分布描述了产品故障率或修复率为常数的情形。如果产品故障时间服从指数分布，那么它具有无“记忆”的特性，也就是这一产品被使用一段时间后，如未发生故障，则如同新的一样，不影响以后的寿命长度。由于这种特性，限制了指数分布的使用范围，特别是对于那些呈现耗损和老化状态的产品，这一分布是不适用的。

二、威布尔分布

在可靠性和维修性分析中，威布尔分布非常有用，因为它是通用分布。通过改变分布参数的值，就可以近似构造多种分布，以便为不同类型的产品建立模型。威布尔分布的密度函数为

$$f(t) = \frac{m}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{m-1}\exp\left[-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{m}\right] \quad (t > \gamma) \tag{1-58}$$

式中，m 为形状参数（斜率）；η 为尺度参数（特征寿命）；γ 为位置参数。

分布函数为
$$F(t)=1-\exp[-(\frac{t-\gamma}{\eta})^{m}] \tag{1-59}$$

故障率函数为
$$\lambda(t)=\frac{m}{\eta}(\frac{t-\gamma}{\eta})^{m-1} \tag{1-60}$$

m 的数值不同，$f(t)$ 的形状也不同，如图 1-11 所示。图中曲线是当 $\eta=1,\gamma=1$ 而 m 取不同值时的曲线。大致可以分为三大类型：当 $m>1$ 时，其相应的曲线都呈单峰状，特别当 $m=3$ 时，与正态分布的形状很近似；当 $m=1(\gamma=0)$ 时为指数分布情形；当 $m<1$ 时，$f(t)$ 曲线与 $t=\gamma$ 处的垂线不相交，且以垂线为渐近线。

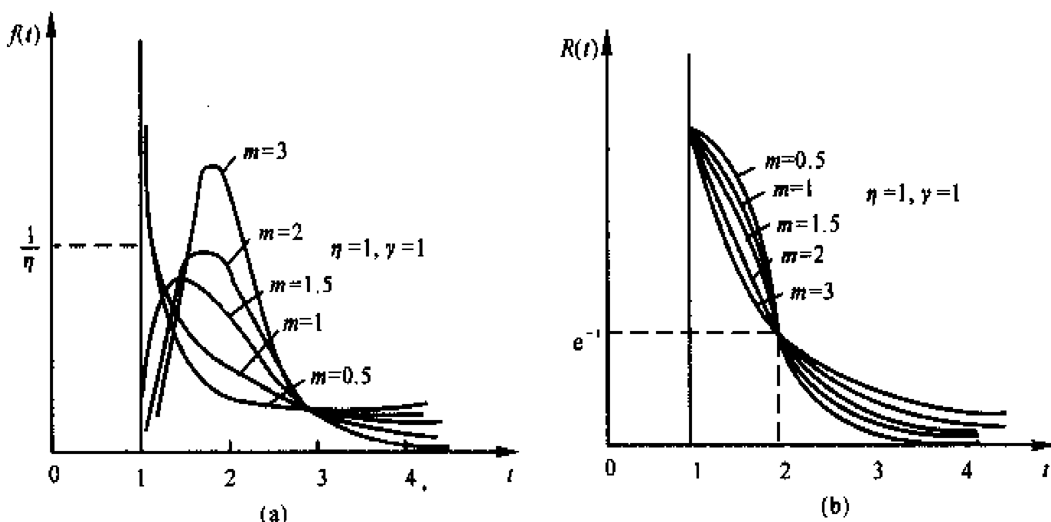


图 1-11 威布尔分布的 $f(t)$ 和 $R(t)(\eta=1,\gamma=1)$

再看 γ 参数，式(1-58) 说明产品在时间 γ 以前不会有故障，在 γ 以后才发生故障。在实际中，往往是 $\gamma=0$ 的情形为多。

三、正态分布

正态分布在数理统计中是一种最基本的概率分布，也是经常使用的一种概率分布。正态分布亦称高斯分布。

正态分布的密度函数为

$$f(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp[-\frac{1}{2}(\frac{t-\mu}{\sigma})^{2}] \quad (\sigma>0) \tag{1-61}$$

式中，μ 为位置参数(均值)；σ 为形状参数(标准差)。

密度函数曲线对称于 $t=\mu$，μ 表示分布的中心位置，σ 表示分布的分散程度。图 1-12(a) 表示两个有不同的均值和相同的标准差的正态分布的图形；图 1-12(b) 表示具有相同均值不同标准差的正态分布的图形。

正态分布的分布函数为



$$f(t)=\int_{-\infty}^{t}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]dx \tag{1-62}$$

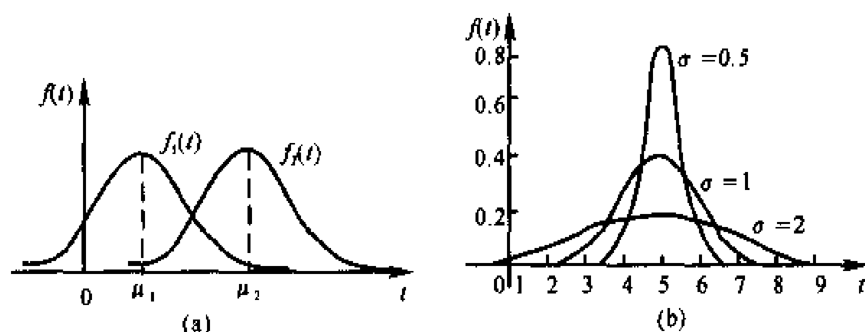


图 1-12　正态分布图

(a) 两个正态分布，同标准差但不同均值；(b) 三个正态分布，同均值但不同标准差

通常，正态分布函数可通过变换 $y=\frac{x-\mu}{\sigma}$ 化为标准正态分布函数($\mu=0,\sigma=1$)，即

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\frac{t-\mu}{\sigma}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\frac{y^2}{2}\right)dy=\Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right) \tag{1-63}$$

其中，$\Phi(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}dy}$ 是标准正态分布函数，这样就可利用标准正态分布表来求解。

在实际应用中，有许多试验数据都可以用正态分布来拟合。但是，正态分布是对称的，并且变量的取值范围是从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 的整个数轴，也就是正的和负的数值都可能取到。然而，有些试验数据并不是对称的，比如，它们只能取正值而不能取负值。这样的例子，在可靠性疲劳试验和寿命试验中较为普遍。

四、对数正态分布

对数正态分布即随机变量的自然对数服从正态分布，其密度函数为

$$f(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma t}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln t-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \tag{1-64}$$

其图形如图 1-13 所示。

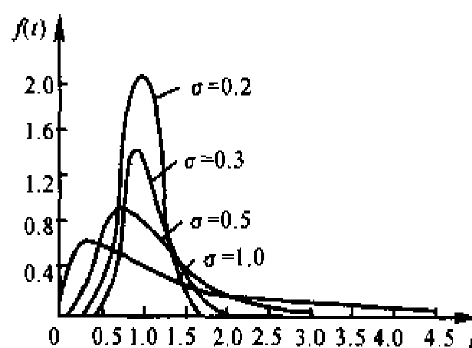


图 1-13　各种正态分布

(当 $\mu=0$ 时，σ 为不同值)

对数正态分布通常用于半导体器件的可靠性分析和某些种类的机械零件的疲劳寿命。其主要用途是在维修性分析中对维修时间数据进行确切的分析。

五、极值分布

极值分布较多地应用于研究一个变量出现最大值或最小值的现象。譬如，飞机发动机涡轮



的寿命决定于它的叶片中最薄弱的叶片的寿命。因此，我们关心的是所有叶片中寿命最短的叶片。这是因为涡轮是高速运转的，如果有一个叶片断裂，将会打毁整个涡轮，不管是在空中还是在地面，其后果都将是严重的。在涡轮中，所有叶片寿命的最小值，直接影响到涡轮的维修时间。因此，设计人员和维修人员希望能准确地知道这个最小值。再如，n 个单元的串联系统，也是属于最小极值问题。

极值分布分为极大值分布和极小值分布两种，下面分别加以叙述。

1. 极大值分布

极大值分布的密度函数和分布函数分别为

$$f(t)=\frac{1}{\sigma}\exp\left(-\frac{t-\mu}{\sigma}\right)\exp\left[-\exp\left(-\frac{t-\mu}{\sigma}\right)\right] \tag{1-65}$$

$$F(t)=\exp\left[-\exp\left(-\frac{t-\mu}{\sigma}\right)\right] \tag{1-66}$$

式中，μ 为位置参数；σ 为尺度参数。

密度函数的图形如图 1－14 所示。

2. 极小值分布

极小值分布的密度函数和分布函数分别为

$$f(t)=\frac{1}{\sigma}\exp\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)\exp\left[-\exp\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)\right] \tag{1-67}$$

$$F(t)=1-\exp\left[-\exp\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)\right] \tag{1-68}$$

式中，μ 为位置参数；σ 为尺度参数。

密度函数的图形如图 1－15 所示。

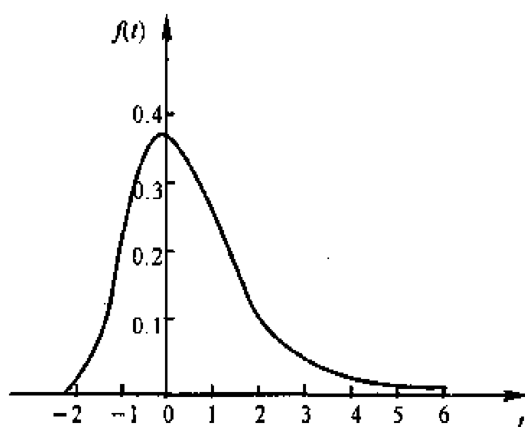


图 1－14　当 $\mu=0,\sigma=1$ 时的极大值分布密度函数曲线

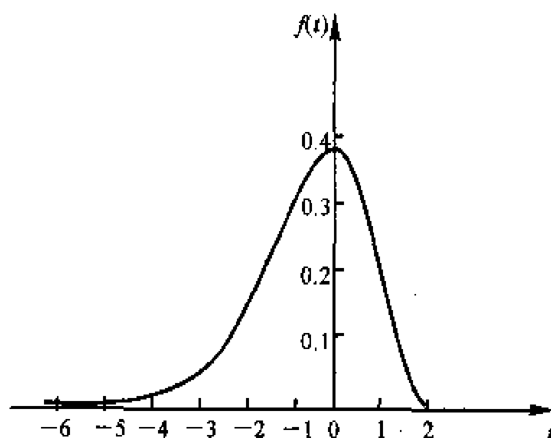


图 1－15　当 $\mu=0$ 时，$\sigma=1$ 时的极小值分布密度函数曲线



六、伽马(Γ)分布

Γ分布适用于寿命试验的数据分析，因而是一种很重要的寿命分布。Γ分布的密度函数为

$$f(t)=\frac{\lambda}{\Gamma(\alpha)}(\lambda t)^{\alpha-1}e^{-\lambda t}\qquad(0<t,\alpha,\lambda)\tag{1-69}$$

其中，$\Gamma(\alpha)$ 是伽马函数，表达式为

$$\Gamma(\alpha)=\int_0^{\infty}x^{\alpha-1}e^{-x}dx\tag{1-70}$$

此函数可用表进行估算，当$(\alpha-1)$为整数时，$\Gamma(\alpha)=(\alpha-1)!$。对大多数可靠性分析来说，这是经常遇到的情况。当 $\alpha=1$ 时，此分布即为指数分布。Γ分布可用于描述上升或下降的故障率。当 $\alpha>1$ 时，$\lambda(t)$ 上升；当 $\alpha<1$ 时，$\lambda(t)$ 下降。

Γ分布的密度函数的图形如图1-16所示；故障率曲线如图1-17所示。

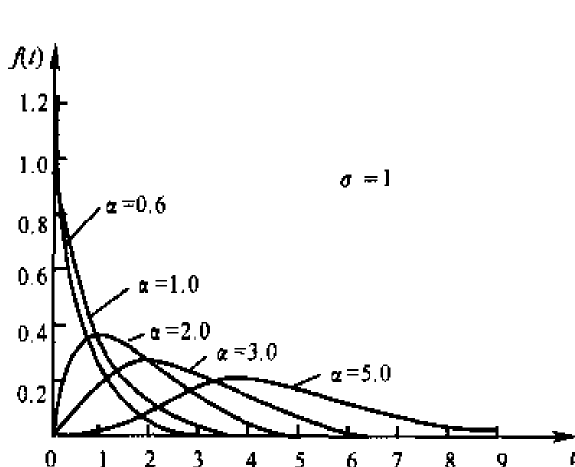


图1-16　σ=1和不同α值时的Γ分布密度函数曲线

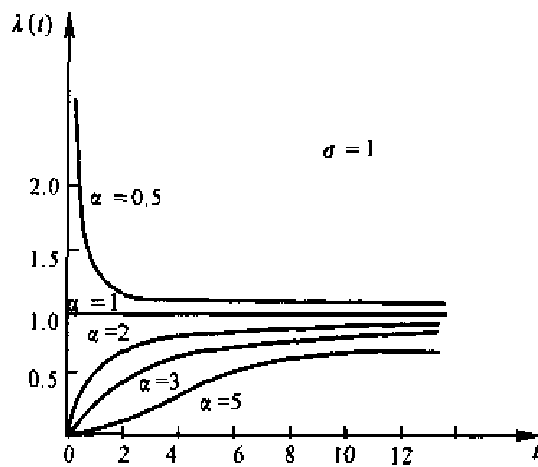


图1-17　σ=1和不同α值时的故障率曲线

七、二项分布

在相同的条件下，独立地重复试验 n 次，而每次试验的结果或是成功或是失败，亦即只有两种不同的结果，在每次试验中成功的概率为 p 的二项分布的密度函数为

$$f(x)=\binom{n}{x}p^{x}q^{(n-x)}\tag{1-71}$$

式中，$\binom{n}{x}=\frac{n!}{(n-x)!x!}$；$q=1-p=$ 每次试验中失败的概率；$f(x)$ 表示 n 次试验中有 x 次成功且$(n-x)$次失败的概率。

二项分布的累积概率(即在 n 次试验中获得 x 次或更少次成功的概率)为

$$F(x)=\sum_{i=0}^{x}\binom{n}{i}p^{i}q^{(n-i)}\tag{1-72}$$

当系统使用部分余度时，二项分布可用于计算系统的成功概率。

例 1.4 假设有一台 5 个频道的高频接收机，只要该接收机有 3 个频道工作，系统就能正常工作。假定每个频道在 24 h 工作期间无故障工作的概率为 0.9，那么，接收机正常工作 24 h 的概率是多少？

解 由假设可知，这是一个二项概率分布，各个参数含义如下：

$n=5$ 为频道数；

$r=2$ 为允许发生故障的频道数；

$p=0.9$ 为单个频道成功的概率；

$q=0.1$ 为单个频道发生故障的概率；

x 为成功的频道数；

R 为系统成功概率。

则有

$$R=\sum_{x=n-r}^{n}\binom{n}{x}p^x q^{n-x}=\sum_{x=3}^{5}\binom{5}{x}p^x q^{5-x}=0.991\ 44$$

这是 5 个频道中有 3 个或更多个频道在 24 h 工作期间正常工作的概率。

或

$$R=1-F(n-r-1)=1-\sum_{x=0}^{n-r-1}\binom{n}{x}p^x q^{n-x}=$$

$$1-\sum_{x=0}^{2}\binom{5}{x}(0.9)^x(0.1)^{5-x}=1-0.008\ 56=0.991\ 44$$

八、泊松分布

如果随机事件在单位时间内发生的平均次数是一个常数，事件在任一时间间隔内发生的次数与在任一其他时间间隔内发生的次数无关，并且两个或更多个事件同时发生的机会很小(可以忽略不计)，则该随机事件服从泊松分布。

若事件服从泊松分布，变化率为 λ，则事件在时间 t 内发生 k 次的概率为

$$F(k)=\frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} \tag{1-73}$$

式中，λ 称为泊松分布参数。

若 k 表示故障数，λ 表示故障率，则在 t 时刻可靠度函数(零故障概率)$R(t)$ 为

$$R(t)=\frac{(\lambda t)^0 e^{-\lambda t}}{0!}=e^{-\lambda t} \tag{1-74}$$

此为指数分布。

习题与思考题

1. 影响产品有效性(Effectiveness) 的因素主要有哪些？



2. 产品任务可靠性与基本可靠性的区别是什么？

3. 试述各种典型寿命分布在可靠性与维修性分析的可能适用条件。

4. 有100个某种零件，已工作了6年，工作满1年、2年、3年、4年、5年和6年时失效的零件数目分别为1，3，6，8，9，12，试计算$\bar{\lambda}(1)$，$\bar{\lambda}(2)$，$\bar{\lambda}(3)$，…，并绘出$\bar{\lambda}(t)$随时间t的变化曲线。

5. 试证明如下概率密度函数曲线下的总面积为1：

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \qquad (\lambda > 0, \quad t \geqslant 0)$$

6. 假设某水泵的失效率和修复率均为常数且分别为0.005/h和0.006/h，且假设水泵仅有正常和失效两种状态，修好的水泵其工作状态如新。试分别计算$t = 50,75,100,125,150$ h时的可用度，并绘制相应的曲线。

第二章　可靠性分析的定性化方法

2.1　概　述

可靠性分析是开展可靠性设计的基础，定性分析是对系统的可靠性设计特性进行逻辑的、综合的评定，以确定系统及其各组成单元和接口的薄弱环节，找出影响系统可靠性的关键部位和因素，通过改进设计、改善工艺和加强管理等手段来提高系统的可靠性。同时还可为维修分析、测试性分析和保障性分析提供必要的输入数据。本章将重点介绍故障模式影响及危害性分析(FMECA)。

2.2　故障模式影响及危害性分析(FMECA)

FMECA是可靠性分析的主要方法之一，应从方案设计开始，边设计、边分析，并贯穿于产品的研制全过程。该方法是通过分析确定产品所有可能的故障模式及每一故障模式对产品工作的影响，找出单点故障，并按故障模式的严酷度及其发生概率，确定其危害性，从而为安排改进措施的先后顺序提供依据。

本章介绍的FMECA方法适用于硬件设计。FMECA不仅能暴露薄弱环节，还可以通过危害度计算为任务可靠性和安全性计算提供数据。与此同时，它还能为维修性分析、安全性分析、测试性分析及保障性分析等提供必要的输入信息。

FMECA技术在型号研制的各个阶段都可以应用。不同的阶段，分析所采用的方法、最低的约定层次及考虑的改进措施也不相同。FMECA结果的正确性取决于分析人员的工程经验、水平及对产品深入了解的程度。应该指出，FMECA只考虑每个单一故障模式在系统中的影响，而没有考虑多个因素共同作用的影响。导致灾难的或致命的多重状态的故障，应采用其他分析技术，如故障树分析技术，此时FMECA报告中应说明补充分析的方法、程序和范围。

一、分析方法

FMECA有两种基本方法：硬件法和功能法。对于复杂系统还可采用硬件法和功能法相结合的组合法。应根据系统的复杂程度和可获得的故障模式的资料确定所采用的分析方法。

1. *硬件法*

列出每个硬件产品并分析产品所有可能的故障模式，确定严酷度类别，按每个故障模式的



严酷度和发生概率的综合影响排序。当设计图纸和有关设计资料已明确地确定了产品时，一般可采用此法。硬件法一般是从零部件级开始“自下而上”地分析到系统级，但也可以从任一级别向任一方向分析。

2. 功能法

具体做法是，列出输出功能，并分析其故障模式，确定严酷度类别，如获得定量的功能故障模式数据时，则按每个功能故障模式的严酷度和发生概率的综合影响进行排序。在系统研制初期，产品设计尚未完成，得不到详细的零部件清单，或当系统复杂而要求从产品的最高层次向下分析，即“自上向下”分析时，通常可采用此法。采用这种方法较为简单，但容易遗漏某些故障模式。

3. 组合法

对于某些复杂系统，在设计尚未全部完成的情况下可采用此方法，即对设计已确定的那部分采用硬件法，而设计尚未明确的那部分可采用功能法。在缺乏故障模式的可靠性数据时可采用故障模式及影响分析(FMEA)，一旦获得这些定量数据时应立即进行 FMECA。

进行 FMECA 一般可分下列两步进行：① 故障模式及影响分析(FMEA)；② 危害性分析(CA)。

二、FMECA 的准备工作

进行 FMECA 时，首先须确定和掌握分析的对象，即产品的设计内容及分析的层次、所需的设计资料和图纸。其次在具体分析之前还应画出产品的功能框图、可靠性框图，并规定分析的基本准则和假设，以及分析方法、分析的最低约定层次、故障判据、假设条件及分析范围等。

为了进行定量分析，还需要有关的可靠性数据，通常采用外场数据或相同条件下可靠性试验数据。当缺乏上述数据时，可使用《电子设备可靠性预计手册》(GJB/Z299A) 或其他能获得的故障率数据库，采用的可靠性数据应符合产品的实际情况。

三、FMECA 的步骤

FMECA 一般可按下述步骤进行。

1. 定义所分析的系统

在对设计资料、图纸进行深入了解和理解的基础上定义所分析的系统。系统定义至少应包括如下内容：系统的各项任务，各任务阶段 / 工作模式及其环境剖面；确定系统的功能关系，包括说明主要、次要任务目标；确定系统及其组成部分的故障判据，系统各层次的任务阶段 / 工作方式、预期任务时间、功能和输出等。

2. 画出功能框图

功能框图是进行 FMECA 的基础，它反映了系统各组成部分之间的功能逻辑关系。如果设计资料中已有系统功能框图，则可直接使用。如果系统简单，可靠性框图已能充分说明其逻辑

关系，也可不画功能框图。

3. 确定任务阶段/工作方式及任务功能

确定系统各个层次的任务阶段及工作方式，列出每一个任务阶段及工作方式下各层次的功能输出清单。确定使用不同设备或设备组完成的多个功能。当多于一个工作方式可以完成一种规定的功能时，则应确定替换的功能及转换的程序。

4. 系统完成功能的时间

说明在不同任务阶段以不同的工作方式工作的产品或仅在需要时工作的产品完成功能的时间。

5. 确定环境剖面

说明每一任务阶段预期的环境条件，对在几种不同环境中工作的系统，应分别确定每一种环境剖面。

6. 画出可靠性框图

可靠性框图是从完成系统功能的角度来反映各功能实体之间的相互关系，并用于追踪系统各层次之间故障模式的影响。系统如有几种可替换的工作方式，应画出各个工作方式对应的可靠性框图，可靠性框图的具体画法详见 3.3 节。

7. 确定严酷度类别

严酷度类别是对故障模式导致最坏的潜在影响的一种定性量度。严酷度按表 2-1 所列分类划分其类别。当严酷度类别不能按表2-1进行分类时，可以根据故障所引起初始约定层次的最坏潜在后果的损失程度，确定出与上述规定相类似且适合于被分析系统的分类法，并写入 FMECA 报告中。

表 2-1　故障后果的严重程度分类

类　别	后　果
灾难的 Ⅰ 类	引起人员死亡或系统(如飞机)毁坏
致命的 Ⅱ 类	引起人员严重伤害、造成重大经济损失或导致任务失败的系统严重损坏
临界的 Ⅲ 类	引起人员轻度伤害、造成一定的经济损失或导致任务延误或降级的系统轻度损坏
轻度的 Ⅳ 类	不足以导致人员伤害、造成一定的经济损失或系统损坏的故障，但它会导致非计划性维护或修理

8. 填写 FMEA 表

在上述各项工作的基础上，按“四、FMECA 工作表的填写程序”的说明填写 FMEA 表，表格格式见表 2-2。表 2-2 给出了 FMEA 的基本内容，可根据分析的需要对其进行增减。例如，若 FMEA 结果用于测试性分析，则在 FMEA 表中必须填入故障原因。



表 2-2　故障后果的严重程度分类

第___页　共___页

初始约定层次_____　　日期_____

约 定 层 次_____　　填表_____

任　　务_____　分析的功能/产品层次名称_____　　批准_____

序号	产品标识			功能	故障模式	故障原因	任务阶段/工作方式	故障影响			严酷度类别	故障检测方法	补偿措施	备注
	产品名称	部件标识号	RBD号					局部影响	高一层次影响	最终影响				

注:RBD号即为可靠性框图号。

9. *确定危害度类别*

根据故障模式发生的概率值确定危害度类别。有如下两种确定方法:

(1) 定性法。在尚未获得故障率数据的情况下,采用定性法确定故障模式发生概率的等级,等级的划分见表 2-3。一旦获得故障率数据后,应进行定量分析。

表 2-3　危害度分类——定性法

等级	危害度定义	按下列规定定义故障模式发生概率		
		机　群	产品工作期间	产品工作期间故障模式发生概率
A	经常发生	接连发生	经常发生	单个故障模式发生概率大于产品在该期间内总的故障概率的20%
B	有时发生	发生较频繁	发生几次	单个故障模式发生概率大于产品在该期间内总的故障概率的10%,但小于20%
C	偶然发生	发生几次	不大可能发生	单个故障模式发生概率大于产品在该期间内总的故障概率的1%,但小于10%
D	很少发生	发生可能性很小	不大可能发生甚至不会发生	单个故障模式发生概率大于产品在该期间内总的故障概率的0.1%,但小于1%
E	极少发生	几乎不可能发生,甚至可以不加以说明	发生概率基本为零	单个故障模式发生概率小于产品在该期间内总的故障概率的0.1%

(2) 定量法。对每个故障模式通过危害度的计算确定故障模式发生概率,并按表 2-4 划分其类别。

表 2-4 危害度分类 —— 定量法

等 级	危害度定义	故障模式危害度 C_m
A	经常发生	$>1\times10^{-2}$
B	有时发生	$1\times10^{-4}\sim1\times10^{-3}$
C	偶然发生	$1\times10^{-5}\sim1\times10^{-4}$
D	很少发生	$1\times10^{-6}\sim1\times10^{-5}$
E	极少发生	$<1\times10^{-7}$

注:表中所用的任务时间规定为 1 h。

10. 填写 CA 表

根据所获得的故障率数据和系统的技术状态数据决定采用定性法还是定量法,并按"四、FMECA 工作表的填写程序"的说明填写 CA 表,表格格式见表 2-5。

表 2-5 CA 表

第___页 共___页

初始约定层次_____ 日期_____

约 定 层 次_____ 填表_____

任 务_____ 批准_____

序号	产品标识		功能	故障模式	故障原因	任务阶段/工作方式	故障概率或故障率数据源	危害度计算						危害度代码	备注
	产品名称	RBD 号						故障率 λ_p/h^{-1}	故障影响概率 β	故障模式频数比 α	工作时间 t/h	故障模式危害度 C_m	产品危害度 C_r		

11. 列出危害性矩阵

危害性矩阵如图 2-1 所示。图中纵坐标是故障模式发生概率等级或故障模式危害度,横坐标是严酷度类别。根据故障模式发生概率等级或危害度和严酷度类别在图中相应位置填入故障模式代码。

利用危害性矩阵,可以在给定的严酷度下,将故障模式进行比较,以确定采取纠正措施的先后顺序。离原点越远,危害性越大,凡故障模式代码落在矩阵图中阴影区的产品就被确认为可靠性关键产品,应采取措施使其危害性下降,对于无法降低危害性的那部分产品(即落在阴影区的)应填入可靠性关键产品清单中。



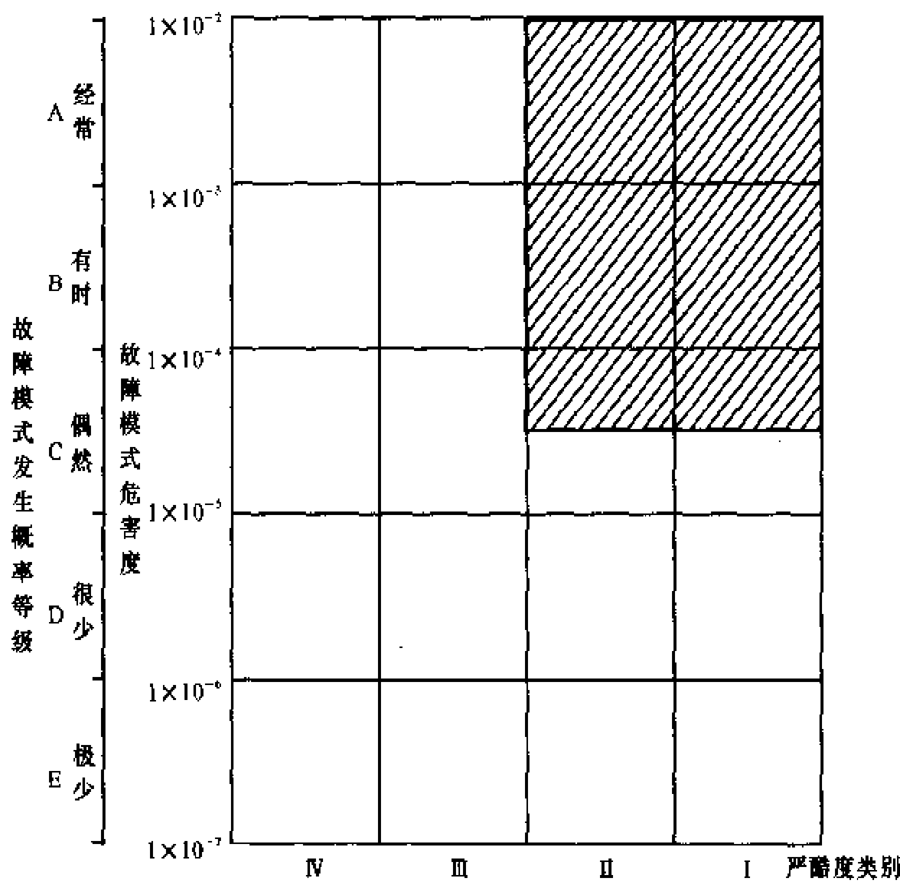


图 2-1　危害性矩阵

12. 编写 FMECA 报告

应根据分析时的设计技术状态编写 FMECA 报告。报告应包括系统定义、基本规则和假设、分析层次、资料来源、填写的各种表格、危害性矩阵图、分析结论及建议等。报告还应给出Ⅰ,Ⅱ类故障模式、单点故障、可靠性关键产品清单,并从设计角度说明无法消除而需保留的理由。表格格式见表 2-6、表 2-7 和表 2-8。

表 2-6　Ⅰ,Ⅱ类故障模式清单

初始约定层次＿＿＿＿　　　　填表＿＿＿＿

约 定 层 次＿＿＿＿　　　　批准＿＿＿＿

序号	产品标识			故障模式	严酷度类别	危害度代码	对安全和任务的影响	建议的纠正措施	故障模式未被消除的理由
	产品名称	部件标识号	RBD号						

表 2-7　单点故障清单

初始约定层次_____　　　　填表_____

约 定 层 次_____　　　　批准_____

任务或工作阶段_____

序号	产品标识			故障模式	危害度代码	单点故障影响描述	建议的纠正措施	故障模式未被消除的理由
	产品名称	部件标识号	RBD 号					

表 2-8　可靠性关键产品清单

初始约定层次_____　　　　填表_____

约 定 层 次_____　　　　批准_____

任务或工作阶段_____

序号	产品标识			故障模式	对安全和任务的影响	危害度代码	检测方法	建议的纠正措施	故障模式未被消除的理由
	产品名称	部件标识号	RBD 号						

四、FMECA 工作表的填写程序

表 2-2 和表 2-5 适用于硬件法和功能法，下面以硬件法为主进行说明，功能法如有不同之处，则作补充说明。

1. FMEA 表的填写程序

(1) 表头　按表 2-2 表头所要求的内容填写。"初始约定层次"是被分析对象所对应的总的完整的产品，它可定为装备、系统、分系统、设备等系列中的任一层次。"约定层次"则是 FMEA 表中正在被分析的产品紧邻的上一层次。"分析的功能/产品层次名称"一栏，当采用功能法时，填入所分析的功能；当采用硬件法时，则填入所分析的分系统的名称。

(2) 序号(第 1 栏)　为了使分析工作具有可跟踪性，应进行连续编号，每一个编号与所分



析的产品相对应。当采用功能法时，如果已知完成功能的产品，则编号对应于填入第 2 栏内的产品；如果尚不知道完成功能的产品，则编号对应填入第 2 栏内的功能；当列出新的分析功能时，需进行新的编号。如果产品已完成工作单元代码的编制，则该栏可填入相应产品的代码。

(3) 产品标识　① 产品名称(第 2 栏)，填入分析产品(或功能)的名称。② 部件标识号(第 3 栏)，填入可靠性框图中对应框的编号。设计图纸或原理图中的编号，用括号加以注明，便于查找。当第 2 栏内为功能名称时，则此栏不填。③ 可靠性框图号(RBD)(第 4 栏)，填入分析产品所在的可靠性框图编号，如果一个产品以不同的分系统或不同的故障模式出现在几个可靠性框图中，则应分别对它们进行分析并填入相应的可靠性框图号。当采用功能法时，则填入功能框图号。

(4) 功能(第 5 栏)　根据完整的系统定义，在该栏中简明填写产品所具有的主要功能，该功能应包括零部件的功能及其与接口设备的相互关系。

(5) 故障模式(第 6 栏)　填入所分析层次(与第 1、第 2、第 3 栏相对应)的所有可预测的故障模式，并用连续的英文小写字母对每一个故障模式进行编号。应通过对产品输出或功能输出的研究来确定潜在的故障模式，防止故障模式的遗漏并保证分析的准确、完整。彻底弄清系统各功能级别的全部可能的故障模式是至关紧要的，因为整个 FMEA 的工作就是以这些故障模式为基础进行的。这里强调的是全部故障模式，决不要不经分析就想当然地认为某种或某些故障模式不重要，放弃分析，这样可能会导致严重后果。当采用硬件法时，由于故障模式与可靠性框图、功能、工作方式有关，所以同一产品的同一故障模式在分析中可能出现几次。为了有助于读者较好地掌握产品故障模式的分析，作为举例，表 2 - 9 列出了一般常见的故障模式。如需更全面地了解故障模式，可见《飞机及机载设备故障失效代码》(GJB—632)。

表 2 - 9　常见的故障模式

序号	故障模式	序号	故障模式	序号	故障模式
1	不转换	18	结构破裂	35	错误动作
2	不释放，不抛放	19	卡死	36	不能开机
3	不返回	20	颤振	37	不能关机
4	不上锁	21	脉动	38	不能切换
5	自开锁	22	不能保持在指定位置上	39	提前运行
6	接不通	23	打不开	40	滞后运行
7	电门跳回(开)	24	关不上	41	输入量过大
8	断裂	25	破裂	42	输入量过小
9	爆破	26	内漏	43	输出量过大
10	烧坏	27	外漏	44	输出量过小

续　表

序号	故障模式	序号	故障模式	序号	故障模式
11	渗油	28	超出允许上限	45	无输入
12	堵塞	29	超出允许下限	46	无输出
13	空中停车	30	间断性工作不稳定	47	电短路
14	加力接不通	31	漂移性工作不稳定	48	电开路
15	炸膛	32	意外运行	49	电泄漏
16	卡链	33	错误指示	50	电击穿
17	不延时	34	流动不畅	51	无信号

(6) 故障原因(第 7 栏)　该栏应说明与故障模式有关的各种原因,包括直接导致故障使品质降低进一步发展为故障的那些物理或化学过程、设计缺陷、零件使用不当或其他过程。在分析故障原因时考虑相邻层次之间的关系,一般来说,下一层次的故障模式为上一层次的故障原因。

(7) 任务阶段 / 工作方式(第 8 栏)　根据系统定义和任务剖面在该栏内填写所在的任务阶段和工作方式,例如起飞、着陆等。

(8) 故障影响　此栏应考虑故障模式对产品工作、任务目标、维修需求及对系统和人员安全的影响。故障模式可以对包括被分析产品层次及以上的各个层次产生的影响进行分析,所以应分别评估“局部影响”、“高一层次的影响”和“最终影响”。当对功能进行分析时,应分别研究功能故障模式对以上三个层次的影响。

(9) 局部影响(第 9 栏)　指故障模式在所分析的层次上,对产品工作或功能方面的影响。当考虑故障对产品造成的后果时,则应结合它引起的二次故障的影响。在某些情况下,局部影响就是故障模式本身。

(10) 高一层次的影响(第 10 栏)　分析故障模式对高一层次的产品工作和功能方面的影响。例如,设备的故障对分系统的工作和功能的影响。

(11) 最终影响(第 11 栏)　分析和确定故障模式对最高层次产品工作、功能或状态方面的最终影响。一般说是对飞机的影响。

(12) 严酷度类别(第 12 栏)　根据故障模式的最终影响,按“确定严酷度类别”的定义确定严酷度类别。

(13) 故障检测方法(第 13 栏)　在此栏,记录发现故障模式的方法和手段,例如,视觉或音响告警、状态监控指示器、BIT 检测、其他指示方式或检测手段、方法等。

对不能检测的故障模式,则应判别该故障模式的发生是否使系统保持在安全状态,对相关联的从属故障如会导致一个不希望的严酷度,则应予以进一步的分析,以确定能否对飞行员给



出指示。

除告警方式外，给飞行员明显的指示方式可分为以下几种：

正常 —— 当系统正常工作时，给飞行员一个明显的指示；

不正常 —— 当系统不正常工作或故障时，给飞行员一个明显的指示；

错误指示 —— 由于指示器不正常工作或故障而发生的错误指示。

(14) 补偿措施(第 14 栏)　记述消除或减轻故障影响的现有补偿措施，补偿措施包括设计措施和飞行员的操作措施。

设计措施包括余度、安全装置、监控技术、替换的工作方式等。

飞行员采取的措施包括人工操作、切断电源等，还应考虑按照错误指示采取的不正确动作所造成的后果，并记录其影响。

(15) 备注(第 15 栏)　记述与分析有关的补充说明，例如，异常状态及余度设备故障的影响，对改进设计的建议等。

2. CA 表的填写程序

填写 CA 表是 FMEA 分析的继续，用于危害性分析，包括计算危害度并按"9. 确定危害度类别"进行危害度分类。

(1) 表头　根据表头各栏名称填写，其中页码一栏应与表 2-2 相同。

(2) 序号(第 1 栏)　填入与表 2-2 第 1 栏相同的数字。

(3) 产品标识　产品名称(第 2 栏)将表 2-2 中的第 2,3 栏的内容填入此栏。可靠性框图(第 3 栏)与表 2-2 中第 4 栏的框图号相同。

(4) 功能(第 4 栏)　与表 2-2 第 5 栏的内容相同。

(5) 故障模式(第 5 栏)　与表 2-2 第 6 栏的内容相同。

(6) 故障原因(第 6 栏)　与表 2-2 第 7 栏的内容相同。

(7) 任务阶段 / 工作方式(第 7 栏)　与表 2-2 第 8 栏的内容相同。

(8) 故障概率或故障率数据源(第 8 栏)　当进行定性分析时，即以故障模式发生概率来评价故障模式时，应列出故障模式发生概率的等级；如果使用故障率数据来计算危害度，则应列出计算时所使用的故障率数据的来源。

(9) 危害度计算。

(10) 故障率 λ_p(第 9 栏)　填入可靠性预计中获得的或按 GJB/Z299A 方法计算的值。故障率 λ_p 还可从试验、外场或其他可靠性数据库中得到，但须对工作应力、环境条件进行分析，并根据其差异程度，对故障率数值进行适当的修正。

(11) 故障影响概率 β(第 10 栏)　β 值是条件概率，它表示该故障模式发生将会导致潜在影响的严酷度等级的条件概率。

一般说，β 的取值由分析人员根据经验判断，并对照表 2-10 的规定确定。

表 2-10 故障影响概率值

故障模式影响	β
造成的严酷度一定发生	1.00
造成的严酷度很可能发生	0.5 ~ 0.99
造成的严酷度可能发生	0.1 ~ 0.49
造成的严酷度的发生可忽略	0.01 ~ 0.09
造成的严酷度实际不发生	0.00

大多数情况下 $\beta=1$，表明故障模式一旦发生就会导致相应的严酷度发生。为了强调故障模式发生的特定状态，确定故障模式的实际影响，β 值应根据功能、特定的工作方式、外部因素等确定，并在 FMECA 报告中说明 β 取值的理由。

(12) 故障模式频数比 α(第 11 栏)　故障模式频数比 α 是故障模式的故障率占该产品故障率的百分比，用十进制的百分数来表示。产品全部可能的故障模式的 α 值之和为 1。

α 值可以根据故障率原始数据分析、试验或外场数据统计得到。如果缺乏这些数据时，分析人员可以根据分析、估计得到。

(13) 工作时间 t(第 12 栏)　根据系统定义确定工作时间，它是以产品每次任务的工作小时或工作循环次数表示。填写本表此栏时，应填入 t 的实际值，当仅进行危害度分类，计算危害度时，t 取 1 h。

(14) 故障模式危害度 C_m(第 13 栏)　故障模式危害度 C_m 表示在特定严酷度下，某一故障模式的发生概率，是特定严酷度下产品危害度的一部分。第 j 个故障模式的 C_{mj} 按下式计算：

$$C_{mj}=\lambda_p\alpha_j\beta_j t \tag{2-1}$$

式中，λ_p 为产品的故障率；α_j 为第 j 个故障模式频数比；β_j 为第 j 个故障模式的故障影响概率；t 为工作时间。

(15) 产品危害度 C_r(第 14 栏)　产品的危害度 C_r 表示在特定严酷度等级、任务阶段与工作方式下，产品故障的发生概率，其值为各严酷度等级下故障模式危害度 C_{mj} 之和，C_r 可按下式计算：

$$C_r=\sum_{j=1}^{n}C_{mj}=\sum_{j=1}^{n}\lambda_p\alpha_j\beta_j t \tag{2-2}$$

式中，j 为特定严酷度下产品的第 j 个故障模式；n 为特定严酷度下产品可能发生的故障模式数；λ_p，α_j，β_j，t 的含义与式(2-1)相同。

(16) 危害度代码(第 15 栏)　危害度代码由代表严酷度等级的罗马数字和代表危害度等级的英文大写字母组成。例如，危害度代码 Ⅱ/B 表示该故障模式的严酷度为 Ⅱ 类，危害度等级为 B 级。



(17) 备注(第 16 栏)　记述与分析有关的补充说明,例如,异常状态、余度产品的故障模式影响、建议的纠正措施、维修、测试等。建议的纠正措施应在 FMECA 报告中加以详细叙述。

五、FMECA 中的维修性信息

FMECA 维修性信息为制定维修计划、检查和测试需求、保障性分析等提供早期信息。

FMECA 维修性信息是 FMECA 的补充,并在 FMECA 完成之后进行。它可以保证维修计划分析、保障性分析、以可靠性为中心的维修分析(RCM)具有一致性。

维修性信息文件的编制是通过填写 FMECA 维修性信息工作表来完成的。表格格式见表 2-11。在 FMECA 维修性信息表中,除下述各栏外,其他各栏与 FMECA 表中对应栏内的内容相同,可从 FMECA 表中转抄过来。

(1) 功能(第 5 栏)　此栏简要说明产品应完成的功能。若用功能法,应详细说明功能定义,与接口功能或子系统的关系。

(2) 产品的 MTBF(第 11 栏)　通常以工作小时为单位填写产品的 MTBF,它等于 CA 表中第 9 栏 λ_p 的倒数。

MTBF 只与产品有关,而与故障模式频数比 α 无关,每个产品只填写一次。

表 2-11　FMECA 维修性信息表

第___页　共___页

初始约定层次_____　　日期_____

约 定 层 次_____　　填表_____

任　　务_____　　批准_____

序号	产品标识			功能	故障模式	故障原因	故障影响			产品MTBF	故障概率预计值	严酷度类别	故障检测方法	基本维修措施	是否属于最少设备清单	备注
	产品名称	部件标识号	RBD号				局部影响	第一层次的影响	最终影响							

(3) 故障概率预计值(第 12 栏)　此栏填写产品每个故障模式故障发生概率的预计值,它等于 CA 表中第 13 栏的故障模式危害度,表示每百万小时故障模式发生的概率。

(4) 基本维修措施(第 15 栏)　描述通过分析人员判断,由维修人员为排除故障所采取的维修措施。还应确定维修后可能需要的调整和校准要求。

(5) 是否属于最少设备清单(第 16 栏)　最少设备清单规定,当系统有某些缺陷时,在遵

守清单中所列相应限制的前提下，系统允许使用。这一栏填写该故障产品是否在此清单中，如果在其中，则确定相应的限制。

六、FMECA 应用示例

以飞机起落架前轮转弯系统(NWS) 为例，简要说明 FMECA 的分析过程。

1. 系统定义

前轮转弯系统(NWS) 构成如下：

a. 轮载开关(WOW) 组件；

b. 指令电位器组件；

c. 反馈电位器组件；

d. 电源组件；

e. 模式选择手柄组件；

f. NWS 控制盒；

g. 液压控制分系统；

h. NWS 故障检测电路；

i. 操纵作动筒组件。

NWS 系统输入信号如下：

a. 飞行员指令；

b. WOW 位置；

c. 前起落架(NLG) 位置。

系统工作原理：NWS 系统通过比较飞行员指令和操纵作动筒反馈信号，输出位置信号，接通电磁线圈。

根据要求的方向(左／右) 每次仅接通一个电磁线圈，使作动筒的一腔与高压管相接通，作动筒动作带动轮子偏转。如果两个电磁线圈都未接通，作动筒两个腔则连通到液压回路管上。

如果其中一个控制电磁线圈由于故障而处于不正常接通状态，则会引起作动筒运动，而造成位置错误。此时控制系统将接通另一个电磁线圈消除位置错误。在这种情况下，作动筒的两个腔均与高压管连通，保证作动筒停止运动。

WOW 位置信号提供飞机处于地面还是空中的信息。

NLG 位置信号提供前起落架处于“收上”还是“放下”位置。

NWS 故障检测电路用于检测系统故障并把故障信号输入到座舱显示器。

2. 绘制功能框图

系统的功能框图见图 2－2。本例未对各组成部分的功能作进一步说明。

3. 绘制可靠性框图

作为举例，本例仅示出液压控制部分的可靠性框图，如图 2－3 所示。

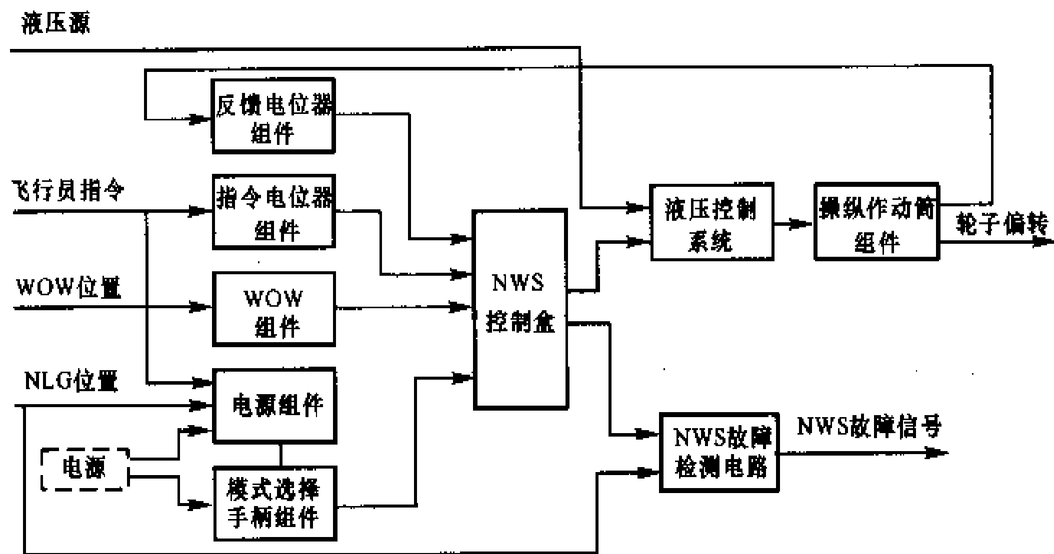


图 2-2　前轮转弯系统功能框图

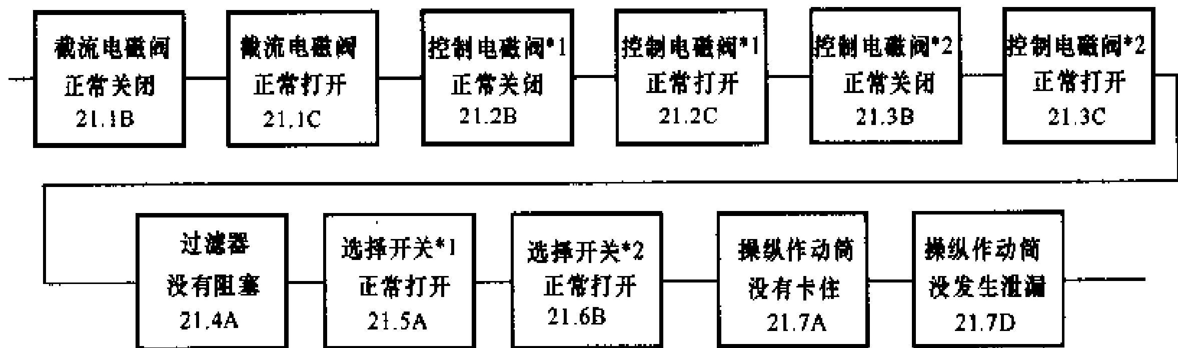


图 2-3　前轮转弯系统液压控制部分可靠性框图

4. 严酷度分类

适用于本例的严酷度分类如下：

类别	最终影响	说　　明
Ⅰ	灾难的	故障导致飞机丧失，人员严重伤害
Ⅱ	致命的	故障导致起飞时前起落架不能收上或不能完成转弯，从而引起任务中断但不影响飞机安全
Ⅲ	临界的	故障导致任务降级
Ⅳ	轻度的	不属于上述类别的故障状态

5. 危害度分类

表 2-4 中所列的危害度分类适用于本例。

6. FMEA 分析

按“四、FMECA 工作表的填写程序”要求填写 FMEA 表，作为示例仅给出表 2-12 所列内容。

表 2-12　FMEA 信息表

系统：NWS 系统　　　　　　　　　　　　　　　　日期：880117
产品层次：4　　　　　　　　　　　　　　　　　填表：a，b
任务：全部　　分析的功能/产品等级名称：飞机转弯功能　　批准：c，d

序号	产品标识			故障模式	任务阶段工作模式	故障影响			严酷度类别	检测方式	现存补偿措施	备注
	产品名称	部件标识号	RBD号			局部影响	对上一级影响	最终影响				
15	截流电磁阀	21.1	21	a. 内部泄漏	起飞/着陆	使少量油进入控制电磁线圈的压力管或回流管	没有影响	轻度的	Ⅳ	无	无	
				b. 不正常关闭	起飞/着陆	控制电磁线圈失去液压源	转弯作动筒失去液压控制	丧失飞机转弯功能	Ⅰ	飞行员感觉	无	
				c. 不正常打开	起飞/着陆	不需要时，给控制电磁阀提供液压源	同 21.1a	同 21.1a	Ⅳ	无	无	
16	控制电磁阀	21.2	21	a. 内部泄漏	起飞/着陆	使少量油流入回油管	同 21.1a	同 21.1a	Ⅳ	无	无	
				b. 不正常关闭	起飞/着陆	不让液压油流到作动筒	转弯作动筒不能工作	丧失飞机转弯功能	Ⅰ	飞行员感觉	无	
				c. 不正常打开	起飞/着陆	不需要时，继续进行液压控制	不需要时，转弯作动筒继续工作	丧失飞机转弯功能	Ⅰ	飞行员感觉	无	

7. CA 分析

在完成 FMEA 分析工作后，进行 CA 分析，按“四、FMECA 工作表的填写程序”要求填写 CA 表，见表 2-13。



表 2-13　CA 信息表

系统：NWS 系统　　　　　　　　日期：880117
产品层次：4　　　　　　　　　　填表：a，b
任务：全部　　　　　　　　　　批准：c，d

序号	产品标识		故障模式	危害度数计算						危害度代码	备注
	产品名称	RBD 号		故障率 λ_p / $10^{-6}h^{-1}$	故障率影响概率 β	故障模式率 α	工作时间 t/h	故障模式危害度 C_m	产品危害度 C_r		
15	21.1 截流电磁阀	21	a. 内部泄漏	48.00	1.000 000	0.100 0	1.00	4.800 0E−06		Ⅳ/D	
			b. 不正常关闭	48.00	1.000 000	0.450 0	1.00	2.160 0E−05	0.000 0E+00/Ⅰ	Ⅱ/C	
			c. 不正常打开	48.00	1.000 000	0.450 0	1.00	2.150 0E−05	2.160 0E−05/Ⅱ	Ⅳ/C	
									0.000 0E+00/Ⅲ		
									2.640 0E−05/Ⅳ		
16	21.2 控制电磁阀 1″	21	a. 内部泄漏	86.40	1.000 000	0.100 0	1.00	8.640 0E−06		Ⅳ/D	
			b. 不正常关闭	86.40	1.000 000	0.450 0	1.00	3.888 0E−05	0.000 0E+00/Ⅰ	Ⅱ/C	
			c. 不正常打开	86.40	1.000 000	0.450 0	1.00	3.888 0E−05	7.776 0E−05/Ⅱ	Ⅳ/C	
									0.000 0E+00/Ⅲ		
									8.640 0E−06/Ⅳ		
17	21.3 控制电磁阀 2″	21	a. 内部泄漏	86.40	1.000 000	0.100 0	1.00	8.640 0E−06		Ⅳ/D	
			b. 不正常关闭	86.40	1.000 000	0.450 0	1.00	3.888 0E−05	0.000 0E+00/Ⅰ	Ⅱ/C	
			c. 不正常打开	86.40	1.000 000	0.450 0	1.00	3.888 0E−05	7.776 0E−05/Ⅱ	Ⅱ/C	
									0.000 0E+00/Ⅲ		
									8.640 0E−06/Ⅳ		

危害度计算示例如下：

截流电磁阀的故障率为

$$\lambda_p = 48 \times 10^{-6}/h$$

在规定的任务阶段，该产品有一个故障模式属于 Ⅱ 类严酷度，有两个故障模式属于 Ⅳ 类严酷度。其故障模式频数比分别为

$\alpha_a = 0.1$ （严酷度为 Ⅳ 类的第一个故障模式）

$\alpha_b = 0.45$ （严酷度为 Ⅱ 类的故障模式）

$\alpha_c = 0.45$ （严酷度为 Ⅳ 类的第二个故障模式）

故障影响概率为

$$\beta_a = \beta_b = \beta_c = 1.0$$

工作时间 $t = 1.0\ \text{h}$

计算故障模式危害度和该产品危害度，得

$$C_{ma} = 4.80 \times 10^{-6},\quad C_{mb} = 2.16 \times 10^{-5},\quad C_{mc} = 2.16 \times 10^{-5}$$

$$C_{r\text{Ⅱ}} = C_{mb} = 2.16 \times 10^{-5},\quad C_{r\text{Ⅳ}} = C_{ma} + C_{mc} = 2.64 \times 10^{-5}$$

将计算结果和有关数据填入 CA 表中相应的各栏内。

8. 绘制危害性矩阵

按要求绘制危害性矩阵，如图 2－4 所示。

系统：前轮转弯　　$\beta=1, t=1$

危害度	Ⅳ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅰ
A（1E－3）				
B（1E－4）				
C（1E－5）	15c		15b 16b 16c 17b 17c	
D（1E－6）	15a 16a 17a			
E（1E－7）				

严酷度

图 2－4　危害性矩阵

9. 填写关键产品清单和单点故障清单

根据危害性矩阵图得到的关键产品填写关键产品清单，见表 2－14。将表 2－12 所列的故障模式对照可靠性框图（见图 2－3）进行分析，得到截流电磁阀"不正常打开"故障模式为单点故障，将其填入单点故障清单中，见表 2－15。



表 2-14　可靠性关键产品清单

系统：NWS 系统　　　　日期：880117

产品层次：4　　　　填表：a，b

任务或工作阶段：全部　　　　批准：c，d

序号	产品标识			故障模式	丧失影响	危害度代码	检测方式	建议的纠正措施	故障模式未被消除理由
	产品名称	部件标识号	RBD 号						
15	截流电磁阀	21.1	21	b. 不正常关闭	丧失飞机转弯功能	Ⅰ/C	飞行员感觉	无	工艺技术的局限
16	控制电磁阀 1"	21.2	21	b. 不正常关闭	丧失飞机转弯功能	Ⅰ/C	飞行员感觉	无	工艺技术的局限
				c. 不正常打开	丧失飞机转弯功能	Ⅰ/C	飞行员感觉	无	工艺技术的局限
17	控制电磁阀 2"	21.3	21	b. 不正常关闭	丧失飞机转弯功能	Ⅰ/C	飞行员感觉	无	工艺技术的局限
				c. 不正常打开	丧失飞机转弯功能	Ⅰ/C	飞行员感觉	无	工艺技术的局限

表 2-15　单点故障清单

系统：NWS 系统　　　　日期：880117

产品层次：4　　　　填表：a，b

任务或工作阶段：全部　　　　批准：c，d

序号	产品标识			故障模式	危害度代码	单点故障影响描述	建议的纠正措施	故障模式未被消除理由
	产品名称	部件标识号	RBD 号					
15	截流电磁阀	21.1	21	b. 不正常关闭	Ⅰ/C	丧失飞机转弯功能	无	工艺技术的限制

习题与思考题

1. 简述应用 FMECA 应注意的问题。

2. 简述危害性分析方法各自的特点。

3. 依据图 2-5 所示的分压器原理图，故障模式分析结果见表 2-16，绘制分压器的危害性矩阵图。

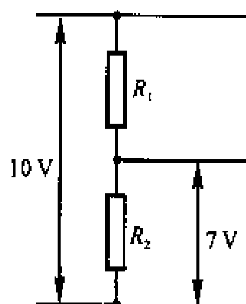


图 2-5　分压器原理图

4. 信号放大器系统有两个信号放大器并联工作，只要一个放大器正常工作即可完成信号放大功能。已知如下条件：$\lambda_A = \lambda_B =$

1.0×10^{-3}/h，该系统的工作时间为 72 h，放大器 A 和 B 均具有两个失效模式，即开路($\alpha=0.9$) 和短路($\alpha=0.1$)。现要求完成该系统的 FMECA(故障影响“系统功能丧失”，严酷度类别为“Ⅰ”；“系统功能降级”，严酷度类别为“Ⅱ”)。

表 2-16　分压器的 FMECA 分析结果

产品名称		R_1	R_1		R_1	R_2	R_2		R_2
故障模式		开路	短路		参数漂移	开路	短路		参数漂移
故障原因		器件内部缺陷开焊	内部缺陷 外部短路		器件内部缺陷	器件内部缺陷开焊	内部缺陷 外部短路		器件内部缺陷
故障影响		没有输出电压	输出电压 10V	分压器烧坏	参数漂移 50%，输出电压 0.26V	输出电压为 10V	输出电压 0V	烧坏分压器	参数漂移 50%，输出电压 5.88V
严酷度类别		Ⅲ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅰ	Ⅲ
危害性分析	α	0.31	0.03		0.66	0.31	0.03		0.66
	β	1.0	0.8	0.2	1.0	1.0	0.2	0.8	1.0
	λ/h^{-1}	1.1×10^{-8}	1.1×10^{-8}		1.1×10^{-8}	1.1×10^{-8}	1.1×10^{-8}		1.1×10^{-8}
	t/h	80 000	80 000		80 000	80 000	80 000		80 000
	C_m	2.728×10^{-4}	1.112×10^{-5}	5.28×10^{-6}	5.808×10^{-4}	2.728×10^{-4}	5.28×10^{-6}	2.112×10^{-5}	5.808×10^{-4}
	C_r	$C_r(\text{Ⅰ})=0.528\times10^{-6}$ $C_r(\text{Ⅱ})=2.112\times10^{-5}$ $C_r(\text{Ⅲ})=8.536\times10^{-4}$				$C_r=2.112\times10^{-5}$ $C_r(\text{Ⅱ})=5.28\times10^{-6}$ $C_r(\text{Ⅲ})=8.536\times10^{-4}$			

第三章 可靠性建模、预计与分配

3.1 概 述

可靠性建模、预计与分配是产品可靠性定量设计中的重要工作项目。

建立可靠性模型是可靠性预计、分配的基础。可靠性预计是估计产品可靠性是否符合定量要求的方法，它可以作为设计手段，为设计决策提供依据。通过预计，还可发现设计中的薄弱环节，提出改进措施，并为维修性分析和保障性分析提供信息。在设计的不同阶段及产品的不同层次上可采用不同的预计方法，由粗到细，随着研制工作的深化而不断细化。

可靠性分配是将研制任务书或技术合同中规定的产品可靠性整体指标，按一定的方法和程序分配到产品的规定层次，以此作为各有关层次的产品可靠性设计的目标。可靠性分配主要适用于工程研制的早期阶段，应尽早进行，并随着设计方案的不断细化和完善进行反复的迭代和修改。

3.2 可靠性模型的种类

为预计或估算产品的可靠性所建立的框图和数学模型称为可靠性模型。

对于复杂产品的一个或一个以上的功能模式，用方框表示的各组成部分的故障或它们的组合如何导致产品故障的逻辑图称为可靠性框图。

一、串联模型

产品的可靠性框图中任一单元产生故障，都将导致产品发生故障的可靠性模型称为串联模型。

1. 串联模型的框图表示法

产品中每一个单元用一个方框表示，方框中可填写单元的名称，也可用该单元的代码填入。方框之间用横线连接。方框的顺序一般按产品工作模式的先后，但也不是绝对的，如在建模时漏了某个单元，可以在后面直接加上。串联模型可靠性框图如图 3－1 所示。

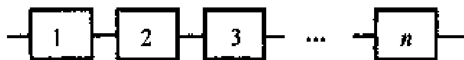


图 3－1 串联模型可靠性框图

2. 串联模型的可靠度(数学模型)

各单元故障互相独立时,产品的可靠度为

$$R_p = \prod_{i=1}^{n} R_i \tag{3-1}$$

式中,R_p 为产品的可靠度;R_i 为第 i 个单元的可靠度;n 为串联单元的总数。

当单元可靠性是时间 t 的函数时,有

$$R_p(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t) \tag{3-2}$$

若所有单元的寿命都服从指数分布,则

$$R_p(t) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda_i t} = e^{-\sum_{i=1}^{n}\lambda_i t} = e^{-\lambda_p t} \tag{3-3}$$

式中

$$\lambda_p = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \tag{3-4}$$

式中,λ_i 为第 i 个单元的故障率(1/h);λ_p 为产品的故障率(1/h)。

这说明由寿命服从指数分布的单元串联组成的产品,其寿命仍然服从指数分布,产品的故障率等于各单元故障率之和。

在串联产品可靠性模型中,如果单元寿命不服从指数分布时,则有

$$R_p = \prod_{i=1}^{n} \exp\left[-\int_0^t \lambda_i(t)\mathrm{d}t\right] = \exp\left\{-\int_0^t \left[\sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t)\mathrm{d}t\right]\right\} \tag{3-5}$$

式中,$\lambda_i(t)$ 为第 i 个单元随时间变化的瞬时故障率。

由上述结果可见,为了提高由单元串联组成的产品的可靠性,可采取下列措施:① 提高每个单元可靠性,即减少其故障率;② 进行简化设计,尽量减少单元数量。

3. 串联模型的用途

串联模型的用途主要有两个:① 研究各种产品的基本可靠性;② 研究产品任务可靠性框图为串联时的任务可靠性。

二、储备模型

当产品采用串联模型设计不能满足任务可靠性要求时,一般应采用储备模型设计。储备模型又分工作储备(即产品的所有单元都处于工作状态)和非工作储备(产品工作时,其中某些单元不工作,只有当产品中一些单元发生了故障时,不工作的单元才工作)两类。储备模型设计保证了产品某些单元发生故障时,产品仍然能完成规定的功能。

下面介绍几种典型的储备模型。

1. 简单并联模型

组成产品的所有单元都发生故障时,产品才出现故障,称为简单并联。其可靠性框图如图 3-2 所示。



$$R_{MS}=R_1+(1-R_1)R_2+\cdots+(1-R_1)\cdots(1-R_{n-1})R_n \quad (3-6)$$

或

$$R_{MS}=1-(1-R_1)(1-R_2)\cdots(1-R_n) \quad (3-7)$$

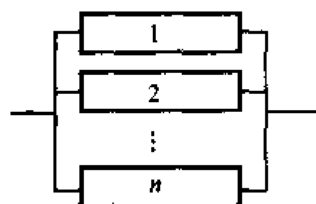


图 3-2　简单并联可靠性框图

式中，R_{MS} 为储备模型的产品的可靠度；R_i 第 i 个单元的可靠度。

2. 串并联模型

产品的可靠性框图由 $n\times N$ 个单元组成，n 个单元为1组串联，共 N 组，再将 N 组并联起来，如图 3-3 所示。

其数学模型为

$$R_{MS}=1-\prod_{j=1}^{N}(1-\prod_{i=1}^{n}R_{ji}) \quad (3-8)$$

式中，R_{MS} 为储备模型的产品的可靠度；R_{ji} 第 ji 个单元的可靠度。

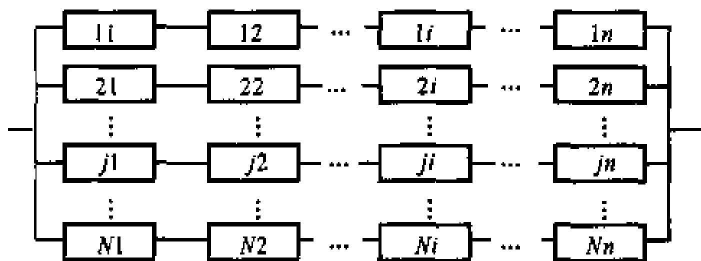


图 3-3　串并联可靠性框图

3. 并串联模型

产品的可靠性框图由 $n\times N$ 个单元组成，N 个单元为一组并联，共 n 组，再将 n 组串联起来，如图 3-4 所示。

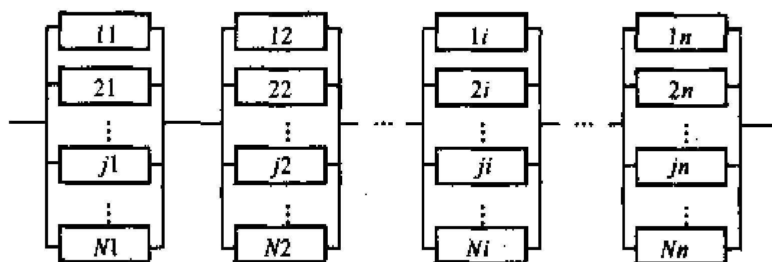


图 3-4　并串联的可靠性框图

其数学模型为

$$R_{MS}=\prod_{i=1}^{n}[1-\prod_{j=1}^{N}(1-R_{ji})] \quad (3-9)$$

式中，R_{MS} 为储备模型的产品的可靠度；R_{ji} 为第 ji 个单元的可靠度。

4. 表决模型（n 中取 k）

产品中有 n 个单元并联连接，但 n 个单元中必须有 k 个或 k 个以上单元正常工作，产品才能正常工作，其可靠性框图如图 3-5 所示。

当各单元的可靠度 R_i 相同时，产品的可靠度数学模型为（设表决器可靠度为 1）

$$R_{MS}=\sum_{i=k}^{n}C_n^i R_i(1-R_i)^{n-i} \tag{3-10}$$

式中，R_{MS} 为储备模型的产品的可靠度；R_i 为第 i 个单元的可靠度。

图 3-5　表决型可靠性框图

当各单元寿命服从指数分布且故障率均为 λ 时，

则

$$R_{MS}(t)=\sum_{i=k}^{n}C_n^i e^{-i\lambda t}(1-e^{-\lambda t})^{n-i} \tag{3-11}$$

产品的平均寿命为

$$\theta=\sum_{i=k}^{n}\frac{1}{i\lambda} \tag{3-12}$$

式中，θ 为平均寿命(h)；λ 为故障率(1/h)。

上面介绍的简单并联模型、串并联模型、并串联模型及表决模型（中取）等都是工作储备模型。

5. 非工作储备模型

产品由 n 个单元组成，且只有一个单元工作，当工作单元发生故障时，通过故障监测装置及转换装置接到另一个单元工作，其可靠性框图如图 3-6 所示。

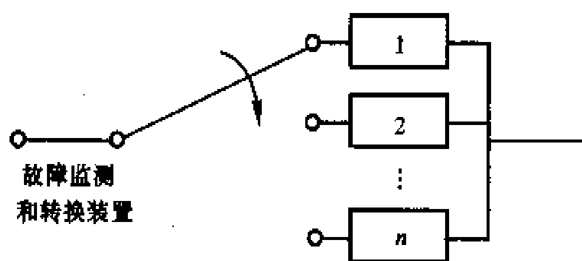


图 3-6　非工作储备可靠性框图

显然，也只有当所有单元发生故障时，产品才发生故障。非工作储备分为冷储备和温储备两种，其数学模型有如下两种：

(1) 冷储备的数学模型。所谓冷储备，即冗余部分在储备或等待过程中完全不工作，仅当工作通道产生故障时才启动并接入工作。

假设监测转换装置完全可靠，产品中所有单元的寿命服从指数分布，且各单元的故障率同为常数 λ，则

$$R_{MS}(t)=e^{-\lambda t}\sum_{i=0}^{n-1}\frac{(\lambda t)^i}{i!} \tag{3-13}$$

若各单元的故障率 λ_i 互不相同，则



$$R_{MS}(t)=\sum_{k=1}^{n}\left[\prod_{\substack{i=1\\i\neq k}}^{n}\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i-\lambda_k}\right)\right]e^{-\lambda_k t} \tag{3-14}$$

产品的平均寿命为

$$\theta=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\lambda_i}\right) \tag{3-15}$$

若监测转换装置不完全可靠，其寿命服从指数分布，故障率为常数 λ_w。最简单的二单元冷储备产品的可靠度和平均寿命为

$$R_{MS}(t)=e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1}{\lambda_w+\lambda_1-\lambda_2}\left[e^{-\lambda_2 t}-e^{-(\lambda_w+\lambda_1)t}\right] \tag{3-16}$$

$$\theta=\int_0^{\infty}R_{MS}(t)dt=\frac{1}{\lambda_1}+\frac{\lambda_1}{\lambda_2(\lambda_w+\lambda_1)} \tag{3-17}$$

式中，λ_1，λ_2 分别为工作单元与储备单元的故障率。

(2) 温储备的数学模型。所谓"温储备"，是指储备单元在等待过程中，虽不工作却一直处于通电状态，以便保证一旦工作通道故障就能立即进入工作。

对于简单的二单元产品，设工作单元故障率为常数 λ_1，储备单元在储备过程的故障率为常数 η_2，转入工作后的故障率为常数 λ_2，其寿命均服从指数分布，且假设监测转换装置完全可靠，产品可靠度即为

$$R_{MS}(t)=e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\eta_2-\lambda_2}\left[e^{-\lambda_2 t}-e^{-(\lambda_1+\eta_2)t}\right] \tag{3-18}$$

产品的平均寿命为

$$\theta=\int_0^{\infty}R_{MS}(t)dt=\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\eta_2}\right) \tag{3-19}$$

三、多功能产品的模型

一个产品如果能执行两种或两种以上的功能时，称这种产品为多功能产品。

多功能产品中如果每个功能在时间上是独立的，即它们或是按时间顺序执行，或是不同时使用两个或两个以上的功能，就可按单功能产品分别处理。

当产品中有一个单元同时承担几个功能时，就不能按单功能处理。例如，某产品具有两个功能，为了完成任务，两个功能都需要，第一个功能需要单元 A 或 B 工作，第二个功能需要 B 或 C 工作，其可靠性框图如图 3-7 所示。

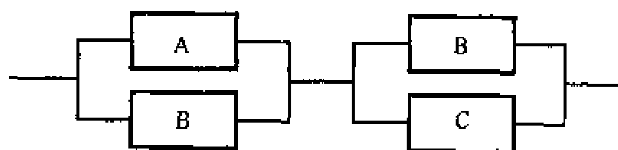


图 3-7　一种多功能产品可靠性框图

假定 $R_A=0.9$,$R_B=0.8$,$R_C=0.7$ 则完成功能 1 和功能 2 的任务可靠度分别为

$$R_{M1}=0.9+0.8-0.9\times0.8=0.98$$

$$R_{M2}=0.8+0.7-0.8\times0.7=0.94$$

由于两个功能同时都用了单元 B,则功能 1 与功能 2 互不独立,产品的任务可靠度为

$$R_{MS}\neq R_{M1}\cdot R_{M2}=0.98\times0.94=0.921\ 2$$

用全概率公式,注意到重复单元 B。按布尔代数 $B^2=B$,则产品的任务可靠度为

$$R_{MS}=R_B+(1-R_B)R_AR_C=R_B+R_A\cdot R_C-R_BR_AR_C=$$
$$0.8+0.9\times0.7-0.8\times0.9\times0.7=0.926$$

3.3 建立可靠性模型的程序

建立可靠性模型分为三个步骤:深入了解产品,确定产品定义;在了解产品的基础上建立产品的逻辑框图;根据产品可靠性框图列出可靠性数学模型。

一、产品的定义

产品定义包括以下内容:

(1) 产品完成什么任务和如何完成。

(2) 产品有没有储备功能,是否是复杂网络,是否是多功能产品。

(3) 在什么条件下作为储备功能或不作储备功能处理。

(4) 产品的性能参数,各单元的性能参数及其允许变化的范围,产品的故障判据。

(5) 产品的任务剖面、环境剖面(包括自然环境和诱导环境)。

(6) 产品完成任务时的时间及各单元在执行任务时的工作时间。

(7) 其他。

1. 产品的任务与模型

完成一项任务的产品,只需建立一个任务可靠性模型。完成多项任务的产品,如果每次执行任务只完成其中某项任务,则按任务分别建立产品的任务可靠性模型。如果一次完成几项或所有任务,这时可以按功能分别建立产品的任务可靠性模型,或者建立能够包括几项或所有功能的产品的任务可靠性模型,这时应注意是否是多功能模型(即注意同时完成多项任务时有无共用单元)。

对于用不同方式完成同一项任务的情况,可以有不同的可靠性要求和模型,如两机格斗,消灭敌机时可以发射机关炮,也可以发射机载导弹。显然,消灭敌机的两种工作模式的可靠性要求和模型是不同的。

2. 确定产品的工作模式

研究产品的工作模式的目的是为了确定产品是否存在储备功能、多功能或是复杂网络型



模型。按照 GJB—813 对产品的工作模式做如下规定：

功能工作模式是指产品执行一种规定任务的工作方式。例如，雷达系统搜索敌机是它的一种功能工作模式，跟踪敌机是它的另一种功能工作模式。

代替工作模式是指产品有两种或两种以上的工作方式完成某一特定的任务。例如，某发射机系统中有一台高频发射机和一台超高频发射机，用两台发射机中任一台发射信息都可以完成某一任务，则称该发射系统发射信息这个特定任务具有代替工作模式。

多功能工作模式是指产品同时执行两种或两种以上的任务。例如，某直升机的电源系统的直流电源在供电时，既供直流电，又作为交流电源代替工作模式中一个单元，所以这个电源系统是多功能工作模式。

3. 规定产品的性能参数及允许界限

将产品的性能参数列成清单或图表，参数要齐全，且必须列出允许的上限和下限。例如，表 3-1 中的第 Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ 栏即是性能参数的清单及允许的上、下限。

表 3-1　性能参数及其允许极限参数

性能参数	测量单位	规定的要求及允许限	以性能超限为标准的故障分类
Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
1. 功率输出 (P_0)	kW	$P_0 = 500 \pm 100$	大偏差：$200 < P_0 < 400$ 极大偏差：$P_0 < 200$
2. 信道容量 (n)	信道数目	$n = 48$	大偏差：$27 < n < 48$ 极大偏差：$n < 24$
3. 电压增益	dB	$A = 40 \pm 3$	大偏差：$30 < A < 37$ 极大偏差：$A < 30$
4. 侦察范围 (H)	m	$H = 300^{+9}_{-30}$	大偏差：$150 < H < 250$ 极大偏差：$H < 150$
5. 误差范围	m	$d_m = 0^{+10}$	大偏差：$10 < d_m < 20$ 极大偏差：$d_m > 20$

另外，应当在性能参数表中列出产品执行任务的失效条件，即产品的故障判据。例如，某产品完成任务的一个条件是它的发射机输出功率不小于 200 kW，因此导致发射机输出功率低于 200 kW 的单个或综合的硬件和软件故障，必然构成任务失效。表 3-1 中第 Ⅳ 栏说明了规定的故障判据，超出极大偏差为故障，在允许极限外和大偏差范围内为降级使用。

4. 确定任务剖面与占空因数

“任务剖面”是指产品在完成规定任务这段时间内所经历的事件和环境的时序描述。其中包括任务成功或致命性故障的判断准则。

一架飞机往往有多种功能，就可能有多个任务剖面。一个产品的基本可靠性模型是唯一的，而任务可靠性模型则随任务剖面的不同而变更。对于不同任务剖面，或者一个任务剖面的不同阶段，其产品有关单元的工作状况、工作模式、工作应力、环境条件等都可能不同，这些因素在建立可靠性模型时都是必须考虑的。

占空因数是产品执行任务时，单元工作时间与产品总工作时间之比。在建立可靠性数学模型时，应当用占空因数加以修正。修正方法分为以下两种情况：

(1) 单元不工作时的故障率可以忽略不计，则单元的可靠性数学模型为

$$R = R(t,d) \tag{3-20}$$

若单元寿命服从指数分布，则

$$R = e^{-\lambda td} \tag{3-21}$$

式中，t 为产品的工作时间；d 为占空因数（$d = \frac{t_1}{t}$，t_1 为单元工作时间）；λ 为单元的故障率。

(2) 当该单元不工作时，故障率不可忽略，但与工作时又不相同，则单元可靠度数学模型为

$$R = R_1 R_2 \tag{3-22}$$

若单元寿命服从指数分布，则

$$R = e^{-\lambda_1 td} e^{-\lambda_2 (1-d)t} = e^{-[\lambda_1 td + \lambda_2 (1-d)t]} \tag{3-23}$$

式中，t 为产品工作时间；d 为占空因数（$d = \frac{t_1}{t}$，t_1 为单元工作时间）；λ_1 为单元工作时的故障率；λ_2 为单元不工作时的故障率。

5. *确定产品的环境剖面与环境条件*

飞行器总是在多种环境中使用，这种环境是由其所处自然环境和自身的诱导环境及产品周围有关产品的诱导环境综合形成的。由于任务剖面的不同，飞机所使用的地域或气候季节的不同，产品的环境剖面与所处的环境条件亦不同。在建立可靠性模型时可按下述方法来考虑环境条件的影响：

(1) 同一个产品用于多个环境条件，此时产品的可靠性框图不变，仅用不同的环境因子对单元的故障率进行修正。

(2) 产品为完成某个特定任务须分为几个工作阶段，而各工作阶段的环境条件均不相同，此时，可分段建立可靠性模型，然后再综合到一个总的可靠性模型中。

二、绘制产品可靠性框图

1. *确定产品的分析层次*

产品的可靠性框图由方框及方框间的连线构成。每个方框代表产品中的一个单元。每个单元又可以由其组成部分绘制下一层次的可靠性框图，依此类推，如图 3-8 所示。可靠性框图绘



到哪个层次必须明确规定。这种层次规定一般与“故障模式及影响分析”的最低单元层次一致，以保证可以相互引用。最低层次的确定还取决于在这个层次上能否提供用于建模的足够信息。

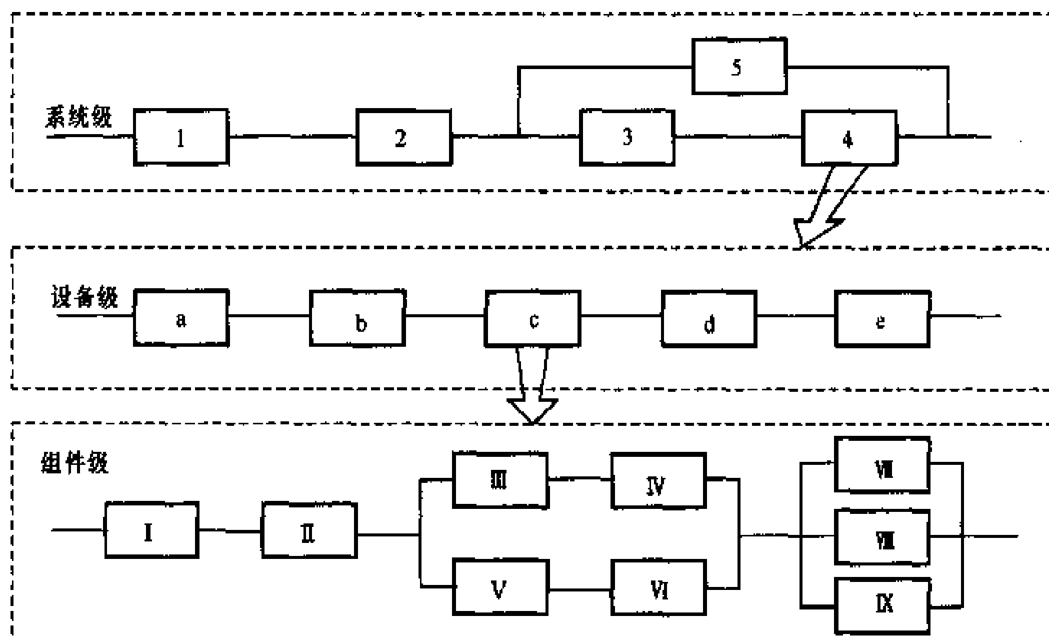


图 3-8　按级展开的可靠性框图

2. 绘制产品的可靠性框图

产品的可靠性框图应有标题，标题的内容包括产品的名称、任务说明、什么类型的框图、产品使用过程的要求等，如标题为“飞机起落装置起飞时的任务可靠性框图”。

可靠性框图中的方框按操作过程中事件发生次序的逻辑顺序排列(基本可靠性框图不作严格要求)，每个方框都应当标明代表产品的哪部分。对含有许多方框的框图应有统一的编码填入每个方框，编码应当保证每个方框对应的硬件不发生混淆，编码要用单独的明细表说明对应关系，或者与产品统一的编码一致。

可靠性框图应当将产品每个功能单元都体现出来，一个方框代表一个功能单元。基本可靠性框图是把产品的所有单元串联起来；任务可靠性框图按产品执行任务过程中的工作模式进行串联、并联、非工作储备等各种有关方式连接。

产品的可靠性框图应当体现产品的层次，同一层次的框图由同一层次的单元组成，下一层次的框图由上一层次的有关单元分解绘制出。

3. 方框图中的假设

绘制可靠性框图时采用了如下假设：

(1) 所有连接方框的连线没有可靠性值，不代表与产品有关的导线或连接器；

(2) 每个方框都有可靠性特征值；

(3) 产品的所有输入量都在规定的极限范围内；

(4) 每个方框代表的单元，其故障是相互独立的，产品只有故障、正常两种状态；

(5) 当软件可靠性没有纳入产品可靠性模型时，应假设整个软件是完全可靠的；

(6) 当人的可靠性没有纳入产品可靠性模型时，应假设人员完全可靠，而且人与产品之间没有相互作用问题。

除上述6条一般假设外，还必须满足具体产品的特定假设。

三、确定可靠性数学模型的方法

根据产品的可靠性框图，用有关的数学方法把产品的可靠性特征值用公式表达出来。这就是可靠性数学模型。确定可靠性数学模型的方法有多种，下面仅介绍普通概率法。

根据可靠性框图用概率关系式（包括全概率公式）确定可靠性数学模型。单功能产品中串联模型、储备模型中的简单并联模型、并串联模型、串并联模型、表决模型等的数学模型已在3.2节中介绍。对更为复杂的可靠性框图，包括多功能产品的可靠性框图，其数学模型都应当用全概率公式导出。全概率公式为

$$R_{MS} = R_A P_1(\text{若 } X \text{ 正常工作}) + (1 - R_A) P_2(\text{若 } X \text{ 故障}) \tag{3-24}$$

式中，R_{MS} 为模型产品的任务可靠度；X 为框图中的第 X 个单元；R_A 为单元 X 工作正常的概率；P_1（若 X 工作正常）为在单元 X 工作正常的条件下产品完成任务的条件概率；P_2（若 X 故障）为在单元故障的条件下产品完成任务的条件概率。

四、选择可靠性模型的原则

(1) 飞机由机体、飞行控制、动力装置、电源、起落装置、液压系统等组成，各个系统的功能无法互相替代，所以飞机是一个串联模型。

(2) 只要能满足其任务可靠性和安全性要求，飞机的系统一般也尽量采用串联模型。若不能满足，如关键系统，一般都采用储备模型。对电子产品来说，多采用工作储备模型；对非电子产品，一般采用非工作储备模型。

(3) 对于简单并联模型，余度数不宜取得太高，因为随着余度数增加，任务可靠性或安全性增加越来越慢。

(4) 在产品的低层次采用余度技术的效果比在高层次采用好。对一个系统来说，组件级采用余度技术比设备级采用余度，其任务可靠性提高得更快。

(5) 航空产品常采用多功能模型和复杂网络模型，以便更好地发挥产品的作用和提高产品的可靠性。

(6) 在选择储备模型时要注意是否存在共因故障和相关故障。

(7) 对军用飞机来说，应做到当受到敌机攻击时尽量不使所有的余度被破坏，并尽量采用



重构技术。

采用储备模型可以提高产品的任务可靠性和安全性，但也导致产品的基本可靠性降低，并将增加产品的重量、体积和复杂度，增加产品维修和后勤保障的工作量等。因此，设计究竟采用哪种可靠性模型，必须进行综合权衡，而不能仅仅着眼于提高任务可靠性和安全性。

五、实例

例 3.1　以 X 型机电源为例进行可靠性建模工作。建模步骤如下：

1. 产品的任务

X 型机电源的任务是向机上直流用电设备提供直流电源，向交流用电设备提供交流电源。根据本电源实际情况，应建直流供电、交流供电两个任务可靠性模型及其相应的基本可靠性模型。

2. 产品的工作模式

X 型电源由直流电源系统和交流电源系统组成。

直流电源系统由三套独立的 15 kW 直流发电分系统并联组成，通过主直流汇流向机上用直流电的设备供电。每套 15 kW 直流发电分系统由起动发电机(OF)、控制盒(KZH)、滤波器(LBQ)、直流接触器(ZLJ) 和分流器(FLQ) 等设备组成。

三套 15 kW 分系统的组成完全一样。

交流电源系统由一套变频交流发电分系统和变流机分系统并联向机上用交流电的设备供电。变频交流发电分系统由交流发电机(JF)、控制保护器(KZB)、两台差动电流互感器(DHQ) 和主接触器(ZY) 等组成，是一次电源。变流机分系统由变流机(BLJ)、控制保护器(KZB) 和接触器(JZQ) 等设备组成。变流机分系统由直流电网供电，即二次电源。

前面介绍的功能和组成，直流电源和交流电源都有代替工作模式，即并联。由于变流机分系统由直流电网供电，所以直流电源系统成为它的一个单元。

3. 建立可靠性模型假设条件

可靠性模型建到设备级。假设单元(即设备) 的寿命分布服从指数分布；单元只有正常或故障两种状态；各单元之间是互相独立的；方框之间的连线没有实际意义。

4. 确定产品的分析层次

在假设条件中规定建模层次最低为设备级。直流电源系统和交流电源系统的任务可靠模型都为两层：第一层的单元为各自的分系统，第二层的单元为各自分系统的设备。基本可靠性模型规定以设备为单元，把各自的所有设备串联起来。

5. 绘制产品的可靠性框图

(1) 规定产品组成单元的代号及编码，如表 3-2，表 3-3，表 3-4 和表 3-5 所示。



表 3-2　电源的各分系统的代号及编码

名　称	直流电源分系统 Ⅰ	直流电源分系统 Ⅱ	直流电源分系统 Ⅲ	变频交流发电分系统	变频机分系统
代　号	A_1	A_2	A_3	B	C
编码	10100	10200	10300	20100	30100

表 3-3　直流电源设备的代号及编码

名　称	发电机	控制盒	滤波器	直流接触器	分流器	（备注）
代号	QF	KZH	LBQ	ZLJ	FLQ	
编码	10110	10120	10130	10140	10150	（A_1 的）
	10210	10220	10230	10240	10250	（A_2 的）
	10310	10320	10330	10340	10350	（A_3 的）

表 3-4　变频交流发电分系统设备的代号及编码

名　称	交流发电机	控制保护器	差动电流互感器	主接触器
代　号	JF	KZB	DHQ	ZY
编　码	20110	20120	20130①,20140②	20150

表 3-5　变流机分系统单元的代号及编码

名　称	交流机	控制保护器	接触器	直流电源
代　号	BLJ	KZB	JZQ	A
编　码	30110	30120	30130	10000

（2）直流电源系统供电时，任务可靠性框图如图 3-9 所示。



图 3-9　直流电源供电时任务可靠性框图

A1，A2，A3 分系统进一步分解到设备级，它的任务可靠性框图相同，如图 3-10 所示。

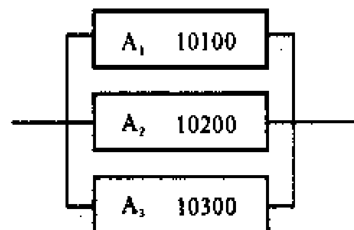


图 3-10　A_i 供电时任务可靠性框图（$i=1,2,3$）

（3）直流电源系统供电时基本可靠性框图如图 3-11 所示。



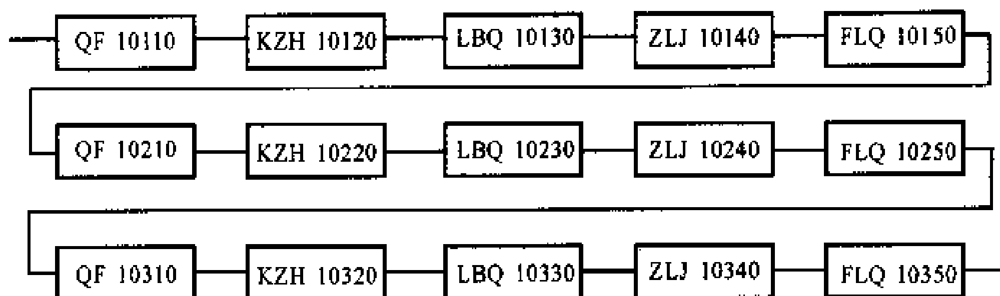


图 3-11　直流电源供电时基本可靠性框图

(4) 交流电源系统供电时任务可靠性框图如图 3-12 所示。其中 B 代表变频交流发电分系统，分解到设备级的任务可靠框图如图 3-13 所示；C 代表变流机分系统，分解到设备级的任务可靠性框图如图 3-14 所示。直流电源系统在这里作为一个单元，进一步分解就是直流电源系统的任务可靠性模型。

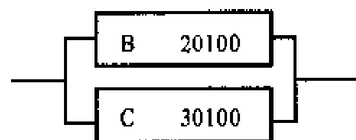


图 3-12　交流电源供电时任务可靠性框图

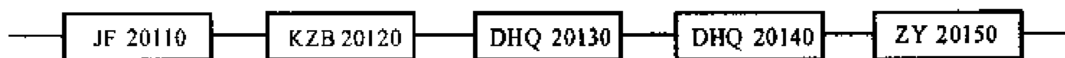


图 3-13　交流变频发电分系统供电时任务可靠性框图



图 3-14　变流机分系统供电时任务可靠性框图

(5) 交流电源系统供电时基本可靠性框图如图 3-15 所示。直流电源系统在这里作为一个单元，它进一步分解即为直流电源系统的基本可靠性框图(见图 3-11)。如图 3-15 所示的基本可靠性框图也就是 X 型机电源的基本可靠性框图。

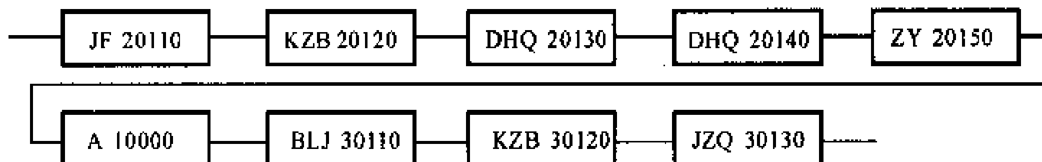


图 3-15　交流电源系统供电时基本可靠性框图

(6)X 型机电源供电时的任务可靠性框图如图 3-16 所示。

6. 确定产品的可靠性数学模型

(1) 直流电源系统供电时基本可靠性数学模型为

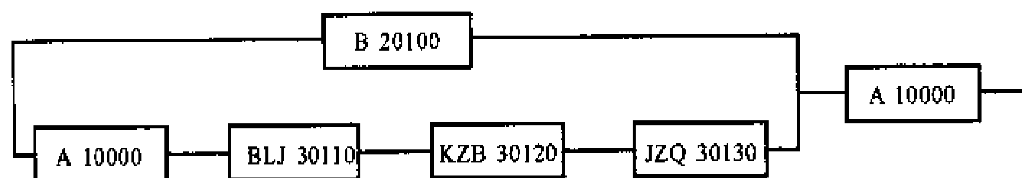


图 3-16 X型机电源供电时任务可靠性框图

$$R_{S1}(t)=\prod_{i=1}^{15}R_i(t)$$

或

$$\lambda_{S1}(t)=\sum_{i=1}^{15}\lambda_i$$

$$(\mathrm{MTBF})_{S1}=\frac{1}{\lambda_{S1}}$$

式中，$R_{S1}(t)$ 为直流电源系统的基本可靠度；$R_i(t)$ 为直流电源系统基本可靠性框图中第 i 个单元的基本可靠度；λ_{S1} 为直流电源系统的故障率；λ_i 为直流电源系统基本可靠性框图中第 i 个单元的故障率；$(\mathrm{MTBF})_{S1}$ 为直流电源的平均故障间隔时间。

(2) 直流电源系统供电时任务可靠性数学模型为

$$R_{M1}(t)=1-\prod_{i=1}^{3}[1-R_{A_i}(t)]$$

或

$$R_{M1}(t)=1-\prod_{i=1}^{3}[1-\mathrm{e}^{-\lambda_{A_i}t}]$$

式中，$R_{M1}(t)$ 为直流电源系统供电时任务可靠度；$R_{A_i}(t)$ 为直流电源中分系统 $A_i(i=1,2,3)$ 的任务可靠度，$R_{A_i}(t)=\prod_{i=1}^{5}R_i(i=1,2,\cdots,5)$，$R_i$ 为 A_i 中第 i 个设备的可靠度；λ_{A_i} 为直流电源中分系统 A_i 的故障率，且 $\lambda_{A_i}=\prod_{i=1}^{5}\lambda_i$，$\lambda_i$ 为 A_i 中第 i 个设备的故障率。

(3) 交流电源系统供电时基本可靠性数学模型（也是 X 型机电源的基本可靠性数学模型）为

$$R_{S2}(t)=R_{S1}(t)\prod_{i=1}^{8}R_i(t)$$

或

$$\lambda_{S2}=\lambda_{S1}+\prod_{i=1}^{8}\lambda_i$$

$$(\mathrm{MTBF})_{S2}=\frac{1}{\lambda_{S2}}$$

式中，$R_{S2}(t)$ 为交流电源系统的基本可靠度；$R_{S1}(t)$ 为直流电源系统的基本可靠度；$R_i(t)$ 为交流电源系统中第 i 个设备的基本可靠度$(i=1,2,\cdots,8)$；λ_{S2} 为交流电源系统的故障率；λ_i 为交流电源系统中第 i 个设备的故障率；$(\mathrm{MTBF})_{S2}$ 为交流电源系统的平均故障间隔时间。



(4) 交流电源系统供电时任务可靠性数学模型如下：

$$R_{M2}(t) = 1 - [1 - R_B(t)][1 - R_C(t)]$$

$$R_B(t) = \prod_{i=1}^{5} R_{iB}(t)$$

$$R_C(t) = R_{M1}(t)\prod_{i=1}^{3} R_{iC}(t)$$

式中，$R_{M2}(t)$ 为交流电源系统的任务可靠度；$R_{M1}(t)$ 为直流电源系统的任务可靠度；$R_B(t)$ 为变频交流发电分系统的任务可靠度；$R_{iB}(t)$ 为变频交流发电分系统中第 i 个设备的任务可靠度；$R_C(t)$ 为变流机分系统任务可靠度；$R_{iC}(t)$ 为变流机分系统中第 i 个设备的任务可靠度。

(5)X 型机电源供电时任务可靠性数学模型。由 X 型机电源供电时任务可靠性框图可知，直流电源系统具有两个功能，是多功能系统，所以数学模型用全概率公式导出，即

$$R_M(t) = R_{M1}(t)[R_B(t) + R_{C1}(t) - R_B(t)R_{C1}(t)]$$

式中，$R_M(t)$ 为 X 型机电源的任务可靠度；$R_{M1}(t)$ 为直流电源供电时的任务可靠度；$R_B(t)$ 为变频交流发电机分系统的任务可靠度；$R_{C1}(t)$ 为变流机分系统中除直流电源外的设备的任务可靠度，$R_{C1}(t) = \prod_{i=1}^{3} R_{iC}(t)$；$R_{iC}(t)$ 为系统中第 i 个设备的任务可靠度。

3.4　可靠性预计

产品的可靠性预计是为了估算产品在给定的工作条件下的可靠性量值。可靠性预计是在可靠性建模的基础上进行的。可靠性预计值非常有用，在方案论证阶段，可作为方案权衡的主要依据。设计阶段统计结果可以反映产品定量的可靠性值，直接与规定的可靠性定量指标进行比较，判明所研制的产品的可靠性将可能达到的定量水平，并找出影响产品可靠性的薄弱环节，为改进设计提供依据。同时，也为可靠性分配提供参考依据。

一般说来，订购方应当事先规定可靠性预计方法，研制单位所采用的数据来源应当事先得到订购方的认可。电子元器件失效率数据参照 GJB/Z299A 和 MIL－HDBK－217。非指数分布的机械构件的可靠性预计，应当列出故障分布，分布假设必须有根据。

一、可靠性预计分类

1. 基本可靠性预计

运用基本可靠性模型可预计出产品、产品各单元的平均故障间隔时间，它与 FMEA，FMECA，FTA 的结果一起，为维修性分析、测试性分析、综合保障性分析提供了产品可靠性设计的重要信息，也是估计产品对维修、综合保障要求的重要数据。基本可靠性预计反映了产品的构成，是产品研制经费预算的依据之一。

2. 任务可靠性预计

可靠性预计是估计产品执行任务过程中完成规定任务的概率，它需采用任务可靠性模型，不影响任务的工作单元不列入任务可靠性模型。在预计时一定要按照任务剖面、工作模式进行，要注意占空因数的计算。任务可靠性预计应当在基本可靠性预计的基础上进行。所用的数据按严酷度分类选取（FMECA 的严酷度分类），选用 Ⅰ、Ⅱ 类全部数据，Ⅲ 类中只选影响任务的数据，Ⅳ 类不选。任务可靠性预计也能发现产品中的薄弱环节，为改进设计指出方向。

二、可靠性预计方法

在产品的可靠性设计过程中，可靠性预计应反复进行。不同的研制阶段，不同类型的产品，预计方法一般是不一样的，下面介绍几种常用的飞机设计预计方法及其适用范围（见表 3-6）。

表 3-6　可靠性预计方法表

序　号	预计方法名称	适用范围		备　　注
		研制阶段	产品类别	
1	相似产品法	方案论证	机械、机电、电子	老产品已有可靠性使用值，或可以统计出来
2	相似电路法	方案论证	电子、机电产品中的电路	老电路已有可靠性使用值，或可以统计出来
3	故障率法	详细设计	机电、电子	使用数据应获得认证
4	元器件计数法	初步设计	电子	非手册数据应获得认证
5	应力分析法	详细设计	电子	非手册数据应获得认证

1. 相似产品法

相似产品法适用于早期设计阶段的可靠性预计。该方法是利用新研产品与已投入使用产品的相似性来预计新研产品的可靠性，而后者的可靠性量值可根据外场信息和有关资料通过评估来得到。相似产品法一般包括下列步骤：

(1) 根据新研产品所属的通用产品的类型、使用条件及其他已知特性等，对新产品进行定义。

(2) 根据新产品定义，确定与新产品最相似的产品。确定其相似性一般要考虑如下因素：产品的结构和性能的相似程度；设计的相似程度；制造的相似程度，如加工程序、材料和工艺等；产品寿命剖面的相似程度（保障、工作和环境等）。

(3) 确定老产品的可靠性水平。收集老产品的内、外场信息等，经过数据处理，以获得老产品的可靠性数值。

(4) 用与新产品相似的老产品的可靠性水平来预计新产品的可靠性水平。



例 3.2　在方案论证阶段，用相似产品法对歼××型屏显火控系统进行可靠性预计。

(1) 定义新产品。歼××型屏显火控系统由显示组件、电子组件、陀螺组件及电缆等组件组成，是机载设备。

(2) 根据新产品的定义，确定相似产品。歼××型屏显火控系统是由歼××型屏显火控系统原型系统派生出来的，其基本工作原理相同，组成基本相似，应用环境也一致，产品的寿命剖面、设计、加工等也完全一致。

(3) 确定现有产品的可靠性水平。收集原型系统从原理试验、性能试验、装机试验到改进设计、可靠性鉴定试验直至交付部队使用等全过程数据，经过数据处理得到可靠性数据，如表 3-7 所示。

表 3-7　原型系统的可靠性数据

参数＼组件	显示组件	电子组件	控制盒	陀螺组件	接口组件	电　缆	系　统
T_m/h	4 600	1 410	13 900	1 500	3 100	3 200	436.17

(4) 预计新产品的可靠性水平。由于歼××型屏显火控系统为原型系统的相似系列产品，因此可以用原型系统的可靠性数据来预计新产品的可靠性水平。不同之处在于原型系统中控制盒的功能在新产品被组合在显示组件之内，而接口组件被取消了。显示组件的可靠性参数做如下修正：

$$(\mathrm{MTBF})_{显} = 1/(1/(\mathrm{MTBF})_{显} + 1/(\mathrm{MTBF})_{控}) =$$
$$1/(1/4\ 600 + 1/13\ 900) = 3\ 456.22\ \mathrm{h}$$

新产品的可靠性预计值为

$$(\mathrm{MTBF})_S = 1/(1/(\mathrm{MTBF})_{显} + 1/(\mathrm{MTBF})_{电} + 1/(\mathrm{MTBF})_{陀} + 1/(\mathrm{MTBF})_{电缆} =$$
$$1/(1/3\ 456.22 + 1/1\ 410 + 1/1\ 500 + 1/3\ 200) = 507.59\ \mathrm{h}$$

所以，在方案论证阶段，对歼××型屏显火控系统的基本可靠性预计结果如表 3-8 所示。

表 3-8　歼××型屏显火控系统的基本可靠性预计值

参数＼组件	显示组件	电子组件	陀螺组件	电　缆	系　统
MTBF/h	3 456.22	1 410	1 500	5 200	507.59

2. *相似电路法*

相似电路法适用于早期设计阶段的可靠性预计，它是从现有电路如振荡器、鉴别放大器、调制器、脉冲传输网络等已经获得的可靠性数据来预计新的相似电路的可靠性水平。在整个产品并不相似，但新研产品中有一个或多个电路与现有产品相似的情况下，可采用此法。使用这

种方法的步骤、程序与“相似产品法”完全相同。

3. 故障率预计法

故障率预计法的适用条件是当设计已进展到详细设计阶段，已有了产品原理图和结构图，选定了元器件和零部件及其类型和数量，且知道它们的基本故障率、产品的使用环境条件及应力等各种影响因素等。具体做法如下：根据产品的原理图画出可靠性框图，按框图建立可靠性数学模型，再以元器件和零部件的故障率逐级预计出产品的可靠性水平。

在大多数情况下零部件的故障率数据是在实验室条件下测得的，叫做基本故障率，用 λ_0 表示。在实际应用时，必须考虑环境条件和工作应力的大小，叫做“工作故障率”，用 λ 表示，即

$$\lambda = \lambda_0 \pi D \tag{3-25}$$

式中，λ 为工作故障率；λ_0 为基本故障率；π 为环境因子；D 为降额因子。

4. 元器件计数法

元器件计数法适用于电子产品早期设计阶段。该方法要求大致知道产品使用的各种元器件的种类、数量、质量等级及工作环境。它的计算步骤是：先计算产品中各种类型元器件的数目，然后乘以相应类型元器件的基本失效率，再用质量等级因子修正，得到第 i 种元器件的失效率，再把各种元器件的失效率累加起来，就得到产品的故障率，其公式为

$$\lambda = \sum_{i=1}^{n} N_i (\lambda_G \pi_Q)_i \tag{3-26}$$

式中，λ 为产品的故障率；λ_{Gi} 为第 i 种元器件的基本失效率；π_{Qi} 为第 i 种元器件的质量等级因子；N_i 为第 i 种元器件的数量；n 为产品所使用元器件的种类数。若产品的所有单元在同一环境下工作，则可直接应用上述公式；若产品的单元分别在不同环境下工作，则要对 λ_{Gi} 进行环境因子修正，再把各乘积累加起来。失效率 λ_G、质量等级 π_Q、环境因子 π_E 取值可参见 GJB/Z299A 或 MIL—HDBK—217F。

5. 元器件应力分析法

元器件应力分析法适用于电子产品详细设计阶段。此时产品已有详细的元器件清单、热分析结果、元器件所受应力的计算结果及所经历的典型环境条件等。对于国产元器件，按 GJB/Z299A 提供的数据和方法进行预计；对于进口元器件，按 MIL—HDBK—217F 提供的数据和方法进行预计。预计的一般程序如下：

(1) 根据电子产品的功能和原理图，建立其基本可靠性、任务可靠性模型(见 3.3 节)。

(2) 计算元器件工作失效率，国产元器件按 GJB/Z299A 提供的数据和方法进行计算，进口元器件按 MIL—HDBK—217F 提供的数据和方法进行。

(3) 将各单元的工作失效率代入产品的可靠性模型，预计产品的基本可靠性或任务可靠性。

例 3.3 用元器件应力分析法计算一个元件的工作失效率 λ_p：一个硅二级管用于固定地面环境，作功率整流器，其质量等级为 JANTX 级，在额定电流的 60%、额定电压的 40%、壳温



(T_C)为60℃下工作。它的额定电流为5 A，$T_S = 100℃$，$T_{max} = 150℃$，采用冶金键接触(T_S为开始降额时的额定温度值)。该硅二极管是进口元件，查MIL—HDBK—217E，其工作失效率计算公式为

$$\lambda_p = \lambda_b(\pi_E\pi_Q\pi_R\pi_A\pi_{S2}\pi_C) \times 失效数/(10^6\ h)$$

式中，λ_p为工作失效率；λ_b为基本失效率；π_E为环境因子；π_Q为质量因子；π_R为电流额定因子；π_A为应用因子；π_{S2}为电压应力因子；π_C为配置因子。

(1) 查元件的基本失效率λ_b。查λ_b值需要先计算电流应力比和温度，按照MIL—HDBK—217E中“5.1.3.12”给出的方法和公式进行计算如下：

应力比为

$$S = I_{OP}/I_{max}(C.F) = 0.6 \times (C.F)$$

当元件的$T_S > 25℃$和$T_{max} < 175℃$时，有

$$C.F = \frac{T_{max} - T_S}{150} = \frac{150 - 100}{150} = 0.33$$

$$T = T_C + (175 - T_{max}) = (60 + 175 - 150) = 85℃$$

$$S = 0.6 \times (C.F) = 0.6 \times 0.33 = 0.2$$

根据计算的T值和S值，查MIL—STD—217E表，得$\lambda_b = 0.000\ 76/(10^6\ h)$

(2) 查环境因子π_E。查MIL—STD—217E中表5.1.1-3知“固定地面”环境的符号为G_F，再查表5.1.3.4-1，知$\pi_E = 3.9$。

(3) 查质量等级因子π_Q。查MIL—STD—217E中表5.1.3.4-2，JANTX级，$\pi_Q = 0.3$。

(4) 查电流额定值因子π_R。查MIL—STD—217E中表5.1.3.4-3，额定电流为5 A时，$\pi_R = 2.0$。

(5) 查应用因子π_A。查MIL—STD—217E中表5.1.3.4-4，功率整流(大于500 mA)时，$\pi_A = 1.5$。

(6) 查电压应力因子π_{S2}。查MIL—STD—217E中表5.1.3.4-5，当$S = 0.4$时，$\pi_{S2} = 0.7$。

(7) 查配电因子π_C。查MIL—STD—217E中表5.1.3.4-6，冶金键接触时，$\pi_C = 1.0$。

(8) 计算λ_p为

$$\begin{aligned}\lambda_p = &\lambda_b(\pi_E\pi_Q\pi_R\pi_A\pi_{S2}\pi_C) = \\ &0.000\ 76 \times (3.9 \times 0.3 \times 2.0 \times 1.5 \times 0.7 \times 1.0) = \\ &0.00\ 19 \times 10^{-6}(1/h)\end{aligned}$$

三、影响预计结果的主要因素

影响预计结果的主要因素有以下几方面：

(1) 产品的可靠性模型建得是否正确；

(2) 产品的环境条件、热分析是否准确；

(3) 产品承受的载荷是否准确，应力分析是否符合产品工作的实际情况；

(4) 预计使用的数据准确与否；对非手册数据是否进行了深入分析，是否得到认证；

(5) 产品及产品各单元的任务时间是否给得准确，占空因数计算是否准确；

(6) 预计方法选择是否恰当。

四、可靠性预计注意事项

可靠性预计时应注意以下几点：

(1) 只要条件允许，应尽早、尽快地进行可靠性预计，并在设计和信息发生变化时及时修改。早期预计的结果虽然粗糙一些，但在可靠性分配、找出薄弱环节用于设计改进、确定是否满足可靠性要求、确定研制经费等方面仍能为设计者、计划部门、决策者等提供重要依据。

(2) 对于非指数分布的零部件，预计报告中应当列出其失效分布，所有失效分布的假设都应有依据。对于机械零部件或电气元件，可参考 NPRD-3(《非电子零部件可靠性数据》) 和有关的国内外资料。

(3) 预计时使用非标准手册中的数据要进行分析，在预计报告中要说明分析深度、分析方法、数据来源和可信程度等，并须得到订购方的认可。

(4) 预计值应大于产品研制任务书或合同中规定的成熟期规定值或目标值。

五、可靠性预计报告

1. 编写要求

在完成各个研制阶段的可靠性预计后，应编写相应的可靠性预计报告。报告应按照 GJB/Z23 的要求进行编写，并至少应包括以下内容：

(1) 产品的工作原理及其组成；

(2) 产品的可靠性框图；

(3) 产品的任务剖面与寿命剖面；

(4) 研制任务书或合同中规定的可靠性指标(成熟期的目标值或规定值)；

(5) 选用的可靠性预计方法及选用理由；

(6) 预计所用的数据来源；

(7) 预计时所做的假设；

(8) 预计的结果及其分析；

(9) 改进的措施等。

2. 报告格式

可靠性预计报告格式可参照表 3-9。



表3-9　可靠性预计报告格式示例

1	引言	5	可靠性预计
1.1	预计目的	5.1	可靠性模型
1.2	适用范围	5.2	预计中所做的假设与预计方法及其说明
2	引用文件	5.3	预计中所用的数据来源说明
3	术语	5.4	预计计算过程数据及结果
4	产品定义及工作原理	6	预计结论与分析
		7	建议改进的措施及其他须说明的事项

3.5　可靠性分配

一、可靠性分配的目的

飞机可靠性指标分配，就是将型号研制任务书中规定的可靠性指标，按一定的方法和程序逐级分配给各个系统、分系统和机载设备，并将分配结果纳入相应的研制任务书或技术经济合同。由于组成飞机的各个系统、分系统和机载设备的可靠性水平不同，所表现的故障机理和薄弱环节各异，为提高其可靠性水平的技术难度和费用额度也不相同，因此，分配时要综合权衡，并留有余地，且要把分配结果尽可能早地加以确认，以作为产品可靠性设计的目标和依据，并研究达到这个目标的有效途径及方法。

二、可靠性分配的基本原则

(1) 分配给具有下述特点产品的可靠性指标应该相对低一些。

1) 复杂程度高的系统、分系统和机载设备；

2) 技术上不成熟的和技术难度大的产品；

3) 处于恶劣环境条件下工作的产品；

4) 需要长期工作的产品。

(2) 对于重要度高的产品，应分配较高的可靠性指标。

(3) 分配工作应在预计的基础上进行，并要根据需要与可能进行权衡分配。

(4) 可靠性指标分配工作应在设计阶段的早期进行，使设计人员尽早得知所设计产品的可靠性要求，并将其体现于设计规范之中。

(5) 应按成熟期目标值或规定值(并留有适当余量)进行分配。

三、可靠性分配步骤

可靠性分配通常按下述步骤进行：

步骤1：确定需分配的可靠性参数和指标；

步骤2：绘制整机或系统可靠性方框图(在分配过程中所考虑的每一项指标都要绘制相应的可靠性框图)；

步骤3：确定对整机、系统和机载设备可靠性影响的因素以及各因素的影响程度；

步骤4：选择适当的分配方法，收集分配用数据；

步骤5：进行可靠性指标分配；

步骤6：验证所分配指标是否满足整机或系统的可靠性要求，若不满足时，应进行可靠性再分配。

四、可靠性分配方法

可靠性分配方法与产品设计目标、系统下属各级定义的清晰程度及有关类似产品的可靠性数据的多少有关，根据具体情况的不同，所采用的方法也不同。有的是在设计的早期阶段，产品定义并不十分清晰的情况下进行初步的可靠性分配，有的则是在类似产品可靠性数据不足的情况下凭以往的经验进行分配。下面将介绍几种不同的分配方法。

1. 等分配法

这是在设计初期，当产品定义并不十分清楚时所采用的最简单的分配方法。

该系统由 n 个分系统串联组成，若给定系统可靠度指标为 R_S^*，则按等分配法分配给各下属系统或设备的可靠度指标 R_i^* 为

$$R_i^* = \sqrt[n]{R_S^*} \tag{3-27}$$

2. 评分分配法

当缺乏有关产品的可靠性数据时，可以按照几种因素进行评分，这种评分可以由有经验的工程技术人员用打分的方式给出，并根据评分情况给每个下属系统或设备分配可靠性指标。

评分分配法主要考虑下述四种因素：

复杂程度——根据组成系统、分系统和设备的元、部件数量以及它们组装的难易程度来评定。最简单的评1分，最复杂的评10分。

技术水平——根据下属系统或设备的技术水平和成熟程度来评定。水平最低的评10分，水平最高的评1分。

重要程度——根据系统、分系统或设备的重要程度来评定。最重要的系统、分系统或设备评10分，重要度最低的评1分。

环境条件——根据系统、分系统或设备所处的环境来评定。在工作过程中会经受极其严



酷的环境条件的评 10 分，环境条件最好的评 1 分。

根据评分，其分配公式如下：

$$\lambda_S^* = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \tag{3-28}$$

$$\lambda_i^* = C_i \lambda_S^* \tag{3-29}$$

$$C_i = \omega_i / \omega \tag{3-30}$$

$$\omega_i = \prod_{j=1}^{4} r_{ij} \tag{3-31}$$

$$\omega = \sum_{i=1}^{n} \omega_i \tag{3-32}$$

式中，λ_S^* 为系统规定的故障率(1/h)；λ_i^* 为系统下属第 i 个产品的故障率(1/h)；C_i 为系统下属第 i 个产品的评分系数；ω_i 为系统下属第 i 个产品的评分数的乘积；r_{ij} 为第 i 个产品第 j 个因素的评分数；ω 为系统的评分总数；i 为第 i 个产品；j 为第 j 个因素($j = 1,2,\cdots,4$)。

例 3.4　某飞机共由 18 个分系统组成，其中 5 个分系统是采用已使用过的机载设备，并已知其 MTBF 值(见表 3-10)，规定飞机的可靠性指标 MTBF = 2.9 h。试用评分法对其余 13 个分系统进行可靠性分配。

表 3-10　例 3.4 用表

分系统名称	已知的 MTBF/h
发动机	50
前缘襟翼	80
应急系统	500
飞控系统	142
弹射救生系统	280
总计	22.166

解　由于已知 5 个分系统的 MTBF 为 22.166 h，则在总指标 2.9 h 中扣除 22.166 h，把剩余的值分给其余的 13 个分系统，因此

$$\frac{1}{2.9} - \frac{1}{22.166} = \frac{1}{3.337}$$

即应按 MTBF = 3.337 h 的目标，用评分法分给 13 个分系统(见表 3-11)。

表 3-11 可靠性分配表

分系统名称	复杂程度 r_{i1}	技术水平 r_{i2}	重要程度 r_{i3}	环境条件 r_{i4}	各系统评分数 ω_i	各系统评分系数 C_i	分配给各分系统的 MTBF/h
结　构	8	4	10	4	1 280	0.136	24.534
动力装置	8	1	10	8	640	0.068	49.068
发动机接口	3	2	5	4	120	0.013	256.67
燃油系统	5	2	10	8	800	0.085	39.26
液压系统	5	2	8	7	560	0.06	55.6
空中刹车系统	4	3	2	5	120	0.013	256.67
前轮结构	4	3	2	5	180	0.019	175.6
失速告警系统	6	5	3	7	630	0.067	49.8
电子对抗系统	6	1	10	6	360	0.038	87.8
电　源	7	2	10	6	840	0.09	37.1
座　舱	3	1	3	3	27	0.003	1 112.2
航空电子	9	7	8	7	3 528	0.376	8.873
其　他	2	5	6	5	300	0.032	104.28
总　计					9 385	1	3.337

3. 比例组合法

如果一个新设计的系统(分系统或机载设备)与老系统(分系统或机载设备)相类似,对这个新的系统(分系统或机载设备)只是根据新的需求提出新的可靠性指标要求,则可采用比例组合法进行可靠性分配,即

$$\lambda_{iX}^{*} = \lambda_{iL}\frac{\lambda_{SX}^{*}}{\lambda_{SL}} \tag{3-33}$$

式中,λ_{iX}^{*} 为分配给新系统中第 i 个下属系统或设备的故障率;λ_{SX}^{*} 为新系统规定的故障率指标;λ_{SL} 为老系统的故障率;λ_{iL} 为老系统中第 i 个下属系统的故障率。

这种方法只适用于新、老系统结构、性能、环境条件、工艺方法等相似,而且有统计数据的情况。

4. 考虑重要度和复杂度的分配法

这种分配方法是既考虑到重要度又考虑到复杂度的一种分配方法。假设系统是由 K 个寿

命服从指数分布的分系统组成，且分配的可靠性指标以MTBF表示，则分配给第i个分系统的可靠性指标为

$$(\mathrm{MTBF})_i = \frac{NW_i t_i}{n_i[-\ln R_S^*(t)]} \tag{3-34}$$

式中，i为分系统编号，$i=1,2,3,\cdots,K$，K为分系统数；t为分系统的工作时间；t_i为第i个分系统的工作时间；W_i为以第i个分系统发生故障将会导致系统发生故障的概率表示的重要因子，由统计方式得到；n_i为第i个分系统的部件数；N为系统的部件总数，$N=\sum_{i=1}^{K} n_i$；$R_S^*(t)$为系统规定的可靠度指标；$(\mathrm{MTBF})_i$为分配给第i个分系统的平均故障间隔时间值。

式(3-34)表明，分配给第i个分系统的可靠性指标值$(\mathrm{MTBF})_i$与该系统的重要度成正比，而与它的复杂度成反比。

例3.5　某机载电子设备要求工作12 h的可靠度$R_S^*=0.923$，这台设备的各分系统(设备)的有关数据见表3-12，试对各分系统(设备)进行可靠度分配。

解　(1) 已知$R_S^*=0.923$及表3-12。

表3-12　例3.5的有关数据

序号	分系统(设备)名称	分系统构成部件数n_i	工作时间t_i/h	重要因子W_i
1	发动机	102	12	1.0
2	接收机	91	12	1.0
3	起飞用自动装置	95	3	0.3
4	控制设备	242	12	1.0
5	电源	40	12	1.0
	共计	570		

(2) 按式(3-34)计算分配给各分系统(设备)的$(\mathrm{MTBF})_i$如下：

$$(\mathrm{MTBF})_1 = \frac{-570\times 1.0\times 12}{102\times \ln 0.923} = 837\ \mathrm{h}$$

$$(\mathrm{MTBF})_2 = \frac{-570\times 1.0\times 12}{91\times \ln 0.923} = 938\ \mathrm{h}$$

$$(\mathrm{MTBF})_3 = \frac{-570\times 0.3\times 3}{95\times \ln 0.923} = 67\ \mathrm{h}$$

$$(\mathrm{MTBF})_4 = \frac{-570\times 1.0\times 12}{242\times \ln 0.923} = 353\ \mathrm{h}$$

$$(\mathrm{MTBF})_5 = \frac{-570\times 1.0\times 12}{40\times \ln 0.923} = 2\,134\ \mathrm{h}$$

(3) 计算分配给各分系统(设备)的可靠度 R_i 为

$$R_1 = e^{-12/837} = 0.985\,8$$

$$R_2 = e^{-12/938} = 0.967\,8$$

$$R_3 = e^{-3/67} = 0.956\,2$$

$$R_4 = e^{-12/353} = 0.966\,6$$

$$R_5 = e^{-12/2\,134} = 0.994\,4$$

5. 可靠度的再分配法

当通过预计得到各分系统可靠度 $R_1, R_2, \cdots, R_n$ 时，系统的可靠度 R_S 为

$$R_S = \prod_{i=1}^{n} R_i \tag{3-35}$$

式中，$i = 1, 2, \cdots n$，n 为分系统数。

如果 $R_S < R_S^*$（规定的可靠度指标），即所设计的系统不能满足规定的可靠度指标的要求，故应对各分系统的可靠性指标进行再分配。

根据工程经验，对可靠性低的分系统(或元、部件)进行改进设计，其效果最为显著。因此，"可靠性再分配法"的基本思想是：把原来可靠性较低的分系统的可靠度都提高到某一值，而对于原来可靠度较高的分系统的可靠度仍保持不变，具体步骤如下：

(1) 根据各分系统可靠度大小，由低到高将它们依次排列为

$$R_1 < R_2 < \cdots < R_K < R_{K-1} < \cdots < R_n \tag{3-36}$$

(2) 按可靠度再分配的思想，把可靠度较低的 $R_1, R_2, \cdots, R_K$ 都提高到某一 R_0 值，而原可靠度较高的 $R_{K-1}, \cdots, R_n$ 仍保持不变，则系统可靠度 R_S 为

$$R_S = R_0^K \prod_{i=K+1}^{n} R_i \tag{3-37}$$

使 R_S 满足规定的系统可靠度指标要求，也就是使

$$R_S = R_S^* = R_0^K \prod_{i=K+1}^{n} R_i \tag{3-38}$$

(3) 确定 K 及 R_0，也就是要确定哪些分系统的可靠度需要提高以及提高到什么程度。K 可以通过下述不等式求得：

$$r_j = \left(\frac{R_S^*}{\prod_{i=j+1}^{n+1} R_i} \right)^{1/j} > R_j \tag{3-39}$$

令 R_{n+1} 为 1，K 就是满足此不等式的 j 的最大值，即

$$R_0 = \left(\frac{R_S^*}{\prod_{j=K+1}^{n+1} R_j} \right)^{1/K} \tag{3-40}$$



例3.6　一个系统由3个分系统串联组成，通过预计得到它们的可靠度分别为0.7，0.8，0.9，则系统可靠度 $R_S=0.504$，而规定的系统可靠度 $R_S^*=0.65$。试对3个分系统进行可靠度再分配。

解　把原分系统的可靠度由小到大排列为

$$R_1=0.7,\quad R_2=0.8,\quad R_3=0.9$$

令 $R_{n+1}=R_4=1$，利用式(3-39)得

$$j=1,\ r_1=\left(\frac{R_S^*}{R_2R_3R_4}\right)^{1/1}=\left(\frac{0.65}{0.8\times0.9\times1}\right)^{1/1}=0.903>R_1$$

$$j=2,\ r_2=\left(\frac{R_S^*}{R_3R_4}\right)^{1/2}=\left(\frac{0.65}{0.9\times1}\right)^{1/2}=0.85>R_2$$

$$j=3,\ r_3=\left(\frac{R_S^*}{R_4}\right)^{1/3}=\left(\frac{0.65}{1}\right)^{1/3}=0.866<R_3$$

则

$$K=2$$

利用式(3-40)，有

$$R_0=\left[\frac{R_S^*}{R_3R_4}\right]^{1/K}=\left[\frac{0.65}{0.9\times1}\right]^{1/2}=0.85$$

即

$$R_1=R_2=R_0=0.85,\quad R_3=0.9$$

应用式(3-37)，则

$$R_S=R_0^2R_3=0.85^2\times0.9=0.65=R_S^*$$

习题与思考题

1. 试叙述各种可靠性分配方法的适用范围。
2. 简述可靠性分配的准则。
3. 试比较各种预计方法的适用范围及使用方法的先决条件。
4. 简述可靠性预计的注意事项。
5. 试证明由2×n个相同部件组成的串并联系统的可靠度比并串联系统的可靠度低，参见图3-17。

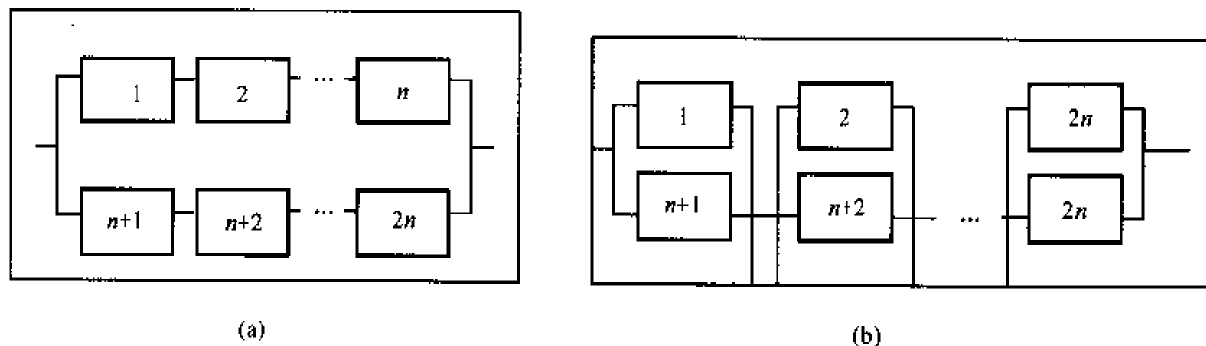


图3-17　题5图

(a) 串并联系统可靠性框图；(b) 并串联系统可靠性框图

6. 已知某一系统任务可靠性模型，其中 $R_A = 0.8$，$R_B = R_C = 0.75$，$R_D = R_E = 0.78$，$R_F = 0.7$，$R_H = 0.64$，试预计系统的任务可靠性。

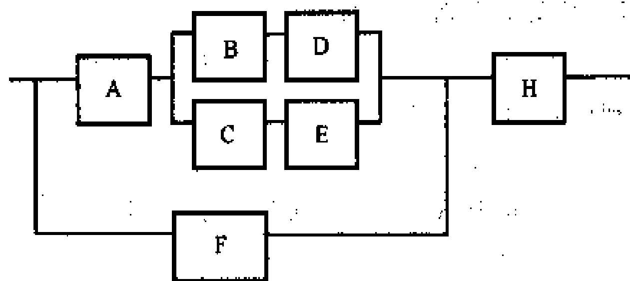


图 3-18　题 6 图

7. 某系统（见习题 6）由 A,B,C,D,E,F,G 七个单元组成，它们的故障率分别为 0.001/h，0.002/h，0.003/h，0.003/h，0.002/h，0.004/h，0.003/h，若要求系统的可靠度为 0.95（在任务时间内），试将此指标分配给各个单元。

第四章　复杂系统可靠性分析的失效树方法

4.1　概　述

在分析系统可靠性时，20世纪60年代初沿用数学家提出的真值表法、概率图法、可靠性框图法等。随着系统复杂性的增加，工程师们感到应用这些方法很困难，更重要的是这些方法无法反映环境因素和人为差错的影响，于是人们努力研究简便易行的新方法。

1961年，美国贝尔电话研究所的H. A. Watson在分析民兵导弹发射控制系统安全性时首先提出并应用了失效树分析法，取得了卓越的成绩。此后很多人从事应用和研究，使之逐渐完善形成了完整的理论。其应用已普及到宇航、航空、交通、机械工业、电子工业和化学工业等部门，在社会安全和经济管理领域也开始应用了。现在国际上已公认失效树分析法是可靠性、安全性分析的一种简单、有效且很有发展前景的方法。

所谓失效树分析法，是首先写出分析的系统故障事件作为第一阶(即第一行)，再将导致该事件发生的直接原因(包括硬件故障、环境因素、人为差错等)并列地作为第二阶，用适当的事件符号表示之，并用适当的逻辑门把它们与系统故障事件连接起来。其次，将导致第二阶各故障事件发生的原因分别并列在第二阶故障事件的下面作为第三阶，用适当的事件符号表示之，并用适当的逻辑门与第二阶相应的事件连接起来。如此逐阶展开，直到把最基本的原因都分析出来为止。这样的一张逻辑图叫做失效树(Fault Tree，简称FT)，也称故障树。

失效树分析法(Fault Tree Analysis，简称FTA)就是在系统设计过程中，通过对引起系统故障的各种因素(包括硬件、软件、环境、人为因素等)进行逻辑因果分析，确定导致故障发生的各种可能的原因，并通过定性分析和定量计算，找出系统设计的薄弱环节，采取纠正措施，以提高系统可靠性和安全性的一种设计分析方法和评估方法。

在失效树分析法中，把要分析的系统故障事件称为顶事件，把不能再分解的基本事件称为底事件，把其他事件称为中间事件。

4.2　建立失效树的基本过程

一、失效树中的常用符号

失效树中的常用符号如表4-1所示。

表 4-1　故障树常用符号

符号	初始事件
	条件事件 —— 施加于任何逻辑门的特定条件或限制（主要与优先与门及禁门一起使用）
	基本事件 —— 不要求进一步展开的事件，它是元部件在设计的工作条件下所发生的随机故障事件，且只能作为逻辑门的输入，而不能作为输出
	未展开事件 —— 可能发生，但概率较小或对系统而言不需要进一步分析的故障事件，这些故障事件在定性、定量分析中一般都可忽略不计
	外部事件 —— 由所分析系统边界外的因素造成的可能发生的事件
符号	**中间事件**
	中间事件 —— 因通过逻辑门作用的一个或多个先行原因而发生的故障事件，该故障事件下面与逻辑门连接，它包括除底事件之外的所有中间事件及顶事件
符号	**门**
A $B_1\ B_2 \cdots B_n$	逻辑"与"门 —— 全部输入故障发生才发生输出。设 $B_i(i=1,2,\cdots,n)$ 为门的输入事件，A 为门的输出事件。所有 B_i 发生时 A 才发生，这种关系称为事件"交"，这种逻辑门称为"与"门，相应的逻辑表达式为 $A=B_1\cap B_2\cap\cdots\cap B_n$
A $B_1\ B_2 \cdots B_n$	逻辑"或"门 —— 一个或多个输入故障发生即发生输出，即当输入事件 $B_i(i=1,2,\cdots,n)$ 中至少有一个发生时，则输出事件 A 发生，这种关系称为"并"，这种逻辑门称为"或"门，相应的逻辑表达式：$A=B_1\cup B_2\cup\cdots\cup B_n$
	优先"与"门 —— 全部输入故障按一特定顺序发生时则输出事件发生（顺序由门右边的条件事件确定）
条件	禁门 —— 当给定条件满足时，输入事件直接引起输出事件的发生，否则输出事件不发生（给定条件由门右边的条件事件所规定）
r/n	表决门 —— 表决门表示仅当 n 个事件中有 r 个或 r 个以上的事件发生时，输出事件才发生
转入	转入 —— 表示故障树进一步展开的情况示于相应的转出处
转出	转出 —— 表示这部分故障树必须连接到相应的转入处



二、建立失效树的基本原则与步骤

1. 建立失效树的基本原则

(1) 正确地选择并定义顶事件。

(2) 对系统中各事件的逻辑关系必须分析清楚，不能有逻辑上的矛盾，条件要统一。

(3) 在对某个门的全部输入事件中的任一输入事件进一步分析之前，应先对该门的全部输入事件做出完整的定义。

(4) 合理地确定系统的边界条件，明确故障树分析到哪个层次。

(5) 建树应从上到下按逻辑关系逐步进行，门的输入应当是经过恰当定义的故障，门与门之间不能直接相连。

(6) 对失效树不同部分出现的"共因事件"必须使用同一故障标号，若此共因故障不是底事件，必须使用相同符号简化表示。

2. 建立失效树的步骤

(1) 收集、分析有关技术资料。建树者在进行失效树分析之前，必须对所分析的系统进行深入了解，并广泛收集系统设计意图、使用说明书、原理图、流程图、结构图、技术规范、维修规程及有关数据和资料信息。

在失效树建成后，要尽可能征求有关人员包括使用和维修人员的意见，找出失效树中的错误、矛盾和遗漏之处。

(2) 选择顶事件。顶事件是指系统不希望发生的，显著影响系统技术性能、经济性、可靠性和安全性的故障事件，仔细地选择顶事件对于成功地进行分析是十分重要的，要求建树者必须慎重、仔细并广泛地掌握设计和使用知识。在进行故障树分析所花的费用与相应的不希望发生事件所造成的损失之间进行权衡的基础上，根据下述原则来选择顶事件：

1) 选择顶事件的发生对系统有着决定性的影响；

2) 顶事件必须有明确的定义；

3) 顶事件能分解成若干个独立事件；

4) 若要定量计算顶事件发生的概率，则该顶事件必须有度量的条件，便于定量分析。

对同一系统选择不同的顶事件，则失效树也不同。

(3) 建立失效树。将已选择的顶事件写在顶部的矩形符号内，用相应的符号在下面画出导致顶事件发生的直接原因，并用适合于它们之间逻辑关系的逻辑门与顶事件相连接，再把导致第二行那些故障发生的原因作为第三行，用适当的逻辑门与第二行的故障事件相连接，依此类推。用演绎法一直追溯到引起系统发生故障的基本原因，或其故障机理和概率分布都是已知的，因而不需继续分析其原因为止。这样便建成了一个以顶事件为"根"，中间事件为"节"，底事件为"叶"的、具有级倒置的失效树。

三、失效树的简化

为了便于进行定性、定量分析，必须对所建造的失效树进行简化，有时对失效树边建造边简化，有时在建造后再简化。简化分逻辑简化、工程简化和规范化三种。

1. 逻辑简化

逻辑简化就是去掉多余事件来简化故障树。常用的方法有修剪法、模块法和割顶点法。

(1) 修剪法　修剪法就是去掉逻辑多余。对于简单的小失效树，可以用目测直接将多余去掉；对于复杂的大失效树，要利用计算机，运用布尔代数运算法则进行吸收运算，从而去掉逻辑多余。运算法则如表 4-2 所示。

表 4-2　布尔代数运算法则

名　称	数学符号	工程符号
交换律	$X\cap Y=Y\cap X$ $X\cup Y=Y\cup X$	$X\cdot Y=Y\cdot X$ $X+Y=Y+X$
结合律	$X\cap(Y\cap Z)=(X\cap Y)\cap Z$ $X\cup(Y\cup Z)=(X\cup Y)\cup Z$	$X\cdot(Y\cdot Z)=(X\cdot Y)\cdot Z$ $X+(Y+Z)=(X+Y)+Z$
分配律	$X\cap(Y\cup Z)=(X\cap Y)\cup(X\cap Z)$ $X\cup(Y\cap Z)=(X\cup Y)\cap(X\cup Z)$	$X\cdot(Y+Z)=X\cdot Y+X\cdot Z$ $X+(Y\cdot Z)=(X+Y)\cdot(X+Z)$
幂等律	$X\cap X=X$ $X\cup X=X$	$X\cdot X=X$ $X+X=X$
吸收律	$X\cap(X\cup Y)=X$ $X\cup(X\cap Y)=X$	$X\cdot(X+Y)=X$ $X+(X\cdot Y)=X$
互补法	$X\cap\bar{X}=\Phi$ $X\cup\bar{X}=\Omega=1^{*}$ $(\bar{X})=X$	$X\cdot\bar{X}=\Phi$ $X+\bar{X}=\Omega=1$ $\bar{\bar{X}}=X$
摩根定理	$\overline{(X\cap Y)}=\bar{X}\cup\bar{Y}$ $\overline{(X\cup Y)}=\bar{X}\cap\bar{Y}$	$\overline{(XY)}=\bar{X}+\bar{Y}$ $\overline{X+Y}=\bar{X}\bar{Y}$
名　称	数学符号	工程符号
用 Φ 和 Ω 运算	$\Phi\cap X=\Phi$ $\Phi\cup X=X$ $\Omega\cap X=X$ $\bar{\Phi}=\Omega$ $\bar{\Omega}=\Phi$	$\Phi\cdot X=\Phi$ $\Phi+X=X$ $\Omega\cdot X=X$ $\bar{\Phi}=\Omega$ $\bar{\Omega}=\Phi$
其　他	$X\cup(\bar{X}\cap Y)=X\cup Y$	$X+\bar{X}\cdot Y=X+Y$
	$\bar{X}\cup(X\cup\bar{Y})=\bar{X}\cap\bar{Y}=\overline{(X+Y)}$	$\bar{X}\cdot(X+\bar{Y})=\bar{X}\cdot\bar{Y}=\overline{(X+Y)}$

注：符号 1 常用来代替 Ω 以表示泛集。工程中常用 1 来代替 Ω，用 0 代替 Φ，表中均为布尔代数变量。



(2) 模块化　将没有重复事件的故障树的底事件化为若干个底事件的集合，每个集合都不包含其他集合中的底事件，每个底事件的集合就是一个模块，而每个模块又被看做一个底事件。在对复杂故障树进行定量分析时，将故障树模块化非常重要，这样可以按指数率降低计算量。

(3) 割顶点法　对于有重复事件的故障树，不能简单地采取模块法进行简化，而要采用割顶点法，即将顶点 V 和 W 分割成 V',V'' 和 W',W''，则 V' 和 W'' 即为不含重复底事件的模块，如图 4－1 所示。

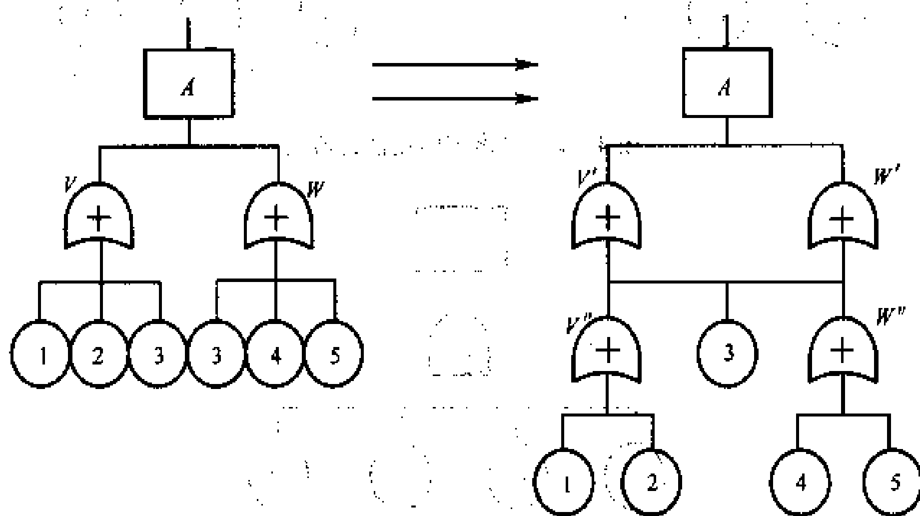


图 4－1　事件模块化

2. 工程简化

在进行故障树分析时，为了减少计算的复杂性，可采用下述保守的、工程可接受的简化：

(1) 在满足工程分析精度的前提下，删除故障率很低的底事件或中间事件。

(2) 未探明事件可根据重要性(如发生概率的大小、后果严重程度等) 和数据的完备性，或者当做基本事件对待或者删除。重要且数据完备的未探明事件当做基本事件对待；不重要且数据不完备的未探明事件则删除；其他情况由分析者酌情决定。

3. 规范化法

规范化故障树是仅含有基本事件、结果事件以及"与"、"或"、"非" 三种逻辑门的故障树。要将建好的故障树变为规范化的故障树，必须确定对特殊事件的处理规则和对特殊逻辑门进行逻辑等效的变换规则。

(1) 顺序与门变换为与门。输出不变，顺序与门变为与门，其余输入不变，顺序条件事件作为一个新的输入事件，如图 4－2 所示。

(2) 表决门变换为或门和与门的组合。一个 r/n 表决门有两种或门和与门的等效变换。

原输出事件下接一个或门，或门之下有 $\binom{n}{r}$ 个输入事件，每个输入事件之下再接一个与

门,每个与门之下有 r 个原输入事件,如图 4-3 所示。

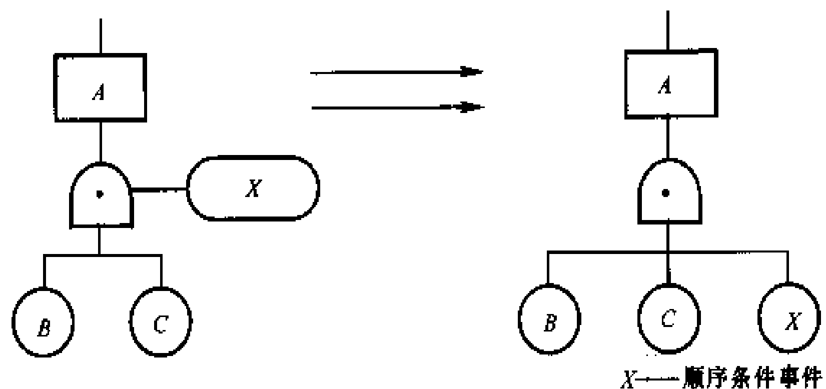


图 4-2　顺序与门变换为与门

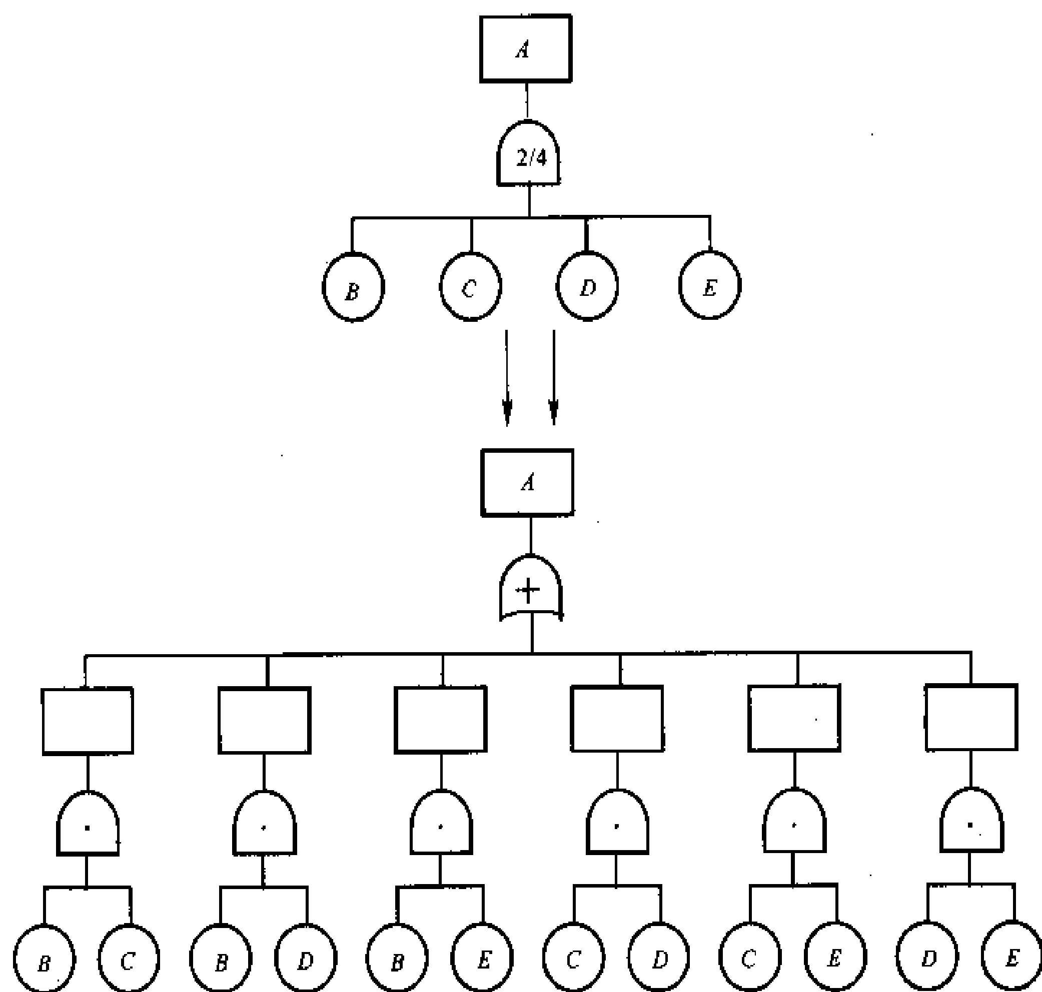


图 4-3　表决门变换为或门和与门的组合(1)



原输出事件下接一个与门，与门之下有$\binom{n}{n-r+1}$个输入事件，每个输入事件下再接一个或门，每个或门下有 $n-r+1$ 个原输入事件，如图 4-4 所示。

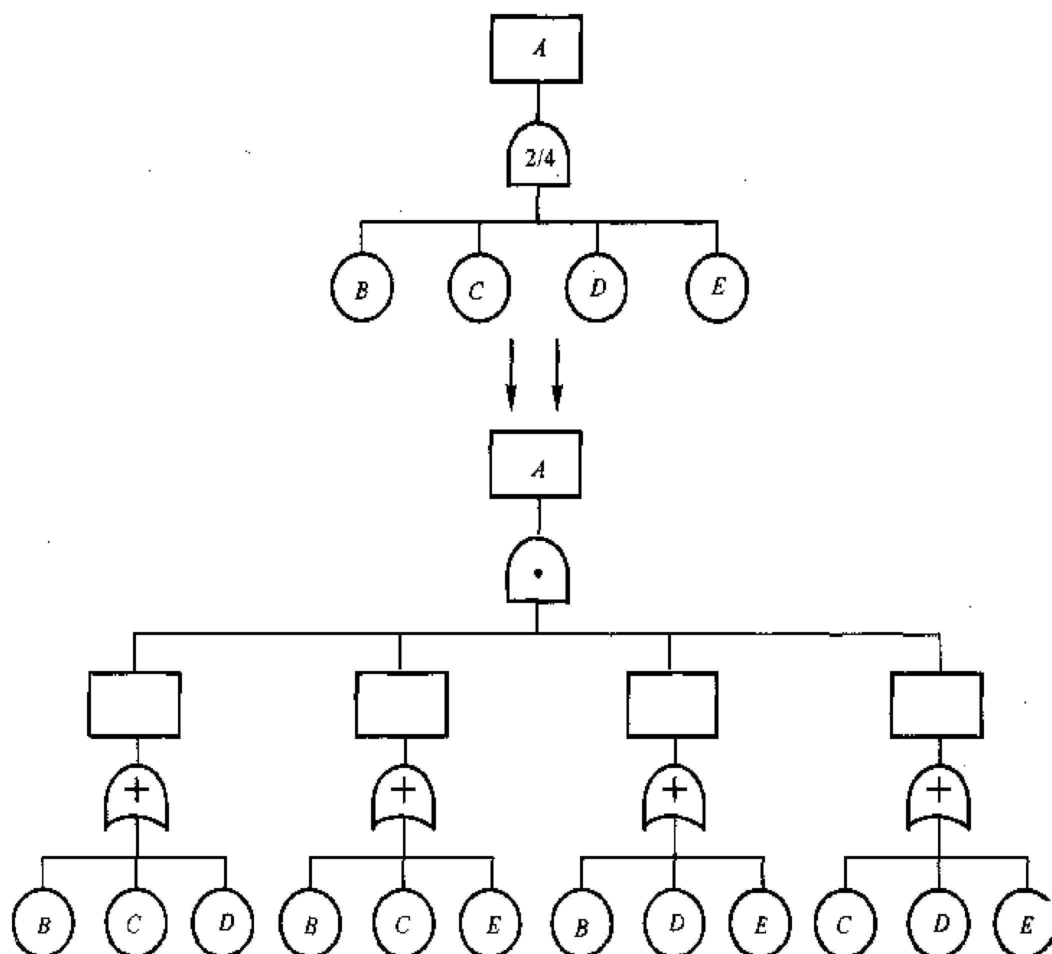


图 4-4　表决门变换为或门和与门的组合(2)

(3) 禁门变换为与门。原输入事件不变，禁门变换为与门，与门之下有两个输入。一个为原输入事件，另一个为禁止条件事件。

4.3　失效树的定性分析

失效树定性分析的任务就是求出失效树的数学表达式（即失效树的结构函数）及寻找失效树的最小割集和最小路集。

一、失效树的数学表达式

如果系统、元部件满足以下两个条件：

(1) 元部件和系统的故障互相独立；

(2) 元部件和系统只有正常或故障两种状态，即

$$X_i=\begin{cases}1 & \text{底事件 } i \text{ 发生(即元部件故障)}\\ 0 & \text{底事件 } i \text{ 不发生(即元部件正常)}\end{cases}\quad (i=1,2,\cdots,n) \tag{4-1}$$

$$\Phi=\begin{cases}1 & \text{顶事件发生(即系统故障)}\\ 0 & \text{顶事件不发生(即系统正常)}\end{cases} \tag{4-2}$$

式(4-1)中，X_i 表示底事件的状态变量；式(4-2)中，Φ 表示顶事件的状态变量。于是，顶事件状态 Φ 完全由失效树中的底事件状态 $\boldsymbol{X}$ 所决定，即

$$\Phi=\Phi(\boldsymbol{X}) \tag{4-3}$$

式中，$\boldsymbol{X}=(X_1,X_2,\cdots,X_n)$。

则称 $\Phi(\boldsymbol{X})$ 为失效树的结构函数。

下面介绍三种重要结构形式的结构函数：

(1) 与门的结构函数：

$$\Phi(\boldsymbol{X})=\bigcap_{i=1}^{n} X_i \tag{4-4}$$

式中，$i=1,2,\cdots,n$，n 为底事件数。

当 X_i 仅取 0 或 1 时，则有
$$\Phi(\boldsymbol{X})=\prod_{i=1}^{n} X_i \tag{4-5}$$

(2) 或门的结构函数：

$$\Phi(\boldsymbol{X})=\bigcup_{i=1}^{n} X_i \tag{4-6}$$

式中，$i=1,2,\cdots,n$，n 为底事件数。

当 X_i 仅取 0 或 1 时，则有
$$\Phi(\boldsymbol{X})=1-\prod_{i=1}^{n}(1-X_i) \tag{4-7}$$

(3)n 中取 k 系统的结构函数：

$$\Phi(\boldsymbol{X})=\begin{cases}1, & \sum X_i\geqslant k\\ 0, & \text{其他}\end{cases} \tag{4-8}$$

式中，k 是系统发生故障的最小底事件数。

二、最小割集及其求法

1. 最小割集的概念

假定底事件的集合为 $C=\{e_1,e_2,\cdots,e_n\}$，将向量 $\boldsymbol{X}$ 对应的底事件集合分为两个子集，即

$$C_0(\boldsymbol{X})=\{e_i\mid x_i=0\}\quad (i=1,2,\cdots,n) \tag{4-9}$$

和
$$C_1(\boldsymbol{X})=\{e_i\mid x_i=1\}\quad (i=1,2,\cdots,n) \tag{4-10}$$

其中，$C_0(\boldsymbol{X})$ 是由 $\boldsymbol{X}$ 的分量中状态为 0 的底事件组成的集合；而 $C_1(\boldsymbol{X})$ 是由状态为 1 的底事件



组成的集合。

若状态向量 $\boldsymbol{X}$ 能使 $\Phi(\boldsymbol{X})=1$，则称 $\boldsymbol{X}$ 为割向量。而割向量 $\boldsymbol{X}$ 对应的底事件集合 $C_1(\boldsymbol{X})$ 称为割集。又设 $\boldsymbol{X}$ 是割向量，同时满足 $\boldsymbol{Z}<\boldsymbol{X}$ 的任意向量 $\boldsymbol{Z}$ 能使 $\Phi(\boldsymbol{Z})=0$ 成立，则称 $\boldsymbol{X}$ 为最小割向量。最小割向量所对应的底事件集合 $C_1(\boldsymbol{X})$ 称为最小割集，即最小割集是指属于它的底事件都发生就能使顶事件发生的必要的底事件的集合。

2. 最小割集的求法

下面介绍适用于单调关联系统的两种求最小割集的方法。

(1) 富塞尔·凡斯列(Fussel-Vesely)算法——下行法。这种算法是沿失效树从上往下进行，即从顶事件开始，顺次将上排事件置换为下排事件。依据"与"门直接增加割集的容量，"或"门直接增加割集的数目这一性质，遇到"与"门将门的输入横向并列写出，遇到"或"门将门的输入竖向串列写出，直到全部门都置换为底事件为止。但这样得到的底事件集合只是割集，还必须用集合运算法则加以简化、吸收，方能够得到全部最小割集。

例 4.1　如图 4-5 所示的失效树，求割集和最小割集。

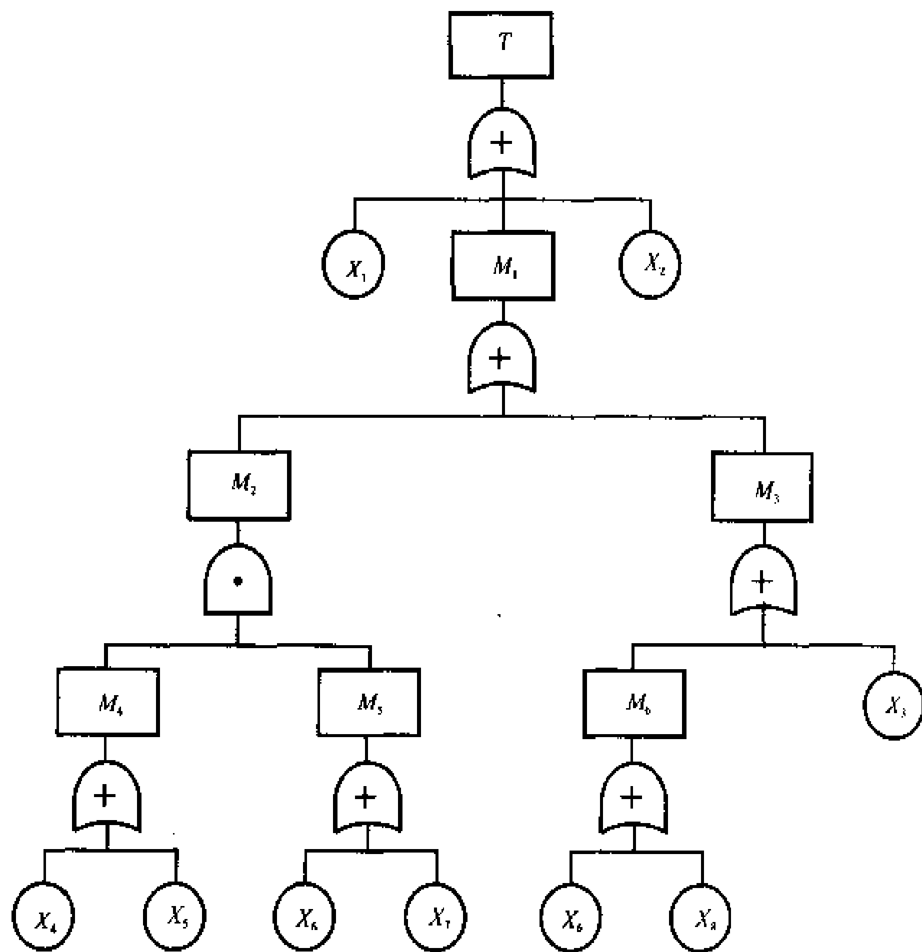


图 4-5　某失效树

求解过程见表4－3。

表4－3　例4.1求解过程

步　骤	1	2	3	4	5	6
	X_1	X_1	X_1	X_1	X_1	X_1
	M_1	M_2	M_4,M_5	X_4,M_5	X_4,X_5	X_4,X_6
	X_2	M_3	M_3	X_5,M_5	X_4,X_7	X_4,X_7
		X_2	X_3	M_6	X_5,X_6	X_5,X_6
			X_2	X_3	X_5,X_7	X_5,X_7
				X_2	M_6	X_6
					X_3	X_8
					X_2	X_3
						X_2

从步骤1到2时，因M_1下面是“或”门，所以在步骤2中，将M_1的位置置换成M_2，M_3，且竖向串列。从步骤2到3时，因M_2下面是“与”门，所以M_4，M_5横向并列，依次下去，直到第6步，共得如下9个割集：

$$\{X_1\},\{X_4,X_6\},\{X_4,X_7\},\{X_5,X_6\},\{X_5,X_7\},\{X_3\},\{X_6\},\{X_8\},\{X_2\}$$

再用集合运算规则进行吸收简化，即可得到最小割集为

$$\{X_1\},\{X_4,X_7\},\{X_5,X_6\},\{X_3\},\{X_5,X_7\},\{X_6\},\{X_8\},\{X_2\}$$

(2) 西门德勒斯法(Semanderes)——上行法。此法是利用集合运算法则进行简化、吸收。下行法中所列举的失效树可做如下简化：失效树的最下一级为

$$M_4 = X_4 \cup X_5$$
$$M_5 = X_6 \cup X_7$$
$$M_6 = X_6 \cup X_8$$

往上一级为

$$M_2 = M_4 \cap M_5 = (X_4 \cup X_5) \cap (X_6 \cup X_7)$$
$$M_3 = X_3 \cup M_6 = X_3 \cup X_6 \cup X_8$$

再往上一级为

$$M_1 = M_2 \cup M_3 = (X_4 \cup X_5) \cap (X_6 \cup X_7) \cup X_3 \cup X_6 \cup X_8 =$$
$$(X_4 \cap X_7) \cup (X_5 \cap X_7) \cup X_3 \cup X_6 \cup X_8$$



最上一级为

$$T = X_1 \cup X_2 \cup M_1 = X_1 \cup X_2 \cup X_3 \cup X_6 \cup X_8 (X_4 \cap X_7) \cup (X_5 \cap X_7)$$

得到七个最小割集为

$$\{X_1\},\{X_2\},\{X_3\},\{X_6\},\{X_8\},\{X_4,X_7\},\{X_5,X_7\}$$

3. 最小割集的定性比较

假设:① 各底事件发生的概率比较小;② 各底事件发生概率的差别不太大。则可根据每个最小割集所含底事件数目(阶数)排序,并按下列原则确定最小割集和底事件的重要性:阶数愈小的最小割集愈重要;在低阶最小割集中出现的底事件比高阶最小割集中的底事件重要;在不同最小割集中重复出现次数越多的底事件越重要。

为了节省工作量,在工程上可以忽略阶数大于指定值的所有最小割集来进行近似计算。

三、最小路集及其求法

1. 最小路集的概念

若状态向量 $\boldsymbol{X}$ 能使 $\Phi(\boldsymbol{X}) = 0$,则称 $\boldsymbol{X}$ 为路向量。而路向量 $\boldsymbol{X}$ 对应的底事件集合 $C_1(\boldsymbol{X})$ 称为路集。又设 $\boldsymbol{X}$ 是路向量,同时满足 $\boldsymbol{Z} > \boldsymbol{X}$ 的任意向量 $\boldsymbol{Z}$ 都能使 $\Phi(\boldsymbol{Z}) = 1$ 成立,则称 $\boldsymbol{X}$ 为最小路向量。最小路向量所对应的底事件集合 $C_0(\boldsymbol{X})$ 称为最小路集,即最小路集是指属于它的底事件都不发生就能保证顶事件不发生的必要的底事件的集合。

2. 最小路集的求法

当失效树的最小割集很多时,分析不方便,这时可以用最小路集来分析。直接依失效树求最小路集很困难,一般是借助于失效树的对偶树来求。

(1) 失效树的对偶树。失效树的对偶树 T^D(Dual Fault Tree) 简称对偶树。它表示失效树中的全部事件都不发生时,这些事件间的逻辑关系。因此,实际上它是系统的成功树。

通常是根据已知的失效树的变化来画它的对偶树的,即将失效树中每一事件都变成其对立事件,将全部或门变成与门,将全部与门变成或门。图 4-5 所示失效树的对偶树如图 4-6 所示。

对偶树具有这样的性质:对偶树的全部最小割集是失效树的全部最小路集,而且是一一对应的,其逆也成立。

设对偶树的结构函数为 $\Phi^D(\boldsymbol{X})$,失效树的结构函数为 $\Phi(\boldsymbol{X})$,则

$$\Phi^D(\boldsymbol{X}) = 1 - \Phi(1 - \boldsymbol{X}) \qquad (4-11)$$

式中,$1 - \boldsymbol{X} = (1 - X_1, 1 - X_2, \cdots, 1 - X_n)$。

(2) 求失效树的最小路集。由于对偶树的最小割集就是失效树的最小路集,因此可以借助于求对偶树的最小割集来求失效树的最小路集。以图 4-5 所示的失效树为例来说明。

画出对偶树如图 4-6 所示。

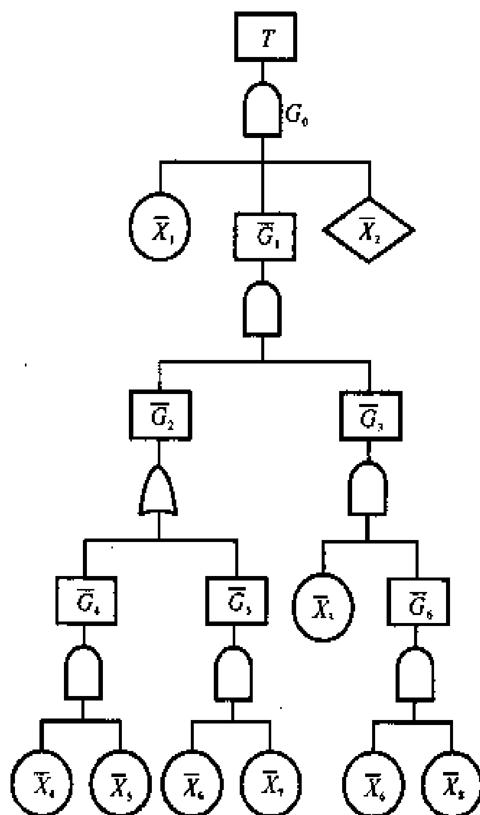


图 4-6　失效树的对偶树

求对偶树的最小割集。求对偶树最小割集的方法同求失效树最小割集的方法一样，于是得到$\{\overline{X}_1,\overline{X}_2,\overline{X}_3,\overline{X}_6,\overline{X}_7,\overline{X}_8\}$和$\{\overline{X}_1,\overline{X}_2,\overline{X}_3,\overline{X}_4,\overline{X}_5,\overline{X}_6,\overline{X}_8\}$。

写出失效树的最小路集：$\{X_1,X_2,X_3,X_6,X_7,X_8\}$和$\{X_1,X_2,X_3,X_4,X_5,X_6,X_8\}$。

四、定性分析结果的应用

失效树定性分析的主要结果是求得全部最小割集或者最小路集，在这里用严格逻辑演绎所求得的最小割集具有完整性和准确性，这些最小割集可以用于识别导致顶事件发生的所有可能的系统故障模式，有助于判明潜在的故障，避免遗漏重要的失效模式，也有助于指导故障诊断、故障定位以及维修方案的制定，定性分析结果也是定量分析的基础。

4.4　失效树的定量分析

失效树定量分析的任务是求顶事件发生的特征量（如概率、失效率、首次失效时间）和底事件的重要度等。

在进行失效树的定量分析时，一般要求做以下几个假设：



(1) 底事件之间相互独立；

(2) 底事件和顶事件都只考虑两种状态，即发生或不发生，也就是说元部件和系统都只有两种状态，即正常或故障。

(3) 一般情况下，失效都假设为指数分布。

一、顶事件发生概率的精确解

1. 基本定义

一般计算顶事件发生概率是在底事件发生概率和失效树结构函数已知的条件下进行的。

定义顶事件发生的概率 g 为

$$g = P\{\Phi(\boldsymbol{X}) = 1\} \tag{4-12}$$

由于 $\Phi(\boldsymbol{X})$ 是只取 0 或 1 的二值函数，所以也可以写为

$$g = E_X\{\Phi(\boldsymbol{X})\} \tag{4-13}$$

同样，底事件发生的概率 q_i 定义为

$$q_i = P\{x_i = 1\} = E\{x_i\} \quad (i = 1,2,\cdots,n) \tag{4-14}$$

2. 顶事件发生概率的精确解

在求顶事件概率精确解时，必须将最小割集中的重复事件剔去，以免计算时的“组合爆炸”。通常计算顶事件概率精确解都采用化相交和为不交和的方法。

设失效树有 k 个最小割集，当彼此相交(即含有相同底事件)时，即 $K_i \cap K_j \neq \Phi\ (i,j = 1,2,\cdots,k, i \neq j)$ 时，K_i 与 $\overline{K}_i K_j$ 必不相交，即 $K_i \cap \overline{K}_i K_j = \Phi$。由图 4-7 可以看出

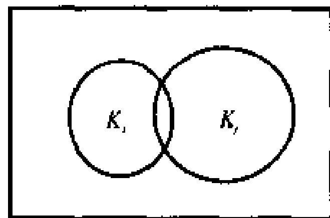


图 4-7　文氏图

$$K_i \cup K_j = K_i + \overline{K}_i K_j \tag{4-15}$$

同理

$$K_i \cup K_j \cup K_k = K_i + \overline{K}_i(K_j \cup K_k) = K_i + (\overline{K}_i K_j \cup \overline{K}_i K_k) =$$

$$K_i + \overline{K}_i K_j + \overline{\overline{K}_i K_j}\,\overline{K}_i K_k = K_i + \overline{K}_i K_j + \overline{K}_i \overline{K}_j K_k \tag{4-16}$$

常用的化相交和为不交和的方法有直接化法和递推化法。

(1) 直接化法。当最小割集很少时，可用直接化法化相交和为不交和。

一般公式为

$$T = \bigcup_{i=1}^{N_k} K_i = K_i + \overline{K}_1(K_2 \cup K_3 \cup \cdots K_{N_k}) =$$

$$K_1 + \overline{K}_1 K_2 + \overline{\overline{K}_1 K_2}(\overline{K}_1 K_3 \cup \overline{K}_1 K_4 \cup \cdots \cup \overline{K}_1 K_{N_k}) = \cdots \tag{4-17}$$

式中，K_i 为第 i 个最小割集，$i = 1,2,\cdots,N_k$；“$\cup$”为集合并运算；“+”为不交和运算；T 为顶事件。

这样一直简化下去，直到所有项全部成为不交和为止。

例 4.2 已知最小割集为$\{x_1,x_2\}$，$\{x_1,x_3\}$，$\{x_2,x_3\}$，$\{x_4,x_5\}$，$q_1=q_2=q_3=1\times10^{-3}$，$q_4=q_5=1\times10^{-4}$。用直接化法求顶事件发生概率的精确解。

解 首先化 $T=x_1x_2\cup x_1x_3\cup x_2x_3\cup x_4x_5$ 为不交和，令 $a_1=x_1x_2$ 不变，则

$$
\begin{aligned}
f_1 = & \overline{x_1x_2}(x_1x_3\cup x_2x_3\cup x_4x_5)= \\
& (\bar{x}_1\cup\bar{x}_2)(x_1x_3\cup x_2x_3\cup x_4x_5)= \\
& \bar{x}_1x_2x_3\cup\bar{x}_1x_4x_5\cup x_1\bar{x}_2x_3\cup\bar{x}_2x_4x_5
\end{aligned}
$$

令 $a_2=\bar{x}_1x_2x_3$ 不变，则

$$
\begin{aligned}
f_2 = & \overline{\bar{x}_1x_2x_3}(\bar{x}_1x_4x_5\cup x_1\bar{x}_2x_3\cup\bar{x}_2x_4x_5)= \\
& (x_1\cup\bar{x}_2\cup\bar{x}_3)(\bar{x}_1x_4x_5\cup x_1\bar{x}_2x_3\cup\bar{x}_2x_4x_5)= \\
& x_1\bar{x}_2x_3\cup\bar{x}_2x_4x_5\cup\bar{x}_1\bar{x}_3x_4x_5
\end{aligned}
$$

令 $a_3=\bar{x}_2x_4x_5$ 不变，则

$$
\begin{aligned}
f_3 = & \overline{\bar{x}_2x_4x_5}(x_1\bar{x}_2x_3\cup\bar{x}_1\bar{x}_3x_4x_5)= \\
& \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4x_5\cup x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\cup x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_5
\end{aligned}
$$

令 $a_4=x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_5$ 不变，则

$$
\begin{aligned}
f_4 = & \overline{x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_5}(\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4x_5\cup x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4)= \\
& \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4x_5+x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4x_5
\end{aligned}
$$

由于 f_4 是两个不相交的集合，不需要再简化了。

综上所述，有

$$
\begin{aligned}
\Phi = & \sum_{i=1}^{4}a_i+f_4= \\
& x_1x_2+\bar{x}_1x_2x_3+\bar{x}_2x_4x_5+x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_5+\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4x_5+x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4x_5
\end{aligned}
$$

最后，求 g 如下：

$$
P(\bar{x}_i)=1-q_i
$$

$$
\begin{aligned}
g=P(T)= & q_1q_2+(1-q_1)q_2q_3+(1-q_2)q_4q_5+ \\
& q_1(1-q_2)q_3(1-q_5)+(1-q_1)q_2(1-q_3)q_4q_5+ \\
& q_1(1-q_2)q_3(1-q_4)q_5
\end{aligned}
$$

将 $q_1=q_2=q_3=1\times10^{-3}$ 和 $q_4=q_5=1\times10^{-4}$ 代入，则

$$
g=3.007\,999\,97\times10^{-6}
$$

本例只有 4 个最小割集，手工计算已经很烦琐了，对于相交割集较多时，最好使用计算机。下面介绍适用于计算机计算的递推化法。

(2) 递推化法。一般公式为

$$T=\bigcup_{i=1}^{k}K_i=K_1+\overline{K}_1K_2+\overline{K}_1\overline{K}_2K_3+\cdots+\overline{K}_1\overline{K}_2\overline{K}_3\cdots\overline{K}_{k-1}K_k \tag{4-18}$$

式(4-18)中符号说明同式(4-17)。

令

$$T=\sum_{I=1}^{k}F(I) \tag{4-19}$$

且

$$F(I)=C(I)K(I) \tag{4-20}$$

递推系数

$$C(I)=\begin{cases}1, & I=1\\ C(I-1)\overline{K}(I-1), & 1<I<k\end{cases} \tag{4-21}$$

$$\left.\begin{aligned}&C(1)=1\\&C(2)=C(2-1)\overline{K}(2-1)=1\cdot\overline{K}(1)=\overline{K}(1)\\&C(3)=C(3-1)\overline{K}(3-1)=\overline{K}_1\overline{K}_2\\&\vdots\\&C(k)=\overline{K}_1\overline{K}_2\cdots\overline{K}_{k-1}\end{aligned}\right\} \tag{4-22}$$

显然这种递推系数的表达式，当 k 不太大时，用手工计算较好，容易计算又不易出错。当 k 很大时，用计算机计算较为方便。须知，$F(I)$ 一般仍为相交和，但由于项数很少，可再用直接化法变成不交和。

在顶事件用不交和表示后，即可由底事件发生的概率值求出顶事件发生的概率值。

二、顶事件发生概率的近似解

对于大型复杂失效树，由于底事件很大，所以最小割集和最小路集也很大。由于受到计算机内存和计算时间的限制，计算顶事件发生概率的精确解是非常困难的，而且，由于统计数据本身不可能很准确，底事件发生概率其一般有效数字也只有一两位，因此在许多实际工程问题中，精确计算是不必要的，可用下式来近似计算：

$$P(T)=F_s(t)=\sum_{j=1}^{N_k}\left(\prod_{i\in K_j}F_i(t)\right) \tag{4-23}$$

式中，$P(T)$ 即 $F_s(t)$ 为顶事件发生的概率；$F_i(t)$ 为在 t 时刻第 j 个最小割集中第 i 个底事件的发生概率；K_j 为第 j 个最小割集；N_k 为最小割集数。

三、重要度分析

重要度就是一个元部件(底事件)或最小割集对顶事件的贡献。它是时间、故障、维修和系统结构的函数。重要度在以下几方面都有重要的应用：改进系统设计；确定系统需要监控的部位；制定系统故障诊断时的核对清单；等等。当设计一个系统时，因部件在系统中的位置不同对系统可靠性的影响也不同，例如串联在系统中的部件较并联重要。下面分别介绍几种常见的重

要度。

1. 结构概率重要度 PI_i

结构概率重要度是指在只有第 i 个部件由正常状态转为故障状态时使顶事件发生概率的变化。其定义用下式表示：

$$PI_i = \Delta g_i(t) = \frac{\partial g(t)}{\partial q_i(t)} \tag{4-24}$$

式中，$\Delta g_i(t)$ 为第 i 个部件的结构概率重要度；$g(t)$ 为顶事件发生的概率；$q_i(t)$ 为第 i 个部件发生的概率。

例 4.3 试计算 2 部件串联、并联系统和 2/3(*F*) 表决系统在 20 h 的结构概率重要度。各部件故障服从指数分布，其中，$\lambda_1 = 0.001$，$\lambda_2 = 0.002$，$\lambda_3 = 0.003$。

解 首先求部件 i 在 $t = 20$ h 的故障概率为

$$q_1(20) = 1 - e^{-\lambda_1 t} = 1 - e^{-0.001\times 20} = 1.980\ 13 \times 10^{-2}$$

同理

$$q_2(20) = 3.921\ 06 \times 10^{-2}$$

$$q_3(20) = 5.823\ 55 \times 10^{-2}$$

由于 $q_i \ll 0.1$，故可以做独立事件处理。

对于串联系统，有

$$g(t) = 1 - (1 - q_1)(1 - q_2)$$

$$\Delta g_1(t) = \frac{\partial g(t)}{\partial q_1(t)} = 1 - q_2(t)$$

$$\Delta g_1(20) = 1 - q_2(20) = 1 - 3.921\ 06 \times 10^{-2} \approx 9.6 \times 10^{-1}$$

同理

$$\Delta g_2(20) = 1 - q_1(20) = 1 - 1.980\ 13 \times 10^{-2} \approx 9.8 \times 10^{-1}$$

对于并联系统，有

$$g(t) = q_1 q_2$$

$$\Delta g_1(t) = \frac{\partial g(t)}{\partial q_1(t)} = q_2(t)$$

$$\Delta g_1(20) = q_2(20) = 3.921\ 06 \times 10^{-2}$$

$$\Delta g_2(20) = q_1(20) = 1.980\ 13 \times 10^{-2}$$

对于 2/3(*F*) 表决系统，结构函数为

$$\Phi(\boldsymbol{X}) = x_1x_2 \cup x_1x_3 \cup x_2x_3 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 - 2x_1x_2x_3$$

$$g(t) = q_1q_2 + q_1q_3 + q_2q_3 - 2q_1q_2q_3$$

$$\Delta g_1(t) = \frac{\partial g(t)}{\partial q_1(t)} = q_2 + q_3 - 2q_2q_3$$

$$\Delta g_1(20) = 3.921\ 06 \times 10^{-2} + 5.823\ 55 \times 10^{-2} - 2 \times 3.921\ 06 \times 10^{-2} \times 5.823\ 55 \times 10^{-2} \approx 9.287\ 92 \times 10^{-2}$$

同理

$$\Delta g_2(20) = q_1 + q_3 - 2q_1q_3 \approx 7.757\ 305 \times 10^{-2}$$



$$\Delta g_3(20) = q_1 + q_2 - 2q_1q_2 \approx 5.745\ 91 \times 10^{-2}$$

2. 关键重要度

所谓部件 i 的关键重要度是指部件 i 故障概率的变化率与它引起顶事件发生概率的变化率之比。其定义式为

$$I_i(t) = \frac{q_i(t)}{g(t)} \frac{\partial g(t)}{\partial q_i(t)} \tag{4-25}$$

式中，$I_i(t)$ 为第 i 个部件的关键重要度；$g(t)$ 为顶事件发生的概率；$q_i(t)$ 为第 i 个部件发生的概率。

3. 结构重要度

结构重要度就是第 i 个元部件在系统中所处位置的重要程度，定义为

$$I_i^\phi = \frac{1}{2^{n-1}} n_i^\phi \tag{4-26}$$

$$n_i^\phi = \sum_{2^{n-1}} [\Phi(1_i, \boldsymbol{X}) - \Phi(0_i, \boldsymbol{X})] \tag{4-27}$$

式中，I_i^ϕ 为第 i 个元部件的结构重要度；$[\Phi(1_i, \boldsymbol{X}) - \Phi(0_i, \boldsymbol{X})]$ 为在其他元部件故障状态不变时，系统中第 i 个元部件由正常状态(0)变为故障状态(1)，系统结构函数的变化。

4.5　失效树分析的矩阵化方法

在失效树分析中，系统中元部件的状态被假定为两态，即元部件安全与元部件失效。因此二值变量的布尔代数方法在失效树分析中被大量应用。但是，对于大型复杂系统，由于系统的二值变量数目过多，使得布尔代数的运算形式难于直接在计算机上实现。如果将布尔代数的运算用矩阵化的运算方法表示，就可以方便地利用计算机进行计算了。

一、失效树的布尔代数表达方法

1. 积、和的矩阵表示法

设有一个二值变量的积，我们可以将其表达成有若干列的单行矩阵。其基本原则是：矩阵中的每一列对应一个二值变量，矩阵中的元素取值可以是 1，0，−1，其意义分别为："1" 表示该二值变量在该变量积中出现；"0" 表示该二值变量在该变量积中未出现；"−1" 表示该二值变量的逆变量在该变量积中出现。例如，在某系统中有 5 个元件，其二值变量分别为 $\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{X}_2, \boldsymbol{X}_3, \boldsymbol{X}_4, \boldsymbol{X}_5$。则 $\boldsymbol{X}_1 = [1\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0]$；$\bar{\boldsymbol{X}}_3 = [0\quad 0\quad -1\quad 0\quad 0]$；$\boldsymbol{X}_1\bar{\boldsymbol{X}}_3\boldsymbol{X}_5 = [1\quad 0\quad -1\quad 0\quad 1]$。可见，布尔变量积矩阵表示法的实质是将单个布尔变量的相应单行矩阵相加。

和的矩阵表示的基本原则是增加矩阵的行数，"和" 用符号"$\cup$" 表示。例如，在有 5 个元件的某系统中，有

$$X_1 \cup X_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X_1X_2 \cup \bar{X}_3X_5 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. 矩阵间的运算

应用积、和的矩阵表示方法，可以将布尔代数的演绎过程转化为矩阵间的运算。求两个矩阵的和时，只需要将两个矩阵合成一个即可，例如：

$$[0\ \ 1\ \ 0\ \ 0\ \ 0] \cup [0\ \ 0\ \ -1\ \ 0\ \ 1] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

两个矩阵求积时，将两个矩阵的各行分别两两相加即可。例如

$$[0\ \ 1\ \ 0\ \ 1\ \ 0] \times [0\ \ 0\ \ 1\ \ 0\ \ 0] = [0\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 0]$$

$$[0\ \ 1\ \ 0\ \ 1\ \ 0] \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

应当指出的是，在矩阵间的求积、求和运算时，必须应用布尔代数的一些运算法则，才能保证结果的正确性，下面给出常用的几种运算法则及其布尔代数意义。

3. 几种运算法则及其布尔代数意义

(1) 若矩阵的某一行含有另一行所有的非零元素，则该行冗余，应删去，其布尔代数意义为 $X \cup XY = X$。

(2) 若矩阵中有两行完全相同，应删去其中一行，其布尔代数意义为 $X \cup X = X$。

(3) 若矩阵元素的运算结果中有 2，－2，应改为 1，－1，其布尔代数意义为 $X \cdot X = X, \bar{X} \cdot \bar{X} = \bar{X}$。

(4) 若有两行，同列元素的一行为 1，另一行为－1，其余元素相同，则应删除其中一行，另一行的该列元素应改为 0，其布尔代数意义为

$$X_1X_2\cdots X_i\cdots X_m \cup X_1X_2\cdots \bar{X}_i\cdots X_m = X_1X_2\cdots X_{i-1}X_{i+1}\cdots X_m$$

(5) 在矩阵相加的结果中，若某列元素为 0，而原来两行该列元素分别为 1，－1，则相加行应删去，其布尔代数意义为

$$X_1X_2\cdots X_i\cdots X_m \cdot X_1X_2\cdots \bar{X}_i\cdots X_m = \Phi$$

例如：

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & (-1)+(1) & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & (-1)+(1) & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

根据上述法则(5)，该矩阵中的第 2，3 行应去掉；又根据上述法则(3)，第 4 行中的“2”应改



为 1，因此，最终的结果为$\begin{bmatrix}1 & 1 & -1 & 1 & 0\\0 & 0 & 1 & -1 & 1\end{bmatrix}$。

二、失效树分析的矩阵化算法

有了上面的关于布尔代数的矩阵化表示方法之后，结合上行法，可以通过矩阵的运算直接获得失效树结构函数矩阵。

1. 失效树结构函数的矩阵化方法

失效树中的第 i 个元件二值变量可以用下面的行矩阵表示：

$$X_i = \left[\overbrace{\underbrace{0 \quad 0 \quad 0\cdots0 \quad 1}_{\text{共有 } i \text{ 个元素}} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\cdots0}^{\text{共有 } n \text{ 个元素}}\right] \tag{4-28}$$

式中，n 表示失效树中的元件总数。

对应第一级中间事件（由下往上），其相应的矩阵可由下面法则获得：

$$X_i \oplus X_j = \begin{cases} \begin{bmatrix} \overbrace{0 \quad 0 \quad 0\cdots0 \quad 1}^{i \text{ 个元素}} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\cdots0 \\ \underbrace{0 \quad 0 \quad 0\cdots0 \quad 0 \quad 0\cdots \quad 0 \quad 1}_{j \text{ 个元素}} \quad 0\cdots0 \end{bmatrix}, & \oplus = \cup \\ \begin{bmatrix} 0 \quad 0 \quad 0\cdots0 \quad \underset{i}{1}\cdots0 \quad \underset{j}{1} \quad 0 \quad 0 \quad 0\cdots0 \end{bmatrix}, & \oplus = \cdot \end{cases} \tag{4-29}$$

式中，符号 $\oplus$ 取值为“$\cup$”和“$\cdot$”，分别对应于失效树中的“或门”和“与门”。

依此类推，最终可以得到顶事件所对应的结构函数矩阵，亦即失效树的结构函数，即

$$\Phi(X) = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{k1} & X_{k2} & \cdots & X_{kn} \end{bmatrix} \tag{4-30}$$

2. 不交和型结构函数矩阵

为了便于对失效树进行定量计算，需要得到不交和型的结构函数矩阵。在矩阵式（4-30）中，令 k_i 表示第 i 个行向量，根据布尔代数，矩阵行间的不交化处理的基本公式为

$$k_i \cup k_j = k_i + \bar{k}_i k_j \tag{4-31}$$

式中，符号“+”的基本意义与“$\cup$”相同，不同之处仅在于“$\cup$”连接的行所代表的割集之交集不一定是空集；而“+”连接的行所代表的割集之交集必定为空集。

对矩阵式（4-30）中的每一行分别与该行以下的矩阵的每一行运用公式（4-31）进行不交化处理，而且在该过程中注意应用布尔代数运算法则，则最终可得不交和型的结构函数矩阵。例如：

令 $\Phi(X)=\begin{bmatrix}1&1&0\\0&1&1\\1&0&1\end{bmatrix}$，则其不交和型矩阵可以通过下面不交化过程获得：

$$\begin{bmatrix}1&1&0\\0&1&1\\1&0&1\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{第一次不交化}}[1\ \ 1\ \ 0]+\begin{bmatrix}-1&0&0\\1&-1&0\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}0&1&1\\1&0&1\end{bmatrix}\Rightarrow$$

$$[1\ \ 1\ \ 0]+\begin{bmatrix}-1&1&1\\1&-1&1\end{bmatrix}\Rightarrow$$

$$\xrightarrow{\text{第二次不交化}}[1\ \ 1\ \ 0]+[-1\ \ 1\ \ 1]+\begin{bmatrix}1&0&0\\-1&-1&0\end{bmatrix}\times[1\ \ -1\ \ 1]\Rightarrow$$

$$[1\ \ 1\ \ 0]+[-1\ \ 1\ \ 1]+[1\ \ -1\ \ 1]\Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix}1&1&0\\-1&1&1\\1&-1&1\end{bmatrix}$$

应当指出的是，$\bar{k}_i$ 是所有与 k_i 的交为空集并且相互间的交亦为空集的行组成的矩阵，该矩阵并非唯一，但这并不影响最终计算结果。

3. 失效树的定量计算

设 $\boldsymbol{D}=\Phi(\boldsymbol{X})=\begin{bmatrix}d_{11}&d_{12}&\cdots&d_{1n}\\d_{21}&d_{22}&\cdots&d_{2n}\\\vdots&\vdots&&\vdots\\d_{p1}&d_{p2}&\cdots&d_{pn}\end{bmatrix}$ 是不交和型的失效树结构函数矩阵，在 $\boldsymbol{D}$ 中，有

$$d_{ij}=q_{ij}\doteq\begin{cases}q_j, & d_{ij}=1\\1, & d_{ij}=0\\1-q_j, & d_{ij}=-1\end{cases}\tag{4-32}$$

式中，$q_j=p\{X_j=1\}$，代表第 j 个元件的失效概率，是已知量。这时可得到矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 为

$$\boldsymbol{Q}=\begin{bmatrix}q_{11}&q_{12}&\cdots&q_{1n}\\q_{21}&q_{22}&\cdots&q_{2n}\\\vdots&\vdots&&\vdots\\q_{p1}&q_{p2}&\cdots&q_{pn}\end{bmatrix}\tag{4-33}$$

有了 $\boldsymbol{Q}$ 以后，就可以方便地计算失效树顶事件的失效概率 g，即

$$g=\sum_{i=1}^{p}\prod_{j=1}^{n}q_{ij}\tag{4-34}$$



在 $\boldsymbol{D}$ 中，对 q_k 所对应的列关于 q_k 求导，可以得到矩阵 Q_{pk} 为

$$Q_{pk}' = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ q_{p1} & q_{p2} & \cdots & q_{pn} \end{bmatrix} \tag{4-35}$$

由上面矩阵可以方便地求出第 k 个元件的概率重要度 PI_k 为

$$PI_k = \frac{\partial g}{\partial q_k} = \sum_{i=1}^{p} \prod_{j=1}^{n} q_{ij} \tag{4-36}$$

由式(4－36)可以方便地得出元件 k 的关键重要度为

$$I_k = q_k(PI_k/g) \tag{4-37}$$

习题与思考题

1. 简述故障树简化的“三早”原则。

2. 简述故障树建树的步骤和注意事项。

3. 写出如图 4－8 所示的故障树的结构函数，并画出它的等价结构框图。

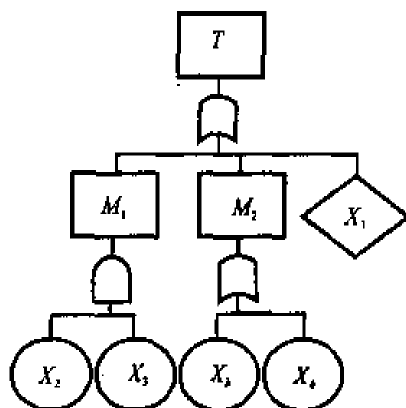


图 4－8　题 3 图

4. 画出习题 3 的对偶树，并用上行法和下行法求出原树的最小路集。

5. 在习题 3 中，已知 $\lambda_1 = 0.000\ 1/\text{h}$，$\lambda_2 = 0.000\ 15/\text{h}$，$\lambda_3 = 0.000\ 5/\text{h}$，$\lambda_4 = 0.000\ 75/\text{h}$，试用最小割集法计算该系统工作 100 h 时，顶事件发生的概率。

6. 某故障树的最小割集为{D,E}，{A,B,E}，{B,C,D}，{A,B,C}，{C,E}，{F}。已知 $R_A = R_C = 0.8$，$R_B = 0.645$，$R_D = R_E = 0.78$，$R_F = 0.7$，试用直接化法和递推法求顶事件发生的概率。

第五章　可靠性与维修性分析的数字仿真方法

5.1 概　述

本章详细描述了基于可靠性框图的可靠性与维修性分析数字仿真技术的基本原理和方法，并对伪随机数的产生理论进行了简要阐述，系统地介绍了各种常用的伪随机数生成方法的适用条件、使用方法以及各自的优点和局限性，对一种基于可靠性框图的数字仿真软件进行了介绍。

基于可靠性框图的数字仿真方法是在第三章建立的系统可靠性框图模型的基础上，采用模拟实验办法进行系统可靠性与维修性指标预计和计算。具体过程是先用伪随机数模拟子系统内各元件的寿命，通过多次模拟，得到该子系统的多个模拟寿命，在此基础上用统计公式计算出该子系统的可靠性、维修性指标。在获得各个子系统的可靠性与维修性指标后，同样利用模拟方法可以最终得到系统的可靠性与维修性指标。

这种方法的最大特点是元件的寿命分布形式可以是任何一种形式，元件、系统间的关系也是可以任意复杂的(串联、并联、旁路、混联及 k/n 等)，它克服了获得复杂系统可靠性、维修性指标时(第三章的可靠性框图方法) 对元件寿命分布形式和元部件、系统间关系的严格限制。另一个特点是这种方法充分利用了计算机运算快的特点，相当于做了多次模拟实验，在经济上和准确性上都很令人满意。分析和实践证明，这种方法可以解决大型电气系统、机械系统及机电混合系统的可靠性、维修性指标的计算问题，是解决大型复杂机电系统可靠性、维修性指标预计的非常有效的方法之一。

5.2 基于可靠性框图的数字仿真方法的基本模型

根据第三章所述的建立系统可靠性模型的方法，我们知道，任何一个复杂的机电系统，其可靠性框图都是串联、并联或者旁路(非工作储备模型) 这三种基本类型的一种或者两种以上的组合形式。对于这三种基本类型，元件的寿命随机变量 $T_i(i=1,2,\cdots,n)$ 和系统的寿命随机变量 T_S 间分别存在以下关系式：

$$T_{SS}=\min(T_1,T_2,\cdots,T_n)\qquad (对于串联类型)\qquad (5-1)$$

$$T_{SP}=\max(T_1,T_2,\cdots,T_n)\qquad (对于并联类型)\qquad (5-2)$$

$$T_{SB}=T_1+T_2+\cdots+T_n\qquad (对于旁路类型)\qquad (5-3)$$



很明显，除特殊情况外，对于 T_i 是任意不同分布类型的随机变量情况，利用式(5-1)至式(5-3)得不出 T_S(包括 T_{SS}，T_{SP} 和 T_{SB})的寿命分布形式。因此，对于元件数目众多、连接关系复杂的大系统，第三章所建立的可靠性模型在可靠性指标计算中的作用是很有限的。但是，采用数字仿真的概念则可以很好地解决这一问题，其基本原理叙述如下：

设系统中第 i 个元件的寿命分布形式 T_i 是已知的，即其概率密度函数的类型和参数是已知的，这时我们就可以用数学的方法产生一组伪随机数 t_{ij}($j=1,2,\cdots,m$，m 为伪随机数的数目)。对于 t_{ij} 的基本要求是用统计方法可以推断它们服从随机变量 T_i 的分布。

为了阐述原理上的方便，下面以式(5-1)所代表的串联系统为例。

T_1	$t_{11},t_{12},t_{13},\cdots,t_{1m}$	元件虚拟库 1(伪随机数库 1)
T_2	$t_{21},t_{22},t_{23},\cdots,t_{2m}$	元件虚拟库 2(伪随机数库 2)
$\vdots$		
T_n	$t_{n1},t_{n2},t_{n3},\cdots,t_{nm}$	元件虚拟库 n(伪随机数库 n)

形象地讲，就相当于我们拥有了一个该系统中各元件的虚拟元件库。这样，就可以用虚拟实验的方法获得该系统寿命(T_{SS})的 m 个虚拟实验值，它们分别为

$$\left.\begin{aligned} t_{SS1} &= \min(t_{11},t_{21},t_{31},\cdots,t_{n1}) \\ t_{SS2} &= \min(t_{12},t_{22},t_{32},\cdots,t_{n2}) \\ &\vdots \\ t_{SSj} &= \min(t_{1j},t_{2j},t_{3j},\cdots,t_{nj}) \\ &\vdots \\ t_{SSm} &= \min(t_{1m},t_{2m},t_{3m},\cdots,t_{nm}) \end{aligned}\right\} \tag{5-4}$$

这样，利用统计公式就可以得到 T_{SS} 这个随机变量的均值，即

$$\overline{T}_{SS} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} t_{SSj} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\min(t_{1j},t_{2j},t_{3j},\cdots,t_{nj}) \tag{5-5}$$

同理，对应于式(5-2)和式(5-3)，有

$$\overline{T}_{SP} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\max(t_{1j},t_{2j},t_{3j},\cdots,t_{nj}) \tag{5-6}$$

$$\overline{T}_{SB} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} t_{ij} \tag{5-7}$$

例 5.1　已知 3 个元件的寿命服从 $T_1 \sim N(1\,000,100^2)$，$T_2 \sim N(1\,500,150^2)$ 和 $T_3 \sim N(2\,000,200^2)$，分别用式(5-5)、式(5-6)和式(5-7)，计算 $m = 1\,000$，2 000 和 3 000 时的 $\overline{T}_{SS}$，$\overline{T}_{SP}$ 和 $\overline{T}_{SB}$。

解　正态分布的伪随机数产生方法见 5.3 节，最终结果如下：

表 5-1　例 5.1 的计算结果

m	$\overline{T}_{SS}$	$\overline{T}_{SP}$	$\overline{T}_{SB}$
1 000	1 004.08	1 992.91	4 498.08
2 000	1 001.79	2 003.03	4 502.64
3 000	1 001.20	2 000.71	4 502.87

例 5.2　某飞机前起落架收放机构由 5 个主要部件组成：上定位锁、下定位锁、收放作动筒、舱门收放作动筒及冷气作动筒。各部件的寿命分别服从如下分布：$T_i \sim \exp(0.001)(i=1,2)$，$T_i \sim \exp(0.000\,5)(i=3,4,5)$。用基于可靠性框图的数字仿真方法计算该系统的平均寿命。

解　指数分布的伪随机数产生方法见 5.3 节，计算结果如下：

$$m = 1\,000,\quad \overline{T}_{SS} = 264.44$$

$$m = 2\,000,\quad \overline{T}_{SS} = 277.77$$

$$m = 3\,000,\quad \overline{T}_{SS} = 283.80$$

$$m = 4\,000,\quad \overline{T}_{SS} = 283.24$$

本例的理论解为 285。

例 5.3　如图 5-1 所示是飞机中某电机的故障树，对应于系统失效模式的最小割集为 $\{x_1\},\{x_2\},\{x_3\},\{x_6\},\{x_8\},\{x_4,x_7\},\{x_5,x_7\}$。设 $T_i \sim \exp(0.001)\ (i=1,2,3,6,8)$，$T_i \sim \exp(0.005)\ (i=4,5,7)$。求系统的 MTTF。

图 5-1　某电机的故障树



解　由于系统的失效模式是串联关系，且同一模式中的元件是并联关系，故该系统的可靠性分析框图如图 5-2 所示。

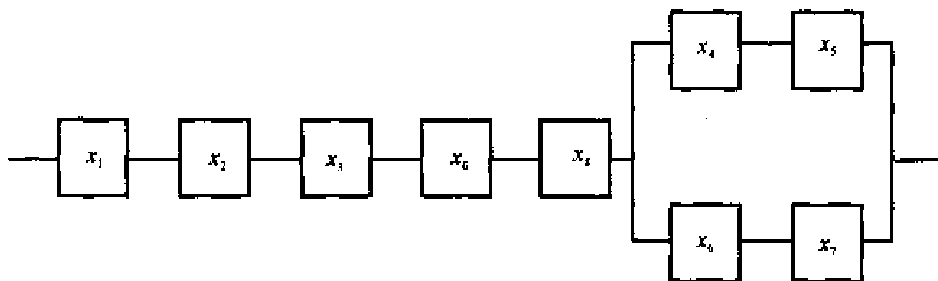


图 5-2　例 5.3 中系统的可靠性分析框图

$$T_i = \min[T_1, T_2, T_3, T_6, T_8, \max[\min(T_4, T_7), \min(T_5, T_7)]]$$

用本书方法可以简洁地求得系统的 MTTF 如下：

$$N = 1\,000,\quad \text{MTTF} = 115.077$$

$$N = 2\,000,\quad \text{MTTF} = 116.513$$

$$N = 3\,000,\quad \text{MTTF} = 116.581$$

5.3　伪随机数及随机变量产生原理

一、伪随机数的基本概念

在随机抽样的过程中，从[0,1]区间上有均匀分布的母体中产生的简单子样称为随机数序列($r_1, r_2, \cdots, r_n$)，而其中的每一个个体称为随机数。其他各类分布，如正态分布、Γ 分布、B 分布、泊松分布等，都可以用某种方法对这些均匀分布的随机数进行某种变换来实现。产生随机数的方法很多，如随机数表法、物理方法、数学方法等。

早期产生随机数的方法是用手工实现的，例如抽签、发纸牌等。到了 20 世纪 30 年代末，Kendall 和 Babinton Smith 制成了一张有 10 万个数字的随机数表，不久以后又出现了以随机脉冲真空管为基础的电子线路，它以每秒 50 个的速率输出随机数字。

随着计算机及模拟技术的发展，到了 20 世纪四五十年代，人们的研究工作转向了用数值方式或算术方式产生随机数，它是利用数学递推公式来产生随机数的，通常把这种随机数称为伪随机数。因为这种方法具有经验的性质，所得出的数只是近似地具备随机性质。

二、产生伪随机数的基本方法

目前，广泛应用的一种产生在[0,1]上均匀分布的伪随机数的方法是同余法。

1. 混合同余发生器(Mixed LCG)

混合同余发生器的递推公式为

$$\begin{cases} x_i = (\lambda x_{i-1} + c)\bmod M \\ r_i = x_i / M \end{cases} \quad (i = 1,2,\cdots) \tag{5-8}$$

产生在[0,1]上均匀分布的伪随机数序列为 $r_1, r_2, \cdots, r_i, \cdots$。通过选取适当参数可以改善伪随机数的统计性质。例如,若 c 取为奇数,$M = 2^k$,$\lambda = 4q + 1$,x_0 取为任意非负整数,就可以产生随机性较好、最大周期 $L = 2^k$ 的随机数序列$\{r_i\}$。

2. 乘法同余发生器(Multiplicative LCG)

当 $c = 0$ 时,LCG 称为乘法同余发生器,它在不需要选择 c 方面是有利的。乘法同余递推公式为

$$\begin{cases} x_i = (\lambda x_{i-1})\bmod M \\ r_i = \dfrac{x_i}{M} \end{cases} \quad (i = 1,2,\cdots) \tag{5-9}$$

式中,λ,M 和 x_0 均为预先选定的常数,该式的意义是以 M 除以 λx_{i-1} 后得到的余数记为 x_i。显然,$0 \leqslant x_i \leqslant M$,利用该式算出序列 $x_1, x_2, \cdots x_i, \cdots$。再将该序列各数除以 M 则得到序列 r_1,$r_2, \cdots, r_i, \cdots$,显然,$0 \leqslant r_i \leqslant 1$,利用该式算出序列 $r_1, r_2, \cdots, r_i, \cdots$,即为在[0,1]区间上均匀分布的随机数序列。由式(5-8)可知,不同的 x_i 最多只有 M 个,因而不同的 r_i 最多也只能有 M 个。为产生尽可能多的随机数,推荐下列参数:$x_0 = 1$ 或任意正奇数,$M = 2^k$,$\lambda = 5^{2q+1}$,q 为满足 $5^{2q+1} < 2^k$ 的最大整数。例如 $x_0 = 1$,$k = 36$,$q = 6$,就有 $M = 2^{36}$,$\lambda = 5^{13}$。

三、任意分布随机变量的产生

1. 产生随机变量的一般方法

(1) 逆变法　假定要产生具有分布函数 F 的随机变量 X,F 连续,且在 $0 < F(X) < 1$ 时单调递增。F^{-1} 表示 F 的反函数,则根据分布函数 F 产生随机变量 X 的算法如下:

1) 产生 $U \sim U(0,1)$;

2) 置 $X = F^{-1}(U)$,然后返回。

逆变法也可推广用于离散型随机变量。

(2) 组合法　组合法是基于这样的思想:如果要采样的分布函数可以表示成其他分布 $F_1, F_2, \cdots$ 的凸组合表达式时,希望从比 F 更容易的 F_i 中采样。

具体来说,如果对所有 x,$F(x)$ 可以写成

$$F(x) = \sum_{j=1}^{n} p_j F_j(x) \tag{5-10}$$

这里 $p_j \geqslant 0$,且 $\sum_{j=1}^{n} p_j = 1$,那么一般的组合法可以描述如下:

1) 产生一个正随机数,于是



$$P(J=j)=P_j \quad (j=1,2,\cdots) \tag{5-11}$$

2) 使那个 $J=j$，产生具有分布 F_j 的 X，然后返回。

在第一步可以认为是选择具有概率 P_j 的分布函数 F_j，这可以用离散逆变法达到。第二步在给定 $J=j$ 后，做产生 X 的工作，当然 X 和 J 是无关的。

(3) 卷积法　卷积法与组合法有些相似，它是将变量 X 表示为其他随机变量之和。产生所需的算法是很直观的(令 F 是 X 的分布函数，G 是一个 Y_i 的分布函数)：

1) 产生 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$，每个 Y 都有独立的分布 G；

2) 置 $X=Y_1+Y_2+\cdots+Y_n$，然后返回。

(4) 取舍法　取舍法在方法上是非直接的，它可以在直接法失败或效率不高时使用。这种方法需要规定一个函数 t，使之覆盖密度 $f(x)$，即对所有的 x，$t(x)\geqslant f(x)$。通常 $t(x)$ 不是密度函数，因为

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t(x)\mathrm{d}x \geqslant \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x = 1 \tag{5-12}$$

但 $r(x)=t(x)/c$ 是密度函数。取舍法的具体算法如下：

1) 产生具有密度 $r(x)$ 的 Y；

2) 产生与 Y 独立的 $U\sim U(0,1)$；

3) 若 $U\leqslant f(Y)/t(Y)$，置 $X=Y$ 并返回，否则回到第 1 步。

2. 几种常见随机变量的产生

(1) 均匀分布 $U(a,b)$　随机变量 $U(a,b)$ 很容易通过逆变法得出，对于 $0\leqslant u\leqslant 1$，$x=F^{-1}(u)=a+(b-a)u$。具体步骤如下：

1) 产生 $U\sim U(0,1)$；

2) 令 $x=a+(b-a)u$，然后返回。

(2) 指数分布 $\exp(\beta)$　指数分布随机变量也可用逆变法得到，即

1) 产生 $U\sim U(0,1)$；

2) 置 $x=-\beta\cdot\ln U$，然后返回。

(3) 伽马分布 $\Gamma(\alpha,\beta)$　伽马分布的分布函数没有可以用逆变法求解的简单形式，因此它的算法比较复杂。

当 $\alpha=\beta=1$ 时，伽马分布 $\Gamma(1,1)$ 正是具有参数 1 的指数分布。因此可以只考虑 $0<\alpha<1$ 和 $\alpha>1$ 的情况。而对于 β，只要令 $x=\beta x$ 就可以从 $x\sim\Gamma(\alpha,1)$ 得到 $x\sim\Gamma(\alpha,\beta)$，所以也只考虑 $\beta=1$ 的情况。

首先考虑 $0<\alpha<1$ 的情况，采用一种由 Ahrens 和 Dieter 提出的取舍算法。取覆盖函数 $t(x)$ 为

$$t(x)=\begin{cases}0, & x\leqslant 0\\ x^{\alpha-1}/\Gamma(\alpha), & 0<x\leqslant 1\\ \mathrm{e}^{-x}/\Gamma(\alpha), & 1<x\end{cases} \tag{5-13}$$

于是，$c = \int_0^{\infty} t(x)\mathrm{d}x = b/[\alpha\Gamma(\alpha)]$，$b = (\mathrm{e}+\alpha)/\mathrm{e} > 1$，由此得到

$$r(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant 0 \\ \dfrac{\alpha x^{\alpha-1}}{b}, & 0 < x < 1 \\ \dfrac{\alpha \mathrm{e}^{-x}}{b}, & x > 1 \end{cases} \tag{5-14}$$

为了产生具有密度 $r(x)$ 的随机变量，可以用逆变法，对应 $r(x)$ 的分布函数为

$$R(x) = \int_0^{\infty} r(y)\mathrm{d}y = \begin{cases} \dfrac{x^{\alpha}}{b}, & 0 \leqslant x \leqslant 1 \\ 1 - \dfrac{\alpha \mathrm{e}^{-x}}{b}, & x > 1 \end{cases} \tag{5-15}$$

经变换得

$$R^{-1}(x) = \begin{cases} (bu)^{1/\alpha}, & u \leqslant 1/b \\ -\ln \dfrac{a(1-u)}{\alpha}, & 其他 \end{cases} \tag{5-16}$$

这样，为了产生具有密度 $r(x)$ 的 Y，首先产生 $U_1 \sim U(0,1)$。若 $U_1 \leqslant 1/b$，则置 $Y = (b \cdot U_1)^{1/\alpha}$，否则置 $Y = -\ln[(1-U_1)/\alpha]$，此时 Y 将大于 1。注意：

$$f(y)/t(y) = \begin{cases} \mathrm{e}^{-y}, & 0 \leqslant y \leqslant 1 \\ y^{\alpha-1}, & 1 < y \end{cases} \tag{5-17}$$

于是得到最后的算法如下：

1) 产生 $U_1 \sim U(0,1)$，并令 $P = bU_1$，若 $P > 1$，转第 3 步，否则进行第 2 步。

2) 令 $y = P^{1/\alpha}$，并产生 $U_2 \sim U(0,1)$，若 $U_2 \leqslant \mathrm{e}^{-y}$，置 $x = y$ 并返回，否则回到第 1 步。

3) 令 $y = -\ln[(b-P)/\alpha]$，并产生 $U_2 \sim U(0,1)$，若 $U_2 \leqslant y^{\alpha-1}$，置 $x = y$ 并返回，否则回到第 1 步。

接下来考虑 $\alpha > 1$ 的情况。当 $\alpha > 1$ 时，有好几种算法可以应用。在此，选用 Cheng 的修正取舍法，这种算法称为 GB 算法。为了获得覆盖函数 $t(x)$，首先令 $\lambda = (2a-1)^{1/2}$，$u = a^{\lambda}$，$c = 4a^{a}\mathrm{e}^{-a}/[\lambda\Gamma(a)]$，然后定义 $t(x) = c\,r(x)$，这里

$$r(x) = \begin{cases} \dfrac{\lambda u x^{\lambda-1}}{(u + x^{\lambda})}, & x > 0 \\ 0, & 其他 \end{cases} \tag{5-18}$$

对应密度 $r(x)$ 的分布函数是

$$R(x) = \begin{cases} \dfrac{x^{\lambda}}{u + x^{\lambda}}, & x \geqslant 0 \\ 0, & 其他 \end{cases} \tag{5-19}$$

经过变换，易于得到



$$R^{-1}(x) = (\frac{u^2}{1-u})^{1/\lambda} \qquad (0 < u < 1) \tag{5-20}$$

这其实是先规定了已知分布(这里 $R(x)$ 是作为对数分布的已知分布)，然后改变 $r(x)$ 的比例以得到覆盖函数 $t(x)$。

(4) 正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$　如果有了 $X \sim N(0,1)$，则令 $X' = \mu + \sigma x$ 可得到 $X' \sim N(\mu,\sigma^2)$，因此，只需产生 $N(0,1)$。产生随机变量 $N(0,1)$ 的早期方法之一是由 Box 和 Muller 开始使用的。这种方法现在仍被广泛地使用。它的优点是能确保在随机变量 $U(0,1)$ 和随机变量 $N(0,1)$ 之间一对一地产生，因此在偏差-缩减技术中使用公共随机数保持同步是很有用的。这种方法简单地说是产生随机变量 U_1, U_2，然后置 $X_1 = (-2\ln U_1)^{1/2}\cos(2\pi U_2)$ 和 $X_2 = (-2\ln U_1)^{1/2} \times \sin(2\pi U_2)$，则 X_1, X_2 是独立的 $N(0,1)$ 随机变量。此法用两个 $U(0,1)$ 随机变量产生了两个 $N(0,1)$ 随机变量，在实际应用中，可输出一个，保存另一个以备下次输出。Marsaglia 和 Maclaren 叙述了一种改进的 Box 和 Muller 法，此法消除了三角运算，现已成为著名的 Polar 法。用 FORTRAN 语言计算时，在不同机器上，该法比 Box 与 Muller 法快 9% ～ 31%。其算法如下：

1) 产生 $U_1, U_2 \sim U(0,1)$，令 $V_i = 2U_i - 1(i = 1,2)$，$W = V_1^2 + V_2^2$。

2) 如果 $W > 1$，则回到第一步。否则，令 $Y = [(-2\ln W)/W]^{1/2}$，$X_1 = V_1 Y$，$X_2 = V_2 Y$，则 X_1, X_2 是独立的 $N(0,1)$ 随机变量。

(5) 对数正态分布 $LN(\mu,\sigma^2)$　对数正态分布的特性是若 $Y \sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $e^Y \sim LN(\mu,\sigma^2)$。可以用如下算法获得：

1) 产生 $Y \sim N(\mu,\sigma^2)$；

2) 置 $X = e^Y$，返回。

(6) 贝塔分布 $B(\alpha_1,\alpha_2)$　贝塔分布的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^{\alpha_1-1}(1-x)^{\alpha_2-1}}{B(\alpha_1,\alpha_2)}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \tag{5-21}$$

式中，$B(\alpha_1,\alpha_2)$ 是贝塔(Beta)函数。

对于一定的(α_1,α_2)组合，某些 $B(\alpha_1,\alpha_2)$ 分布的特性有利于产生贝塔随机变量。首先，若 $X \sim B(\alpha_1,\alpha_2)$，则 $1 - X \sim B(\alpha_1,\alpha_2)$，因此可以从 $B(\alpha_1,\alpha_2)$ 得到 $B(\alpha_2,\alpha_1)$。当 α_1 或 α_2 中有一项等于 1 时，例如 $\alpha_2 = 1$，有 $f(x) = \alpha_1 x^{\alpha_1-1}$，分布函数 $F(x) = x^{\alpha_1}$，因而可以很容易地用逆变法产生 $X \sim B(\alpha_1,1)$。当 $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ 时，$B(1,1)$ 分布就是 $U(0,1)$。

对于任意的 $\alpha_2 > 0$ 及 $\alpha_1 > 0$，可以利用下述事实，即若 $Y_1 \sim \Gamma(\alpha_1,1)$，$Y_2 \sim \Gamma(\alpha_2,1)$，以及 Y_1 和 Y_2 独立，则 $Y_1/(Y_1+Y_2) \sim B(\alpha_1,\alpha_2)$，由此得到如下算法：

1) 产生 $Y_1 \sim \Gamma(\alpha_1,1)$，$Y_2 \sim \Gamma(\alpha_2,1)$，$Y_1$ 和 Y_2 独立；

2) 置 $x = Y_1/(Y_1+Y_2)$，然后返回。

(7) 威布尔分布 $W(\eta,\beta)$　其分布函数为

$$F(x) = 1 - e^{-\alpha x^{\beta}} \tag{5-22}$$

式中，$\alpha = 1/\eta^{\beta}$，则

$$x = (-\ln y/\alpha)^{1/\beta}$$

式中，$\alpha = 1/\eta^{\beta}$。

威布尔分布随机变量可用逆变法得到，即

1) 产生 $Y \sim U(0,1)$；

2) 置 $X = (-\eta^{\beta}\ln Y)^{1/\beta}$，然后返回。

5.4　可靠性与维修性指标计算方法

根据5.3节所述原理，用数字仿真的方法可以得到任意一个复杂系统的 m 个数字模拟值 $t_{Sj}(j = 1,2,\cdots,m)$。可靠性指标计算的经典方法是根据 t_{Sj} 对 T_S 的分布类型和参数进行统计推断，进而利用第一章的一些基本概率计算系统的平均寿命、寿命方差、可靠寿命和对系统的寿命进行区间估计等。但是，考虑到系统中各元件的寿命 $T_i(i=1,2,\cdots,n)$ 的分布类型不同及元件间连接关系的复杂性，实际上经典方法对于较为复杂的系统难以奏效。因此在获得系统的 $t_{Sj}(j = 1,2,\cdots,m)$ 后，我们建议的方法是直接利用 t_{Sj} 对系统的可靠性和维修性指标进行统计推断。当然，为了保证精度，m 值要大一些。

平均寿命
$$\overline{T}_S = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} t_{Sj} \tag{5-23}$$

寿命方差
$$\overline{S}_{T_S} = \sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}(t_{Sj} - \overline{T}_S)^2} \tag{5-24}$$

可靠寿命
$$t_p = \{t_{Sp} \mid 在所有 t_{Sj} 有 m \times R 个大于 t_{SR} \mid\} \tag{5-25}$$

寿命的区间估计
$$(\overline{T}_S - t_{\alpha/2}\frac{\overline{S}_{T_S}}{\sqrt{m}}, \overline{T}_S + t_{\alpha/2}\frac{\overline{S}_{T_S}}{\sqrt{m}}) \tag{5-26}$$

对于维修性指标，用下式计算系统的平均修复时间MTTR：

$$\text{MTTR} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i \overline{M}_{cti}}{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i} \tag{5-27}$$

式中，λ_i 是第 i 个元件的故障率，$\overline{M}_{cti}$ 是第 i 个元件的平均修复时间。

对于可靠修复时间 $(\text{MTTR})_R$（按该修复时间，有 $R \times 100\%$ 的产品可以修好），则在式(5-27)中，将 $\overline{M}_{cti}$ 替换为对应可靠度值 R 的 $\overline{M}_{ctiR}$ 即可。



5.5　一种可靠性与维修性分析的数字仿真软件系统介绍

目前，可用于复杂系统可靠性与维修性指标计算的方法主要有两种：故障树分析法(FTA)和基于本章基本理论与方法的可靠性框图与模拟实验相结合的方法。这两种方法从原理上形成了相互补充的关系。

故障树分析方法是从研究系统在某一时刻发生故障的概率为主线，主要研究系统故障和元件故障间的逻辑关系以及系统故障概率和元件故障概率间的定性与定量关系。它可以给出系统的失效概率值，但给不出系统的平均寿命等可靠性指标。

可靠性框图方法是以研究系统寿命特征为主线，主要研究系统寿命和元件寿命间的逻辑关系以及系统寿命指标和元件寿命指标间的定性关系。在可靠性框图方法的基础上，采用本章前面介绍的数字模拟方法后，可以方便地计算出系统寿命的平均值等可靠性指标，而且不受系统中元件的寿命分布形式和系统中元件复杂的连接关系的限制。但它只能给出系统的寿命平均值等，而给不出系统的失效概率值。

下面主要介绍由西北工业大学可靠性工程研究所经多年研究和开发的一种可靠性与维修性分析的数字仿真软件系统。

一、系统的主要功能

该系统的主要功能模块包括系统自动建模功能模块，元件的寿命分布形式选择、参数输入及元件的标识模块，系统可靠性与维修性指标体系选择模块，可靠性与维修性指标计算模块及系统管理模块等。

1. 系统自动建模功能模块

该功能模块可以在系统界面的提示下，采用元件拓展的方式，建立任意复杂系统的直观可靠性框图，系统框图的大小不受计算机屏幕尺寸的限制。如图 5-3、图 5-4 和图 5-5 所示是某飞机领航轰炸系统自动建模功能模块的部分界面。

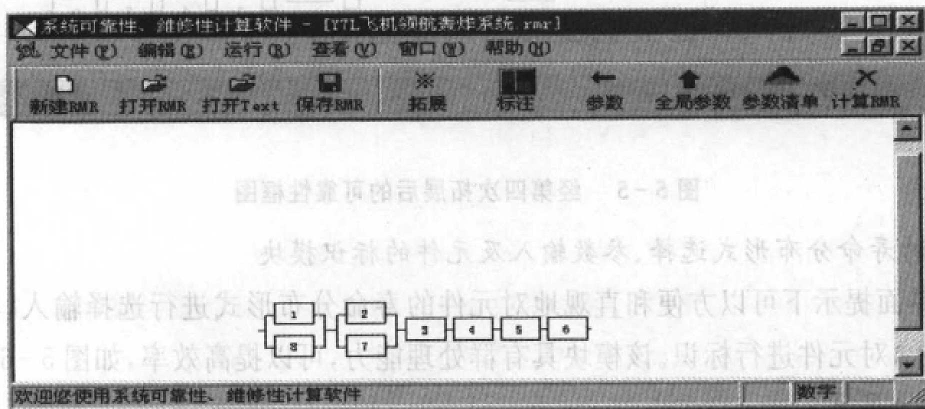


图 5-3　经第三次拓展后的可靠性框图



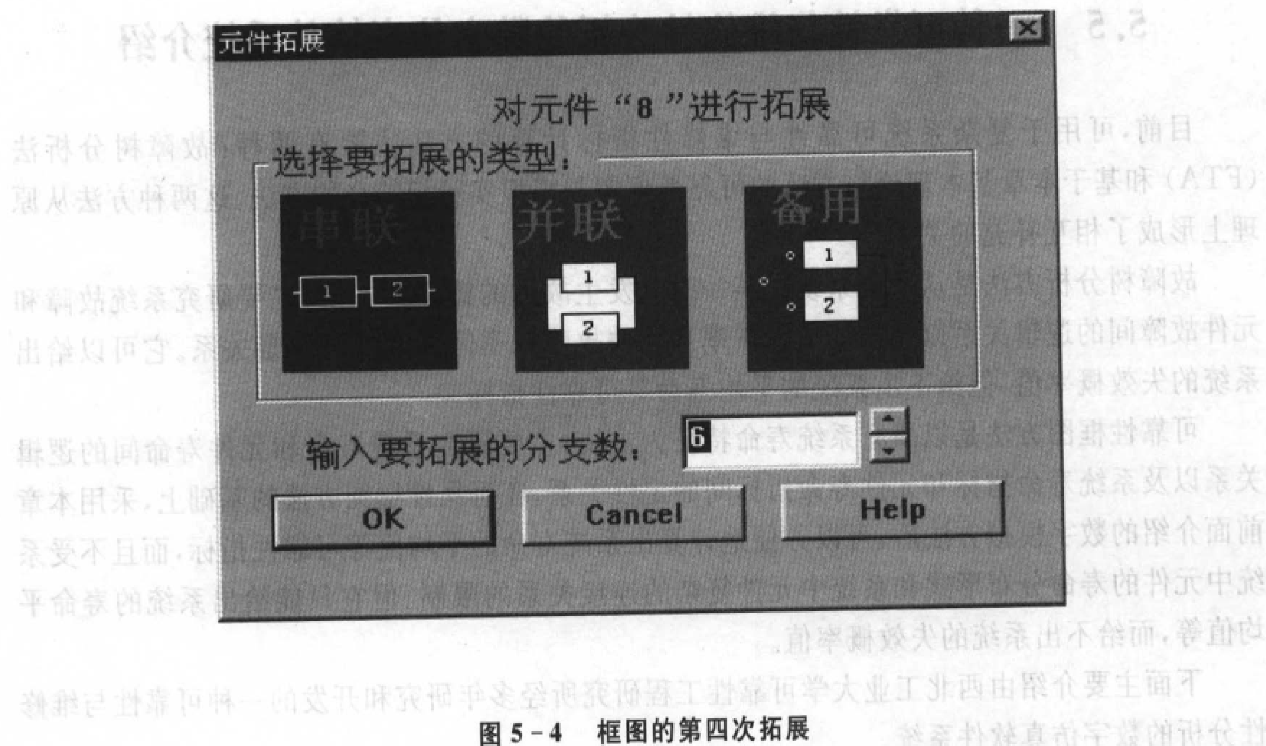


图 5-4　框图的第四次拓展

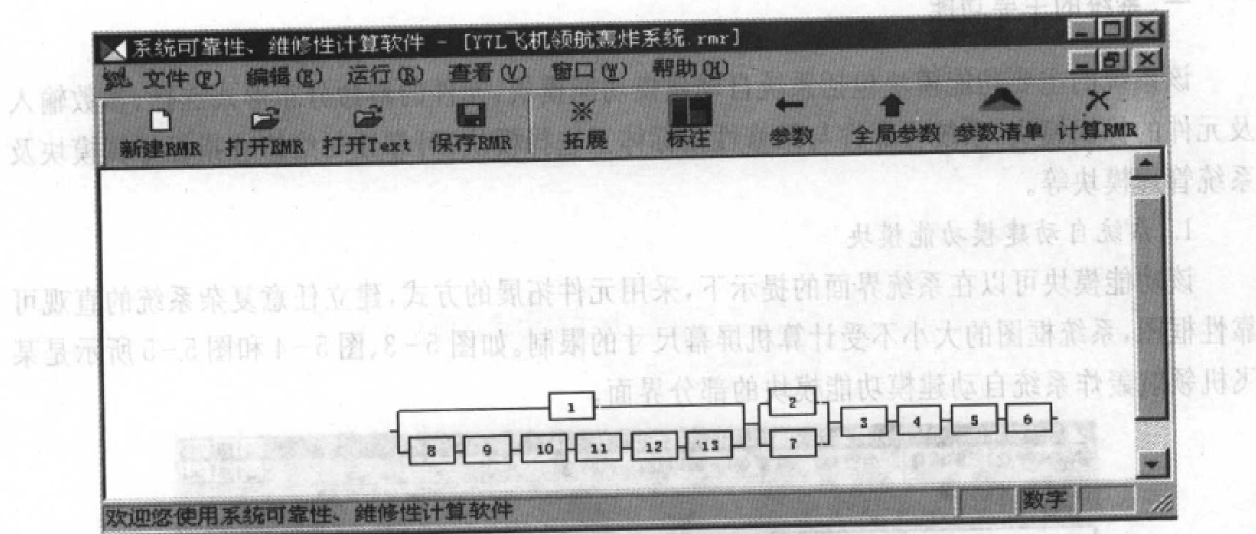


图 5-5　经第四次拓展后的可靠性框图

2. 元件的寿命分布形式选择、参数输入及元件的标识模块

系统在界面提示下可以方便和直观地对元件的寿命分布形式进行选择输入，在此基础上进行参数输入，对元件进行标识。该模块具有群处理能力，可以提高效率，如图 5-6、图 5-7、图 5-8 和图 5-9 所示。



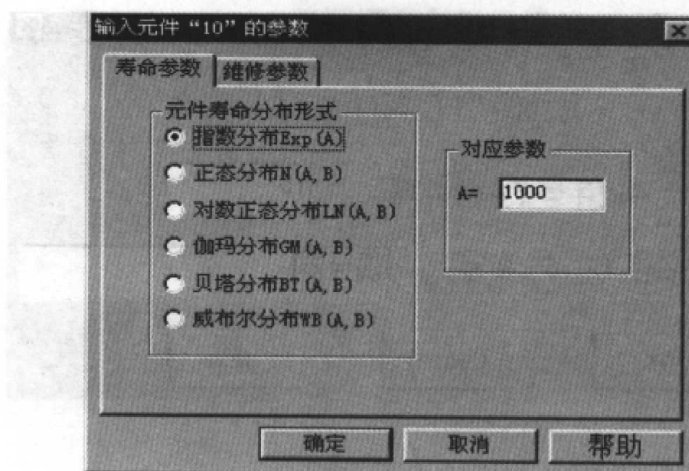


图 5-6　选择元件 10 为在线元件

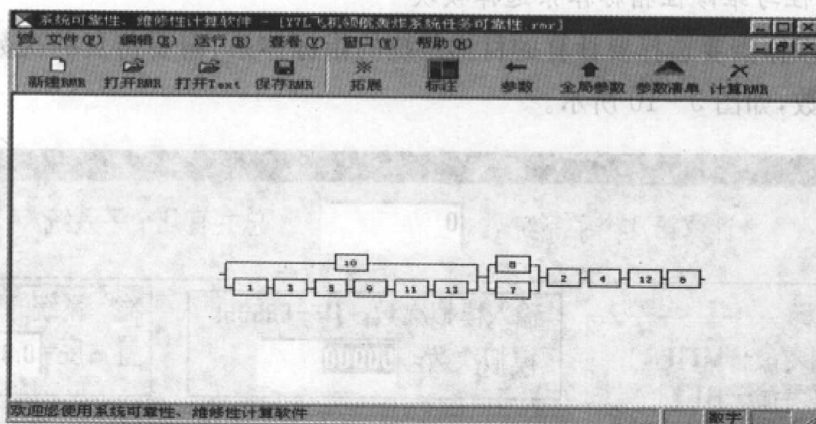


图 5-7　元件寿命分布形式与参数输入

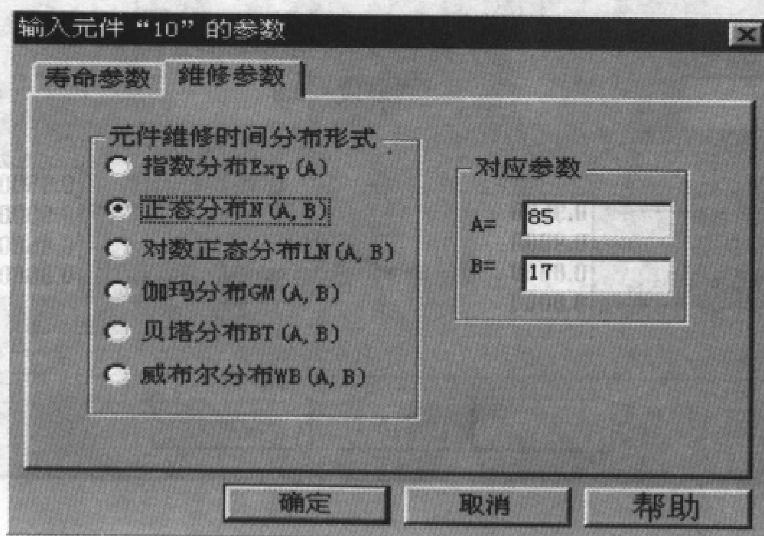


图 5-8　元件维修时间分布形式选择与参数输入

元件标注

给元件“1”进行标注

输入元件的序号（1-4个字符）： 10

元件名称（1-16个字符）： 耦合器

OK　Cancel　Help

图 5-9　元件标注示例

3. 系统可靠性与维修性指标体系选择模块

该模块可以根据需要选择要计算的目标系统的指标体系、需要仿真的次数和与指标计算相关联的一些参数，如图 5-10 所示。

全局参数

计算第几个子系统： 0　总共有几个子系统： 0

选择计算目标
☑ 计算平均寿命—MTTF
☑ 计算可靠寿命—RT
☑ 计算平均维修时间—MMT
☑ 计算可靠维修时间—RMT
☑ 计算任务可靠度

输入模拟次数：[1—65535]
模拟次数= 50000

输入系统的置信度：
置信度= 0.80

输入系统的任务时间：(小时)
任务时间= 1.00

计算下列寿命可靠度
可靠度= 0.8
添加 Add
删除 Delete
0.9500
0.9000
0.8500
0.8000

计算下列维修时间可靠度
可靠度= 0.8
添加 Add
删除 Delete
0.9500
0.9000
0.8500
0.8000

OK　Cancel　Help

图 5-10　系统的指标体系选择



4. 可靠性与维修性指标计算模块

在完成系统的可靠性框图建立、元件的寿命与维修时间分布形式的选择与参数输入、选定要计算的指标体系和模拟仿真次数后，启动该模块就可以很方便地计算出所要的指标数值。基本的计算方法在5.3和5.4节已经论述。

5. 系统管理模块

该模块具有整个系统的运行管理与输入输出文件管理的功能。文件管理包括已有系统模型文件的管理(含参数输入文件）和结果文件的管理。在所有的文件管理中均具有常规文件管理的基本功能。

二、系统的应用举例

下面以某型飞机前轮转弯系统为例进行说明。

1. 参数列表(见表5-2)

表5-2　参数列表

序号	元件名称	寿命分布	MTBF/h	维修时间分布	MMT/min
14	限流器	指数分布	24 000	正态分布	55
13	减压器	指数分布	30 000	正态分布	75
12	电磁开关	指数分布	30 000	正态分布	123
11	摩擦离合器	正态分布	90 000	正态分布	233
6	前轮转弯活门滑轮	正态分布	90 000	正态分布	148
5-2	换向滑轮	正态分布	90 000	正态分布	148
5-1	换向滑轮	正态分布	90 000	正态分布	148
4	换向滑轮	正态分布	90 000	正态分布	148
2	左操纵滑轮	正态分布	90 000	正态分布	138
3396	二极管	指数分布	24 000	正态分布	28
3394	微动开关	指数分布	24 000	正态分布	53
3393	控制开关	指数分布	24 000	正态分布	73
3392	自动保护开关	指数分布	24 000	正态分布	33
10	右操纵手轮	正态分布	90 000	正态分布	117
9	右操纵滑轮	正态分布	90 000	正态分布	138
8-2	同轴转接滑轮	正态分布	90 000	正态分布	228
8-1	同轴转接滑轮	正态分布	90 000	正态分布	228
7	新增换向滑轮	正态分布	90 000	正态分布	148
3	滑轮	正态分布	90 000	正态分布	228
1	左操纵手轮	正态分布	90 000	正态分布	117

2. 画出任务可靠性框图(见图 5-11)

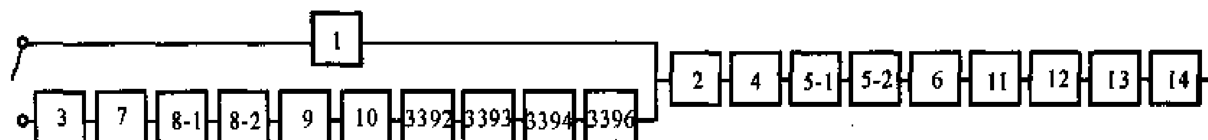


图 5-11　某型飞机前轮转弯系统任务可靠性框图

3. 利用该仿真软件系统的计算结果(见表 5-3)

表 5-3　某型飞机前轮转弯系统的计算结果(模拟次数 = 50 000)

计算的指标		本软件	Blocksim 软件
MTTF/h		9 203.288 1	9 203.288 1
置信区间(置信度 = 0.8)		[9 150.455 3,9 256.120 9]	
任务可靠度(任务时间 = 1.000 0 h)		0.999 891	0.999 891
可靠寿命 /h	$R = 0.950\ 0$	484.485 1	484.485 1
	$R = 0.900\ 0$	980.947 5	980.947 5
	$R = 0.850\ 0$	1 508.407 0	1 508.407 0
	$R = 0.800\ 0$	2 050.798 1	2 050.798 1
MMT/min		97.178 8	97.178 8
可靠维修时间 /min	$R = 0.950\ 0$	86.064 8	85.886 3
	$R = 0.900\ 0$	85.539 9	85.421 2
	$R = 0.850\ 0$	85.721 4	85.667 8
	$R = 0.800\ 0$	86.196 2	86.252 1

习题与思考题

1. 什么叫伪随机数?

2. 基于可靠性框图的数字仿真方法的原理是什么?

3. 有一串联系统由 n 个元件组成,它们的寿命服从 $T_i \sim \exp(\theta)$,维修时间服从 $MT_i \sim \exp(\omega)$ $(i = 1,2,\cdots,n)$。当 $\theta = 1\ 000,2\ 000$;$\omega = 120,200$ 和 $n = 10,5$ 时,求系统的平均寿命和平均维修时间。

4. 有一旁路连接系统由 n 个元件组成,它们的寿命服从 $T_i \sim N(\mu,\sigma^2)$,维修时间服从 $MT_i \sim N(\mu,\sigma^2)$。当 $\mu = 1\ 000,2\ 000$;$\mu_1 = 120,200$;$\sigma = 10,30$ 以及 $n = 10,5$ 时,求系统的平均寿命和平均维修时间。

第六章 维修性建模、分配与预计

6.1 概 述

维修性建模、分配与预计是产品维修性定量设计与分析中的重要工作项目。

维修性模型是维修性分析与评定的重要基础和手段。其目的是要用模型来表达系统与各单元维修性的关系以及维修参数与各种设计及保障要素参数之间的关系，供维修性分配、预计及评定用。

维修性分配是为了把产品维修性定量要求按规定的准则分配给各组成部分而进行的工作。其目的是为系统或设备各部分研制者提供维修性设计指标，以保证系统或装备最终符合规定的维修性要求；同时，通过维修性分配，明确各承制方或供应方的产品维修性指标，以便于系统承制方对其实施管理。维修性分配要尽早开始，逐步深入，适时修正。

维修性预计是为了估计产品在规定工作条件下的维修性而进行的工作。其目的是预先估计产品的维修性参数值，了解其是否满足规定的维修性要求，以便做出设计决策（如选择设计方案、转入新的研制阶段或试验）；同时，可以及时发现维修性设计方面的缺陷，作为更改设计或保障安排的依据。另外，在改进产品或研制中更改设计时，通过预计还可估计其对维修性的影响，以便采取适当的对策。维修性预计的结果还常常是用做维修性设计评审的一种依据。

6.2 维修性模型分类

维修性模型按其反映的内容，可分为狭义模型和广义模型。狭义维修性模型指表达系统维修性与各组成单元维修关系的模型和产品维修性与设计特征关系的模型。它们主要用于维修性分配、预计和评价。广义维修性模型除包含上述内容外，还包括其他有关维修的 RCM（以可靠性为中心的维修）、RLA（修理级别分析）等模型，它们主要用于设计或设计方案的评价、选择和权衡，或为维修性设计提供基础。本节主要介绍狭义维修性模型。

按维修性模型形式的不同，分为如下几种：

1. 框图模型

主要采用维修职能流程图、包含维修的功能层次框图等形式，标示出各项维修活动间的顺序或产品层次、维修的部位和工作，判明其相互影响，以便于分配、评价产品的维修性并及时采取纠正措施。这种模型属于定性分析模型。

2. 数学模型

主要通过建立各种数学表达式，用于进行维修性分析、评估与综合权衡。

3. 计算机仿真模型

考虑到维修作业的发生和持续时间的随机性，难以用一般数学模型描述，可建立系统维修性的仿真模型，通过仿真求解系统维修时间。

4. 实体模型

用于维修性核查、演示、验证的模型。

下面主要介绍框图模型和数学模型。

一、维修性的系统框图模型

1. 维修职能流程图

维修职能是一个统称，它可以指产品维修级别，如基层级维修、基地级维修等；也可以指在某一具体级别上实施维修的各项活动，这些活动是按时间顺序排列出来的。

维修职能流程图是提出维修的要点并找出各项职能之间相互关系的一种流程图。对某个维修级别来说，则是从产品进入维修时起直到完成最后一项维修职能，使产品恢复到或保持其规定状态所进行的流程框图。

维修职能流程图随产品的层次、维修的级别不同而不同。图 6-1 是某系统最高层次的维修职能流程图。该图清楚地表明了由维修机构实施的预防性维修或排除故障维修可分为三个级别，即基层级、中继级和基地级。系统一般是在某一机构维修，完成维修后再转回使用。

图 6-2 所示是产品中继级维修的一般流程，是图 6-1 中所示中继级维修的进一步展开。它表示出从接收该待修产品到修完返回使用单位（或供应部门）的一系列维修活动，包括准备活动、诊断活动和更换活动等。

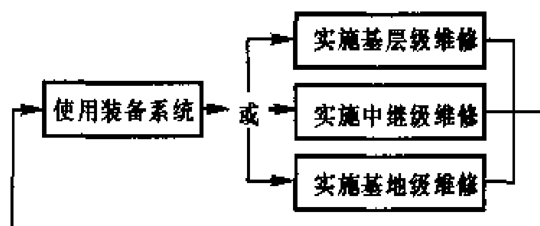


图 6-1　各级维修的总流程

维修职能流程图是一种有效的维修性分析手段，它将产品维修活动的先后顺序整理出来，形成非常直观的流程图。如果把有关的维修时间和故障率的数值标在图上，就可以很方便地进行维修性的分配和预计及其他分析。

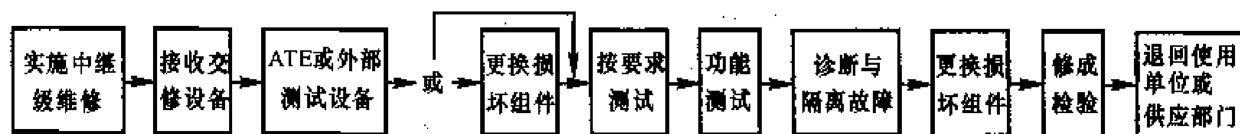


图 6-2　中继级维修职能的流程图



2. 系统功能(包含维修)层次框图

维修职能流程图是从纵向按时序表达各项维修工作和活动的关系；而包含维修的系统功能层次框图则是从横向按组成表达系统与各部分维修工作和活动的关系，以便掌握系统与单元的维修关系。系统功能层次框图是表示从系统到可更换单元的各个层次所需的维修措施和维修特征的系统框图，它可以进一步说明维修职能流程图中有关产品和维修活动的细节。

系统功能层次的分解是按其结构(工作单元)自上而下进行的，一般从系统级开始，分解到能够做到故障定位，更换故障件，进行维修或调整的层次为止。分解时应结合维修方案，在各个产品上标明与该层次有关的重要维修措施(如弃件式维修、调整或修复等)，为简化这些维修措施可用符号表示。如图 6-3 所示是一个典型通信系统的功能层次图。

功能层次
系统
分系统
装置
机组
单元体
组件
部件
零件

通信系统
发送站　接收站
调制设备　发射机　接收机　记录设备
发射器　天线组　天线组　接收器
电源　调制装置　振荡器　激励器　功率放大装置　接收装置　调制解调装置　录话机　电传打印机
音频放大器　移频键控　稳定主控振荡器　倍频器　阻尼器　功率放大器　射频放大器　中频放大器　音频放大器　双音频调制解调
分部件　分部件　分部件　分部件
元件　元件　元件　元件　元件

符号　△L 故障定位点　△I 故障隔离点　△A 校正点　△T 检测点　○ 可更换件　□ 需分解项目

图 6-3　典型通信系统的功能层次图

图 6-3 中各符号意义如下：

• 圆圈：该圈内的项目在故障后采用换件修理，即可更换单元。

• 方框：框内项目需要继续向下分解。

• 标记有"L"的三角形：该项目不用辅助保障设备即可故障定位。

• 标记有"I"的三角形：该项目需要使用机内或辅助保障设备才可故障定位（即隔离）。

• 标记有"A"的三角形：标在方框旁边表明换件前需调整或校正；标在圆圈旁边表明换件后需调整或校正。

• 含"T"的三角形：项目需要功能检测。

二、维修性数学模型

1. 维修时间的进一步说明

如前所述，维修性的参数很多，而维修时间是最基本的，通常由它可以导出其他的参数。维修时间的计算是维修性分配、预计及试验数据分析等活动的基础。因此，维修性的数学模型，主要是计算维修时间的模型。这里的维修时间是一个统称，它可以是修复性维修时间，也可以是预防性维修时间，为了方便统称为维修时间。

由于维修时间是随机变量，它通常可以由某一统计分布形式来近似表达。所以，维修时间的计算模型可分为两类：一是分布计算模型，通过分析、计算得出维修时间的分布规律；二是特征值计算模型，用于计算维修时间的特征值，如平均值、中值、最大值等。这里仅介绍常见的维修时间模型。

由于维修性数学模型主要是计算维修时间，因此，首先给出维修时间要素的概念。维修时间要素及定义如表 6-1 所示。

表 6-1　维修时间要素的定义

维修时间要素	代号	定　　义
准备时间	T_P	与在进行故障隔离之前需要完成的维修作业有关的时间。例如，测试设备安装及预热；给系统接通电源、冷却、预热及稳定；对系统输入初始化参数等所需时间
故障隔离时间	T_{FI}	与将故障隔离到可开始修复故障的产品层次所需的维修作业有关的时间。例如，诊断程序的加载、运行和判读结果；检查故障隔离征候，根据维修手册确定其位置；按手册的程序指出 RU 或 RU 组装件的确切位置等所需的时间
故障修复时间 • 分解时间	T_D	与新确定 RU 有关的时间。例如，打开设备柜门、拉出设备柜、拆下止动杆，技术人员将设备等转移到远处的时间
• 更换时间	T_I	与拆缺并更换有故障的 RU 有关的时间。例如，拧下螺钉、连接器和去焊；取出并插入 RU；涂上保护涂层和传热膏等的时间



续　表

维修时间要素	代号	定　义
·再组装时间	T_R	与更换 RU 后把设备密闭有关的时间，即与分解相反过程所需的时间
·调准时间	T_A	与在故障修复后进行对系统或 RU 的调整或校准系统有关的时间
·检验时间	T_C	与验证故障已修复而系统工作正常有关的时间

2. 建立模型的基础

为建立模型需要下述信息：

(1) 产品技术状态，根据这些状态指标可以确定主要的可更换单元。

(2) 每个主要的可更换单元的故障率。

(3) 总的故障隔离方案(即故障隔离到单个可更换单元或一组可更换单元)。

(4) 基本的封装原则，包括每个可更换单元初步的可达及更换特性。

(5) 对每个主要的可更换单元将实施的主要的故障隔离技术。

(6) 用下面两种方法之一定义的故障隔离率：

1) 被测装置中可更换单元的平均个数；

2) 隔离到 N 个可更换单元的百分数，$N=1,2,3,\cdots$。

3. 常用的维修性数学模型

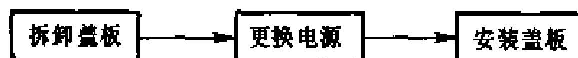
(1) 串行作业模型(累加模型)。串行作业是指一系列首尾相连，前一作业完成时后一作业开始，既不重叠又不间断。在维修工作中，一次维修事件是由若干维修活动组成的，而各项维修活动是由若干项基本维修作业组成的。如果只有一个维修人员或维修组，不能同时进行几项活动或作业，就是串行作业。在这种情况下，完成一次维修或一项维修活动的时间就等于各项活动或各基本维修作业时间的累加值。

假设某项维修事件(活动)的时间为 T，完成该项维修事件(活动)需要 n 个活动(基本维修作业)，每项活动(基本维修作业)的时间为 $T_i(i=1,2,\cdots,n)$，它们相互独立，则

$$T=T_1+T_2+\cdots+T_n=\sum_{i=1}^{n}T_i \qquad (6-1)$$

如果已知每项活动(基本维修作业)时间的分布函数，则可求得总时间 T 的分布。

例 6.1　某设备的电源产生故障后，其修理流程如下：



已知每项活动的时间服从正态分布，其分布参数如下：

拆卸盖板：$\theta_1=15$ min，$\sigma_1=3$ min；

更换电源：$\theta_2 = 20\ \text{min}, \sigma_2 = 5\ \text{min}$；

安装盖板：$\theta_3 = 18\ \text{min}, \sigma_3 = 3\ \text{min}$。

求修理电源的时间分布。

解　由于每项修理活动时间均服从正态分布，则总的时间分布也是正态分布。在每个 T_i 的均值和方差确定的情况下，T 的均值和方差可直接用以下公式确定：

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 53\ \text{min}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2} = 7.07\ \text{min}$$

对于一般的分布，可以考虑用卷积分公式和数字仿真方法求解。

i) 卷积计算：独立随机变量和的密度函数等于各随机变量的密度函数的卷积。假设两项维修活动（基本维修作业）时间是相互独立的随机变量 T_1, T_2，其密度函数为 $m_1(t), m_2(t)$，则 T 的密度函数为

$$m(t) = m_1(t)m_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} m_1(t)m_2(z-t)\mathrm{d}z \tag{6-2}$$

当随机变量超过两个时，其卷积可分步两两计算。

ii) 模拟法求解：其基本思想是利用计算机产生(0,1)的随机数，分别反求出相应的 $t_1, t_2, \cdots$，则 $T = t_1 + t_2 + \cdots$，这样反复模拟上千次或上万次，得到大量的修理时间数据，然后把这些数据排序分组，计算其密度函数的估计值。

(2) 均值计算模型。均值是维修时间的重要特征量，也是确定维修性参数时的首选特征量，在维修性分析中，经常估算产品维修时间均值。其计算模型如表 6－2 所示。

表 6－2　维修时间均值计算模型

维修性模型类别	定　义	计算公式	符号说明
平均修复时间 $\overline{M}_{ct}$	在规定条件下和规定时间内，产品在任一规定的维修级别，修复性维修总时间与该级别上被修复产品的故障总数之比	$\overline{M}_{ct} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i \overline{M}_{ct_i}}{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i}$	n— 可更换单元(RU)的数量； λ_i— 第 i 个可更换单元的故障率； $\overline{M}_{ct_i}$— 第 i 个可更换单元的平均修复时间
平均预防性维修时间 $\overline{M}_{pt}$	指设备某个维修级别一次预防性维修所需时间的平均值	$\overline{M}_{pt} = \dfrac{\sum_{j=1}^{m} f_{pj}\overline{M}_{pt_j}}{\sum_{j=1}^{m} f_{pj}}$	f_{pj}— 系统第 j 项预防性维修活动的频率，指日维护、月维护、年预防性维护等的频率； $\overline{M}_{pt_j}$— 系统第 j 项维修活动所需要的平均时间； m— 系统需要进行预防性维修活动的项目数



续　表

维修性模型类别	定　义	计算公式	符号说明
平均维修时间 $\overline{M}$	在规定的条件下和规定时间内，产品预防性维修和修复性维修总时间与该产品计划维修和非计划维修总次数之比	$\overline{M}=\dfrac{\lambda\overline{M}_{ct}+f_p\overline{M}_{pt}}{\lambda+f_p}$	λ— 产品的故障率 $\lambda=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i$；$f_p$— 产品预防性维修的频率 $f_p=\sum_{j=1}^{m}f_j$

例 6.2　某装备由 3 个可修部件组成，其部件平均故障间隔时间 T_{bfi} 及平均修复时间 $\overline{M}_{cti}$ 如下：

部件 1：$T_{bf1}=1\ 000$ h，$\overline{M}_{ct1}=1$ h；

部件 2：$T_{bf2}=500$ h，$\overline{M}_{ct2}=0.5$ h；

部件 3：$T_{bf3}=500$ h，$\overline{M}_{ct3}=1$ h。

求装备的平均修复时间。

解　各部件的平均故障率为

$$\lambda_1=\frac{1}{T_{bf1}}=0.001/\text{h}$$

$$\lambda_2=\frac{1}{T_{bf2}}=0.002/\text{h}$$

$$\lambda_3=\frac{1}{T_{bf3}}=0.002/\text{h}$$

则

$$\overline{M}_{ct}=\frac{\sum_{i=1}^{3}\lambda_i\overline{M}_{cti}}{\sum_{i=1}^{3}\lambda_i}=0.8\ \text{h}$$

(3) 并行作业模型。组成维修事件(活动)的各项维修活动(基本维修作业)同时开始，则为并行作业。在大型装备中常常是多人或多组同时进行维修，以缩短维修持续时间。如果各项活动或作业是同时开始，那就应当使用并行作业模型。

显然，并行作业的维修持续时间等于各项活动(基本维修作业)时间的最大值，即

$$T=\max(T_1,T_2,\cdots,T_n) \tag{6-3}$$

而其维修度为

$$M(t)=P\{T\leqslant t\}=P\{\max(T_1,T_2,\cdots,T_n)\leqslant t\}=$$

$$P\{T_1\leqslant t,T_2\leqslant t,\cdots,T_n\leqslant t\}=\prod_{i=1}^{n}M_i(t) \tag{6-4}$$

即为各项活动(基本维修作业)维修度的乘积。

(4) 网络作业模型。如果组成维修事件(活动)的各项活动(基本维修作业)既不是串行又不是并行关系,则可用网络模型来描述,采用网络计划技术计算维修时间。它适用于装备大修时间分析,以及交叉作业的其他维修时间计算。其具体方法可参考运筹学等有关书籍。

(5) 维修性参数回归分析模型。维修性的参数与多种设计特征有关。这种关系往往难以直接推导出简单的函数式,而通过试验或收集现场维修数据进行回归分析,建立回归模型是一种有意义的方法。

例如,影响电子设备维修时间的因素甚多,经验表明,其中最重要的是设备的复杂程度,即所包含的可更换单元数和发生一次故障所需要更换的单元数。根据我国统计数据,它们近似于线性关系,即可用线性回归模型。如雷达平均修复时间(h)为

$$\bar{M}_{ct} = 0.15u_1 + 0.0025u_2 \qquad (6-5)$$

除上述外,维修性分配、预计、验证的方法和标准往往都规定介绍适用模型。在工程项目研制中,主要是选择适当的模型,并进行必要的修改或补充。

6.3 维修性分配

在确定了产品的维修性指标以后,应在设计的初始阶段完成初步的分配工作,即将维修性指标分配到系统的各功能部分,并在详细设计过程中,将分配进行反复修正。分配的广度和深度取决于产品的复杂程度和设计过程,并受其他性能(如可靠性)的影响。

一、维修性分配前应具备的条件

在维修性分配前应具备如下条件:

(1) 已经提出对产品的维修性要求并写入合同或研制任务书中;

(2) 已经初步确定产品的系统功能层次和维修方案;

(3) 已经完成有关的可靠性分析,并为维修性的分配和预计提供了必要的数据(如故障率)。

二、维修性分配步骤

维修性分配是一个重复迭代的过程,它可按下述步骤(见图 6-4)进行分配:

步骤 1:确定被分配系统的维修性参数及定量要求,例如,某系统要求 $\bar{M}^*_{cts} = 0.5$ h。

步骤 2:绘制系统的维修流程图,确定每一维修等级所具有的维修职能和能做的工作,维修流程图规定了各分系统在维修环境中的相互关系和进行维修的先后顺序。

步骤 3:绘制系统的功能框图,确定组成系统的各个分系统及(或)组成分系统的各个设备,以对每个分系统及(或)设备分配维修性指标。



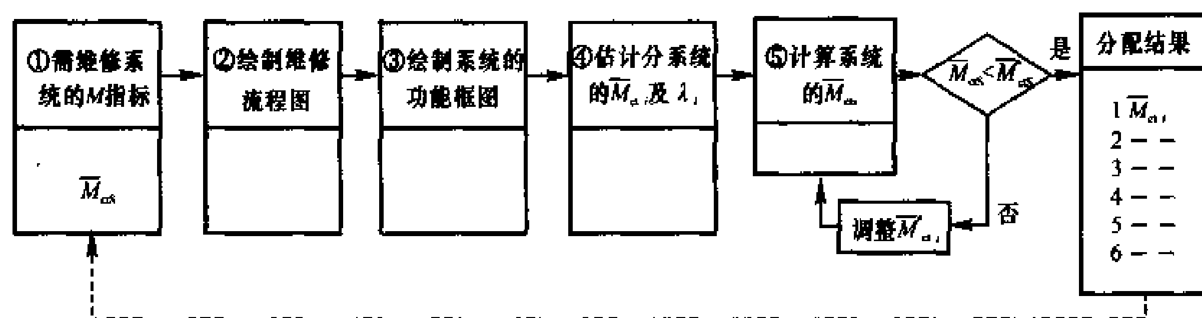


图 6-4　维修性分配步骤(系统级)

步骤 4：初步估算各分系统的平均修复时间 $\overline{M}_{cti}$ 及维修频率(或故障率 λ_i)，把系统的维修性要求初步分配给各个分系统，其分配过程可利用表格或功能框图来表示。

步骤 5：计算系统的平均修复时间 $\overline{M}_{ctS}$，即

$$\overline{M}_{ctS}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\overline{M}_{cti}}{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i} \tag{6-6}$$

式中，n 为组成系统的分系统总数。

步骤 6：分析并检查分配后的 $\overline{M}_{ctS}$ 是否与要求的指标 $\overline{M}^*_{ctS}$ 相一致(即 $\overline{M}_{ctS}\leqslant\overline{M}^*_{ctS}$)。如果 $\overline{M}_{ctS}$ 不能满足要求，则要采取下述方法来调整各分系统 $\overline{M}_{cti}$ 的分配值。

(1) 通过改进可靠性设计或采用可靠性更高的元器件等来减小故障率 λ；

(2) 通过改进可达性，采用模块化设计或提高故障诊断能力等来减少修复性维修时间。

在调整分配值的过程中，通常要列出各种备选方案，并进行寿命周期费用分析来选择最优的方案，使得分配后的 $\overline{M}_{ctS}$ 既满足系统规定的要求($\overline{M}^*_{ctS}$)，又使其费用低。

步骤 7：完成对各分系统的分配后，各分系统的分配值 $\overline{M}^*_{cti}$ 便作为分系统的设计指标并进一步分配到更低一级的产品层次(如设备级)，其分配步骤及方法与上述从系统到分系统的分配过程相似。

三、维修性分配方法

如前所述，系统(上层次产品)与其各部分(下层次部分，以下称单元)的维修性参数大都为加权和的形式，如式(6-6)所示。其他参数的表达式也类似，以下均予以讨论。该式是维修性指标分配应满足的基本公式。维修性分配方法根据分配时机、信息占有程度等的不同，采用不同的方法，下面将介绍几种不同的分配方法。

1. 等值分配法

取各单元的指标相等，即

$$\overline{M}_{ct1}=\overline{M}_{ct2}=\cdots=\overline{M}_{ctn}=\overline{M}_{ct}$$

这是一种最简单的分配方法，其适用条件是：组成上层次产品的各单元的复杂程度、故障率及预想的维修难易程度大致相同。也可在缺少可靠性、维修性信息时，进行初步的分配。

2. 按故障率分配法

取各单元的平均修复时间 $\overline{M}_{cti}$ 与其故障率成反比，即

$$\lambda_1\overline{M}_{ct1}=\lambda_2\overline{M}_{ct2}=\cdots=\lambda_n\overline{M}_{ctn}$$

代入式(6－6)，得

$$\overline{M}_{ct}=\frac{n\lambda_i\overline{M}_{cti}}{\sum\lambda_i}$$

$$\overline{M}_{cti}=\frac{\overline{M}_{ct}\sum\lambda_i}{n\lambda_i} \tag{6-7}$$

当各单元故障率 λ_i 已知时，可求得各单元的 $\overline{M}_{cti}$。显然，单元故障率越高，分配的修复时间越短。这样，可以比较有效地达到规定的可用性和战备完好性目标。

例 6.3 某系统由 A，B，C 三个分系统组成，其功能层次如图 6－5 所示，要求系统平均修复时间 $\overline{M}_{ct}$ 为 0.5 h，各分系统故障率列于表 6－3 中，试按故障率分配法进行维修性分配。

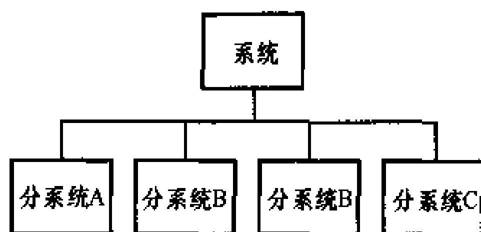


图 6－5 系统功能层次示意图

表 6－3 分配表

分系统类型	数　量	故障率 λ	累积故障率	$\overline{M}_{cti}$/h
A	1	1.71	1.71	0.27
B	2	0.48	0.96	0.47
C	1	0.06	0.06	7.6
$\sum$			2.73	

解 计算各分系统故障率，并按故障率分配法进行计算，结果见表 6－3。

$$\overline{M}_{ctA}=\frac{0.5\times2.73}{3\times1.71}=0.27\ \text{h}$$

$$\overline{M}_{ctB}=\frac{0.5\times2.73}{3\times0.96}=0.47\ \text{h}$$

$$\overline{M}_{ctC}=\frac{0.5\times2.73}{3\times0.06}=7.6\ \text{h}$$

3. 相似产品分配法

产品设计总是有继承性的，因此可根据已有相似产品维修性信息，作为新研或改进产品维



修性分配的依据。

已知相似产品维修性数据，计算(改进)产品的维修性指标，可用下式：

$$\overline{M}_{cti} = \frac{\overline{M}^{*}_{cti}}{\overline{M}^{*}_{ct}}\overline{M}_{ct} \tag{6-8}$$

式中，$\overline{M}^{*}_{ct}$ 和 $\overline{M}^{*}_{cti}$ 分别表示相似产品(系统)和它的第 i 单元的平均修复时间。

4. 设计特性加权分配法

这种方法适用于新系统的基本设计特性已确定的研制阶段，根据各分系统的设计特性确定分配的加权系数，其分配步骤如下：

第一步，第 i 种分系统的数量 Q_i。

第二步，估计单个分系统的故障率 λ_{SS}。

第三步，确定每种分系统的总故障率 λ_i，即第 i 种分系统的数量 θ_i 与其单个分系统的故障率 λ_{SS} 的乘积，$\lambda_i = Q_i\lambda_{SS}$。

第四步，确定可达性、故障检测和隔离、拆卸和安装、校准及检验等设计特性的影响因数 K_{ij}，K_{ij} 为第 i 种分系统的第 j 个设计特性，参见表 6-4、表 6-5、表 6-6 和表 6-7。

第五步，确定各分系统设计特性加权系数 W_i，即

$$W_i = \frac{K_i\sum_{i=1}^{n}\lambda_i}{\lambda_i\sum_{i=1}^{n}K_i} \tag{6-9}$$

式中，K_i 为第 i 种分系统设计特性总的影响因数之和，$K_i = \sum_{j=1}^{D}K_{ij}$，$D$ 为设计特性数量；n 为分系统的种类数。

第六步，计算各分系统的分配值 M_{cti}，即

$$M_{cti} = M^{*}_{ctS}W_i \tag{6-10}$$

表 6-4 故障检测和隔离因子 K_{i1}

K_{i1} 值	说明
1	使用 BIT 进行故障检测和隔离
2	使用 BIT 进行故障检测和部分隔离
3	使用 ATE[①] 进行故障检测
4	使用测试设备进行手工故障检测
5 6	使用标准测试设备进行手工故障查找

注：① ATE 为地面自动测试设备。

表 6-5　设备安装因子 K_{i3}、设备校准和调整因子 K_{i4}

K_{i3}，K_{i4} 值	说　　明
1	通过软件进行自动校准
2	通过系统自身的显示装置进行简便的模拟式校准
3	通过外接设备进行模拟式校准
4	机械调整
5	人工修正
6	逐次逼近法调整

表 6-6　设备拆卸因子 K_{i2}

K_{i2} 值	说　　明
1	直接可达或通过用摇摆螺栓或快卸锁锁紧的 A 类口盖就可达 卡口插接式电连接器 一个人可搬运的轻型设备
2	通过用快卸锁锁紧的 B 类口盖就可达 卡口插接式电连接器 一个人可搬运的轻型设备
3	通过用螺钉、螺栓固定的 C 类口盖 卡口插接式电连接器 两人才能搬运的重型设备
4	必须拆卸某些设备后才可达 其他情况与“3”相同
5	设备很重，拆卸时需地面保障设备 其他情况与“4”相同
6	由专门特性的导线进行电气连接 其他情况同“5”相同



表 6-7　设备检测技术因子 K_{i5}

K_{i5} 值	说　明
1	采用 BIT 进行检测
2	BIT 结合交互式自检测
3	采用测试设备进行检测
4	
5	采用手工方式进行检测
6	

表 6-6 中所述的 A 类、B 类及 C 类口盖分别说明如下：

A 类口盖　口盖打开或关闭时间小于 1 min，飞机上日常的所有维护点，飞行前及飞行后检查和日常检查的产品须采用 A 类口盖，或者不用通过口盖就可进行检查。

B 类口盖　口盖打开或关闭时间从 1 min 到 10 min，对于 MTBF 较低的产品，所有要求进行定期阶段检查或频繁拆卸的产品都应通过 B 类口盖进行检查。

C 类口盖　口盖打开或关闭时间根据检查口盖上具有螺钉的数量而定，对于 MTBF 较高的产品，所有不要求进行定期检查或频繁拆卸的产品可通过 C 类口盖进行检查。

最后，对于改进型的系统，设它由 n 种分系统组成，其中 L 种是不须进行改进设计的分系统，$(n-L)$ 种是须进行新设计的分系统。新设计的分系统的维修性分配由下式决定：

$$\overline{M}_{ctj}=\frac{\overline{M}_{ctS}^{*}\sum_{i=1}^{n}Q_i\lambda_i-\sum_{i=1}^{j}Q_i\lambda_i\overline{M}_{cti}}{(n-L)Q_j\lambda_j} \tag{6-11}$$

式中，$j=L+1,\cdots,n$；$\overline{M}_{ctj}$ 为新设计的第 j 分系统的平均修复时间；$\overline{M}_{ctS}$ 为系统要求的平均修复时间；$\overline{M}_{cti}$ 为第 i 分系统的平均修复时间；Q_i 为第 i 分系统的数量；λ_i 为第 i 分系统的故障率；Q_j 为第 j 分系统的数量；λ_j 为第 j 分系统的故障率。

例 6.4　某战斗机的飞行操纵系统由数字式飞行控制分系统、伺服作动器、前缘襟翼分系统和机械部件等四个分系统组成，整个飞行操纵系统的 M_{ct} 为 2 h，试将飞行操纵系统的 M_{ct} 分配到分系统级，并将数字式飞行控制分系统 M_{ct} 分配到设备级，即外场可更换单元。其分配步骤如下：

步骤 1：确定飞行操纵系统的维修性参数和指标，$M_{ctS}^{*}=2$ h。

步骤 2：绘制飞行操纵系统的功能框图，如图 6-6 所示。

步骤 3：利用设计特性加权分配法把飞行操纵系统的 M_{ctS}^{*} 分配到数字式飞行控制分系统、伺服作动器分系统、前缘襟翼分系统和机械分系统（各舵面中的机械部分），其分配过程如表

6-8所示。

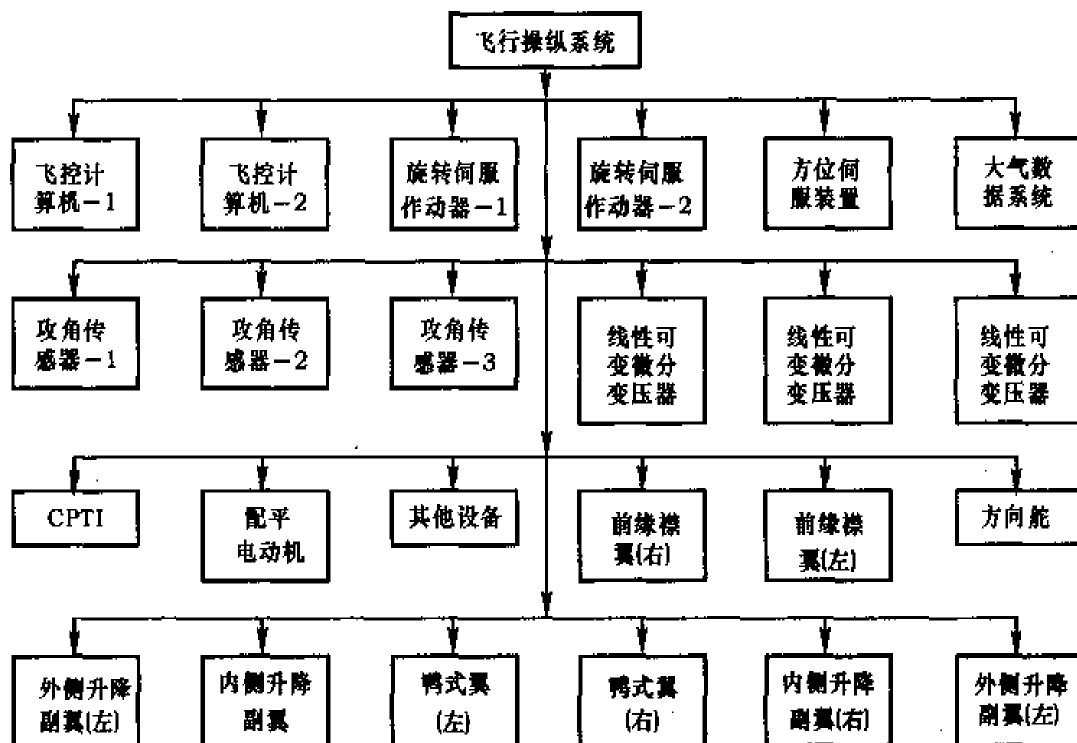


图6-6　系统功能框图

表6-8　飞行操纵系统的分配

分系统名称	Q_i	$\lambda_{SS}/(10^{-6}h^{-1})$	$\lambda_i/(10^{-6}h^{-1})=(Q_i\lambda_{SS})$	K_{i1}	K_{i2}	K_{i3}	K_{i4}	K_{i5}	K_i	$\lambda_i\cdot K_i$	W_i	M_{cti}/h
数字式飞控分系统	1	7 400	7 400	1	1	1	0	1	4	29 600	0.399 386	0.798 773
伺服作动器分系统	1	4 150	4 150	3	6	6	2	2	19	78 850	1.897 085	3.794 171
前缘襟翼分系统	1	1 370	1 370	3	4	4	2	2	15	20 550	1.497 699	2.995 398
机械分系统	1	100	100	2	4	4	2	2	14	1 400	1.397 852	2.795 705
总　和			13 020						52	130 400		

步骤4:检查分配后系统的平均修复时间是否满足要求。

计算 $\bar{M}_{ctS}$ 为

$$\bar{M}_{ctS}=\frac{7\,400\times0.789+4\,150\times3.749+1\,370\times2.995+100\times2.795}{7\,400+4\,150+1\,370+100}=1.999\ \mathrm{h}$$

可见 $\bar{M}_{ctS}<M_{ctS}^{*}=2.0\ \mathrm{h}$,分配值有效,四舍五入后,各分系统分配的平均修复时间 $\bar{M}_{cti}$ 分别为



数字式飞行控制分系统 $\overline{M}_{ct1}=0.8$ h;

伺服作动分系统 $\overline{M}_{ct2}=3.8$ h;

前缘襟翼分系统 $\overline{M}_{ct3}=3.0$ h;

机械分系统 $\overline{M}_{ct4}=2.8$ h。

步骤 5:把分系统的分配值再进一步分配到设备级。例如,把数字式飞行控制系统的 $\overline{M}_{ct1}$ 再分配到飞控计算机、旋转伺服作动器、攻角传感器、线性可变微分变压器、大气数据系统、配平电动机、方位伺服装置及其他设备。表 6-9 给出了分配过程及结果,其分配步骤与上述系统分配相似。

表 6-9　数字式飞控分系统的分配

设备名称	Q_i	$\lambda_{SS}/(10^{-6}h^{-1})$	$\lambda_i/(10^{-6}h^{-1})=(Q_i\lambda_{SS})$	K_i	K_{i1}	K_{i2}	K_{i3}	K_{i4}	K_{i5}	$\lambda_i K_i$	W_i	M_{ctj}/min	$\overline{M}_{ct}$/min
飞控计算机	2	16 445	3 289	1	1	1	0	2	5	16 445	0.873 656	41.935 48	42
旋转伺服作动器	2	865	1 730	1	1	1	0	1	4	6 920	0.698 924	33.548 38	34
攻角传感器	3	158	474	1	2	2	2	2	9	4 266	1.572 580	75.483 87	75
线性可变微分变压器	3	80	240	1	3	3	3	1	11	2 640	1.922 043 0	92.258 06	92
大气数据系统	1	382	382	1	1	1	0	3	6	2 292	1.048 387	50.322 58	50
CPTI	1	374	374	1	1	1	0	1	4	1 469	0.698 924	33.548 38	33
配平电动机	1	235	235	2	2	2	0	1	7	1 645	1.223 118	58.709 67	58
方位伺服装置	1	246	246	1	1	1	0	1	4	984	0.698 924	33.548 38	34
其他设备	1	440	440	2	5	5	0	1	13	5 720	2.271 505	109.032 2	109
总　和			7 410						63	42 408			

5. *保证可用度并考虑单元复杂性的分配方法*

在分配指标时,要考虑其实现的可能性,通常是考虑各单元的复杂性。一般来说,产品结构越简单,其可靠性越好,维修性也越简单迅速,可用性好;反之,结构越复杂,可用性则难满足要求。因此,可先按相对复杂程度分配各单元可用度,引入复杂性因子 K_i,定义为预计第 i 单元的元件数与系统(上层次)的单元总数的比值。则第 i 单元可用度分配值为

$$A_i=A_S^{K_i} \tag{6-12}$$

式中,A_S 为系统可用度值,有

$$A_S=\prod A_i$$

由式(6-12)计算出单元可用度后,代入下式,可计算出单元修复时间:

$$\overline{M}_{cti} = \frac{1-A_i}{\lambda_i A_i} = \frac{1}{\lambda_i}(\frac{1}{A_i} - 1)$$

或
$$\overline{M}_{cti} = \frac{1}{\lambda_i}(\frac{1}{A_S^{K_i}} - 1) \tag{6-13}$$

例 6.5 某串联系统由四个单元组成，要求其系统可用度 $A_S = 0.95$，预计各单元的元件数和故障率如下表，试确定各单元的平均修复时间指标。

单元号	1	2	3	4	总　计
元件数	1 000	2 500	4 500	6 000	14 000
$\lambda_i/(h^{-1})$	0.001	0.005	0.01	0.02	0.036

解 将表中所列各值代入式(6-12)，可得各单元可用度为

$$A_1 = 0.95^{1\,000/14\,000} = 0.996\,3$$

同样地，可得 $A_2 = 0.990\,9$，$A_3 = 0.983\,6$，$A_4 = 0.978\,3$，代入式(6-13)，则可直接求出各单元平均修复时间为

$$\overline{M}_{ct1} = \frac{1}{0.001} \times (\frac{1}{0.996\,3} - 1) = 3.671\,4\ \text{h}$$

类似地可得，$\overline{M}_{ct2} = 1.840$ h，$\overline{M}_{ct2} = 1.662$ h，$\overline{M}_{ct2} = 1.111$ h，系统平均修复时间为

$$\overline{M}_{ct} = \frac{1}{0.036} \times (\frac{1}{0.95} - 1) = 1.462\ \text{h}$$

四、进行维修性分配需要注意的问题

(1) 分配的组织实施。根据工程项目的具体情况，可由订购方、承制方或双方联合组织进行维修性分配。

维修性分配要与可靠性分配、保障性分析等工作密切协调，互相提供信息。

(2) 维修性分配要与维修性预计相结合。为使分配结果合理、可行，在分配过程中，应对分配指标的产品维修性做出预计，以便采取必要的修正或强化维修性设计措施。由于设计方案未定，这时很难准确而正规地预计，主要采用简单粗略的方法，如利用类似产品的数据或经验，或者由设计人员、维修人员凭经验估计维修时间或工时。

(3) 对分配结果要进行评审与权衡。维修性分配的结果是产品研制中维修性工作评审的重要内容，特别是在系统要求评审、系统设计评审中，更应评审分配的结果。对分配结果要进行权衡。当某个或某些产品的分配值与预计值相差甚远时，要考虑是否合理、可行。若认为不合适时，则需要进行调整。



6.4　维修性预计

维修性预计即是应用适当的方法，对具体产品设计方案或构型的维修性参数进行估算，以评价设计是否满足维修性要求，并确定需要采取的纠正措施。

预计要从设计早期开始反复进行，并随设计更改和有关信息的增加而调整。

维修性预计的参数应同规定的维修性指标一致，最经常预计的是平均修复时间，根据需要也可预计最大修复时间、工时率或预防维修时间。

维修性预计的参数通常是系统级的或设备级的，以便与合同规定和使用需求相比较。而要预计出系统或设备的维修性参数，必须先求其组成单元的维修时间或工时，以及维修频率。在此基础上，求得系统或设备的维修时间或工时均值、最大值。

一、预计前应具备的条件和准备工作

1. 维修性预计前应具备的条件

(1) 已完成可靠性的初步预计。

(2) 已掌握有关资料和数据，并确定它们对新方案是否适用，主要包括以下几个方面：

1) 现有相似产品的历史相关数据；

2) 现有的维修保障系统（如维修资源情况，进行维修工作的维修级别，维修人员的技能等）；

3) 与所研制的产品及各部分有关的故障率数据、维修工作顺序和维修工作时间元素的数据；

4) 其他（如有关的数学模型和适用的统计分布）。

2. 预计前的准备工作

(1) 使用需求分析。确定飞机系统的使用要求、寿命剖面、任务剖面和其他约束条件。

(2) 确定产品各组成部分的功能层次，绘制系统功能层次框图。系统功能层次框图的符号说明如图6-1所示，图6-2给出了一个功能层次框图的示例，航空产品功能层次数应由产品的复杂程度而定，并与可靠性分配层次取得一致。

(3) 确定维修方案。根据维修策略和保障方案等确定各维修级别的任务和职能，绘制维修职能流程图，如图6-3和图6-4所示。

(4) 确定维修频率。各个功能层次的产品的修复性维修频率或故障率，根据可靠性分配和预计的结果或用相似产品经验数据来确定，其预防性维修的频率，则由制定的预防性维修大纲确定。

(5) 确定预计的维修性参数、方法和适用的数学模型。

(6) 对维修职能流程框图的维修任务和系统功能框图中的每一个项目的维修性预计进行

研究，并与其他性能及费用进行综合权衡。若认为不能满足要求，则应进行下述工作：

1）通过改进设计提高维修性，在满足整个系统要求的条件下重新预计。

2）在尽可能降低维修保障费用、提高产品有效度和合理使用维修保障资源的前提下，调整每个维修级别上的维修任务。

若仍不能满足要求时则应提高产品的可靠性，降低故障率，或重新考虑系统要求。

二、维修性预计方法

目前维修性预计方法有很多，有概率模拟预计法、功能层次预计法、抽样评分预计法、运行功能预计法、时间累计预计法、单元对比预计法等。这些方法在适用范围、预计方法精度、计算复杂性等方面均有所不同，见表 6－10。

表 6－10　维修性预计方法比较

预计方法	适用范围	特　点	缺　点	优　点
概率模拟预计法	用来预计其单元可在外场更换的机载电子和机电系统的修复时间等维修性参数	以“基本作业”作为修复时间的基本组成部分，并由此通过时间分布的综合过程来导出有关的维修时间参数	·要求已知系统各个单元的位置和故障率； ·需要大量而复杂的计算； ·只适用于外场更换的机载电子和机电系统； ·不适于早期设计	在设计方案建立起来以后，该方法可在任何时间使用
功能层次分配法	适用于电子设备和系统	·修理由 7 项维修工作组成； ·每项工作的时间根据功能级确立； ·本程序假定适用于某些设备类型的“修复时间”可用来预计类似设备和装置的维修性	·修理时间值为完成各项维修活动所需时间之和，基本作业时间与现用维修方法及特性不相符； ·对维修方案与外场可更换单元(LRU)的故障模式不敏感	方法预计的结果能用于设计的评价或改进，用于工程研制阶段，适用于详细设计时的预计
抽样评分预计法	用于预计地面电子系统和设备的平均和最大修复性维修停机时间	·采用随机抽样的基本原理进行预计； ·修理时间取决于设备人员及保障属性； ·通过 3 种检查表的评分来评定维修性； ·回归方法把评分变成平均修复时间	·检查表是根据以前的设计技术制定的； ·不能充分包括各种故障隔离特性； ·只适用于电子设备	本程序适用于工程研制阶段，通常在设计完成之前先进行粗略估计，作为第一步，此后随研制的进程做出更加详细的估计



续　表

预计方法	适用范围	特　点	缺　点	优　点
运行功能预计法	适用于所有系统和设备的工程研制阶段，也可用于设计改进时对维修时间进行的估计	·本程序尽可能利用广泛的现有数据，并以历史经验、主观评价专家判断等数据为基础预计完成各种维修的时间，然后加以综合； ·根据故障率加权值和环境条件确定产品修理时间	修理时间估计值根据专家的判断主观确定。本程序是根据维修环境而不是根据设计判定的	这是一种常用的经济可行的方法
时间累计预计法	用于预计航空、地面和机载电子设备在基层级、中继级及基地级维修的维修性参数，也可用于任何使用环境和包括机械装备在内的其他各种装备	对各项维修工作时间进行综合和累加以获得总的系统维修时间，在累加中所用的时间是某种分布的平均值	考虑因素较多，如： ·故障诊断； ·隔离和测试能力； ·可更换单元结构； ·封装和产品的故障率还规定一系列假设和规定	这是一种较为简便成熟的维修性预计方法，目前有多种具体的程序和表格，分别适用于各类装备。 有两种方法：一种用于工程研制初步设计阶段；另一种用于详细设计阶段
单元对比预计法	适用于各类产品方案阶段的早期预计，可用于改进系统维修性设计	系统的维修时间既与修复其单元中已经发生故障的单元所需的修复时间有关，又与其组成单元发生故障的频率和预防维修的频率有关，而故障单元的修复时间又取决于可更换单元的规模及其故障探测、隔离、拆装、更换的难易程度	都以相对量值求得系数，如： ·各可更换单元故障率； ·修理项目各作业时间长短； ·预防性维修频率… ·计算精度差	计算较为简单
设计基准线法(MDBL)	类同时间累计法	本方法是对时间累计法的改进，在对同一系统或同一区域的不同产品进行维修时，存在着很多相同的单项维修任务（如检测、隔离、分解、复原等），针对这种情况，本方法将维修任务分解成主要任务（如拆换等）和次要任务（如检测、隔离、分解、复原等）	需要有大量的修理作业时间，项目使用经验、数据。如：维修频率、维修耗时、任务发生概率，等等 以上数据可通过维修性演示验证的结果得到，也可通过与相似产品的类比获得	工程上常用的方法，可以将很多相同的信息用于分析不同的产品，从而减少重复输入

维修性预计的方法有多种，本节介绍的是适用范围较广的一些方法。

1. 推断法

推断法是广泛应用的现代预测技术，其中最常用的就是回归预测，即利用维修性参数回归分析模型预计维修性参数值。显然这种推断方法是一种粗略的早期预计技术。因为不需要多少具体的产品信息，所以，在研制早期（例如战技指标论证或方案探索中）有一定的应用价值。

2. 单元对比法

任何装备的研制都会有某种程度的继承性，在组成系统或设备的单元中，总会有些是使用过的产品。因此，可以从研制的装备中找到一个可知其维修时间的单元，以此为基准，通过与基准单元对比，估计各单元的维修时间，进而确定系统或设备的维修时间。这就是单元对比法的思路。

(1) 适用范围。由于单元对比法不需要更多的具体设计信息，它适用于各类产品方案阶段的早期预计。单元预计法既可预计修复性维修参数，又可预计预防性维修参数。预计的基本参数是平均修复时间、平均预防性维修时间和平均维修时间。

(2) 预计需要的资料如下：

1) 在规定维修级别上可单独拆卸的可更换单元的清单；

2) 各个可更换单元的相对复杂程度；

3) 各个可更换单元各项维修作业时间的相对量值；

4) 各个预防性维修单元的维修频率相对量值；

(3) 预计模型：

1) 平均修复时间 $\overline{M}_{ct}$ 为

$$\overline{M}_{ct} = \overline{M}_{ct0}\frac{\sum_{i=1}^{n} h_{ci}k_i}{\sum_{i=1}^{n} k_i} \tag{6-14}$$

式中，$\overline{M}_{ct0}$ 为基准可更换单元的平均修复时间；h_{ci} 为第 i 个可更换单元相对修复时间因数；k_i 为第 i 个可更换单元相对故障率因数，即

$$k_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_0} \tag{6-15}$$

式中，λ_i 与 λ_0 分别是第 i 单元和基准单元的故障率。在预计过程中，k_i 并不需由 λ_i 与 λ_0 计算，可由比较 i 单元与基准单元设计特性加以估计。

2) 平均预防性维修时间 $\overline{M}_{pt}$ 为

$$\overline{M}_{pt} = \overline{M}_{pt0}\frac{\sum_{i=1}^{m} h_{pi}l_i}{\sum_{i=1}^{m} l_i} \tag{6-16}$$



式中，$\overline{M}_{pt0}$ 为基准单元平均预防性维修时间；h_{pi} 第 i 个预防性维修单元相对维修时间因数；l_i 为第 i 个预防性维修单元相对于基准单元的预防性维修频率因数，即

$$l_i = \frac{f_i}{f_0} \tag{6-17}$$

同样，l_i 依据单元设计特性的比较进行估计。

3）平均维修时间 $\overline{M}$ 为

$$\overline{M} = \frac{\overline{M}_{ct0}\sum h_{ci}k_i + f_0\overline{M}_{pt0}\sum l_i h_{pi}/\lambda_0}{\sum k_i + f_0\sum l_i/\lambda_0} \tag{6-18}$$

4）相对维修时间因数 h_i 为第 i 单元的相对修复时间或预防性维修时间因数 h_{ci} 或 h_{pi}（以下用 h_i 代表），是一个由比较得到的数值。为了便于比较，把维修事件分为四项活动：故障定位隔离；拆卸组装；更换、安装可更换单元；调准检验。对每项活动分别比较，故 h_i 也分为以下四项：

$$h_i = h_{i1} + h_{i2} + h_{i3} + h_{i4} \tag{6-19}$$

h_{ij} 由第 i 单元第 j 项维修活动时间（t_{ij}）相对于基准单元相应时间（t_{0j}）之比确定，即

$$h_{ij} = h_{0j}t_{ij}/t_{0j} \tag{6-20}$$

h_{0j} 是基准单元第 j 项维修活动时间所占整个维修时间的比值。显然，有

$$h_0 = h_{01} + h_{02} + h_{03} + h_{04} = 1$$

（4）预计程序如下：

1）明确在规定维修级别上装备的各个可更换单元。若修复性维修与预防性维修的单元不同，应分别列出。

2）选择基准单元。基准单元应是维修性参数值已知或能够估测的，它与其他单元在故障率、维修性方面有明显可比性。修复性与预防性维修的基准单元，可以是同一单元，也可以分别选取。

3）估计各单元各项因数 k_i，h_i，l_i。

4）计算系统或设备的 $\overline{M}_{ct}$，$\overline{M}_{pt}$，$\overline{M}$。

例 6.6　设某装备设计与保障方案已知，在现场维修时，可划分为 12 个可更换单元（LRU），由类似装备数据得到：单元 1 为插接式模块，平均修复时间为 10 min，其中检测隔离平均时间4 min，拆装其外的遮挡 3 min，其更换只要 1 min，更换后的调准约 2 min，故障率预计 0.000 5/h；单元 3 预防性维修频率为 0.000 1/h。要求预计其平均维修时间是否不大于 20 min。

解　因为设计与保障方案已知，且可更换单元也已明确，故只需从确定基准单元开始。显然，取单元 1 为修复性维修基准单元，单元 3 为预防性维修基准单元为好。单元 1 为基准，其故障率因数 $k_0 = k_1 = 1$。由各项活动时间与总时间之比可得因数 $h_{01} = 0.4$，$h_{02} = 0.3$，$h_{03} = 0.1$，$h_{04} = 0.2$。该模块不需要做预防性维修，$l_1 = 0$。

然后，确定各单元的各个因数，列于表 6－11 中。假定单元 2 是一个质量较大须用多个螺钉

固定的模块，其外还有屏蔽，寿命较短。因此，其相对故障率因数高，取 $k_2 = 2.5$。检测隔离与基准单元相差不大，取 $h_{21} = 0.5$；更换时须拆装外部屏蔽遮挡，比基准单元费时，取 $h_{22} = 1$；多个螺钉固定，更换费时，取 $h_{23} = 2$；调准较费时，取 $h_{24} = 0.6$。不需要预防性维修，$l_2 = 0$。假定单元 3 是一个小型电机，依其设计、安装情况，与基准单元对比，估计出各因数如表 6-11 所示。因为它需要定期进行润滑、检修，故 l_3 不为零，作为预防性维修基准单元，$l_3 = l_0 = 1$。其余各单元可照上面的办法估计因数并列入表中。

表 6-11　可更换单元因数表(示例)

可更换单元序号	k_i	h_{ij}				h_i	k_ih_i	l_i	l_ih_i
		h_{i1}	h_{i2}	h_{i3}	h_{i4}	$\sum h_{ij}$			
1	1	0.4	0.3	0.1	0.2	1	1	0	0
2	2.5	0.5	1	2	0.6	4.1	10.25	0	0
3	0.7	1.8	0.3	0.5	0.7	3.3	2.31	1	3.3
4	1.5	2	1.2	0.8	0.5	4.5	6.75	0	0
5	0.5	1.2	0.5	0.3	2	4	2	0	0
6	2.8	0.4	1	0.25	0.5	2.15	6.02	2.5	5.375
7	0.8	1.3	0.7	1.2	0.8	4	3.2	0	0
8	2.2	0.2	0.5	0.4	0.3	1.4	3.08	0	0
9	3	0.6	0.8	0.6	0.5	2.5	7.5	1.5	3.75
10	0.08	5	2	2.5	3	12.5	1	0.04	0.5
11	0.9	1	2	0.8	1	4.8	4.32	0	0
12	1.4	0.6	0.3	0.4	0.5	1.8	2.52	0	0
合计	17.38						49.95	5.04	12.925

按表 6-11 所示，计算各因数之和。再代入式(6-14)、式(6-16)和式(6-18)计算出装备的维修性参数预计值。由于各维修时间因数均是以单元 1 为基准的，故公式中的基准单元维修时间均应用单元 1 的 10 min 计算，因此有

$$\overline{M}_{ct} = 10 \times 49.95/17.38 = 28.74\ \text{min}$$

$$\overline{M}_{pt} = 10 \times 12.925/5.04 = 25.64\ \text{min}$$

$$\overline{M} = \frac{10 \times 49.95 + 0.0001 \times 10 \times 12.925/0.0005}{17.38 + 0.0001 \times 5.04/0.0005} = \frac{499.5 + 25.85}{18.39} = 28.57\ \text{min}$$

预计的平均维修时间 $\overline{M} = 28.57$ min，超过指标要求（20 min），需要更改设计方案。由此可见，其中预防性维修的影响较小，可暂不考虑。要减少修复时间，即应减少 $\sum k_i h_i$，利用式（6-18），若令 $\overline{M} = 20$ min，则可得

$$\sum k_i h_i = [\overline{M}(\sum k_{ci} + f_0 \sum l_i/\lambda_0) - f_0 \overline{M}_{pt0} \sum l_i k_{pi}/\lambda_0]/\overline{M}_{ct0} =$$

$$[20 \times 18.39 - 25.85]/10 = 34.2$$

要将 $\sum k_i h_i$ 由 49.95 减至 34.2，由表 6-11 可见，重点应减少 2，9，4，6，11 等单元的修复时间。

3. 时间累计法

这种方法是一种比较细致的预计方法。它根据历史经验或现成数据、图表，对照装备的设计或设计方案和维修保障条件，逐个确定每个维修项目、每项维修工作或维修活动乃至每项基本维修作业所需的时间或工时，然后综合累加或求均值，最后预计出装备的维修性参量。以下介绍一种典型的时间累计法。

（1）适用范围。用于预计各种（航空、地面及舰载）电子设备在各级维修的维修性参数，也可用于任何使用环境的其他各种设备的维修性预计。但该方法中所给出的维修作业时间标准主要是用于电子设备的，用于预计其他设备时，需要补充或校正。

平均修复时间 $\overline{M}_{ct}$ 是预计的基本参数。还可以预计：在 ϕ 百分位的最大修复时间 $\overline{M}_{\max ct}(\phi)$；故障隔离率 r_{FI}；每次修理的平均工时 M_{MH}/R_p；工时率 M_I（M_{MH}/O_H 或 M_{MH}/F_H，O_H 和 F_H 是设备工作小时或飞行小时）。

（2）预计需要的资料：

1）各个可更换单元（RI）的目录及数量（实际的或估算的）；

2）各个 RI 预计或估算的故障率；

3）每个 RI 故障检测隔离的基本方法（如机内自检、外部检测设备或人工隔离等）；

4）故障隔离到一组 RI 时的更换方案（如全组更换，或者用交替更换继续隔离到更换层次）；

5）封装特点；

6）估算的或要求的隔离能力，即故障隔离到单个 RI 的隔离率或隔离到 RI 组的平均规模（平均由几个 RI 组成）。

（3）预计的基本原理和模型。面对一个系统或一台设备，要直接估计出其维修性参数值是不现实的，但可以把它分解开来，把每个单元出故障后的维修过程也分解开来，针对某个单元某项活动或作业，估计其时间或工时则比较现实。然后再对各项作业、各个单元的时间或工时进行综合，估计出系统或设备的参数值。这就是时间累计法的思路或过程，可用图 6-7 表示。

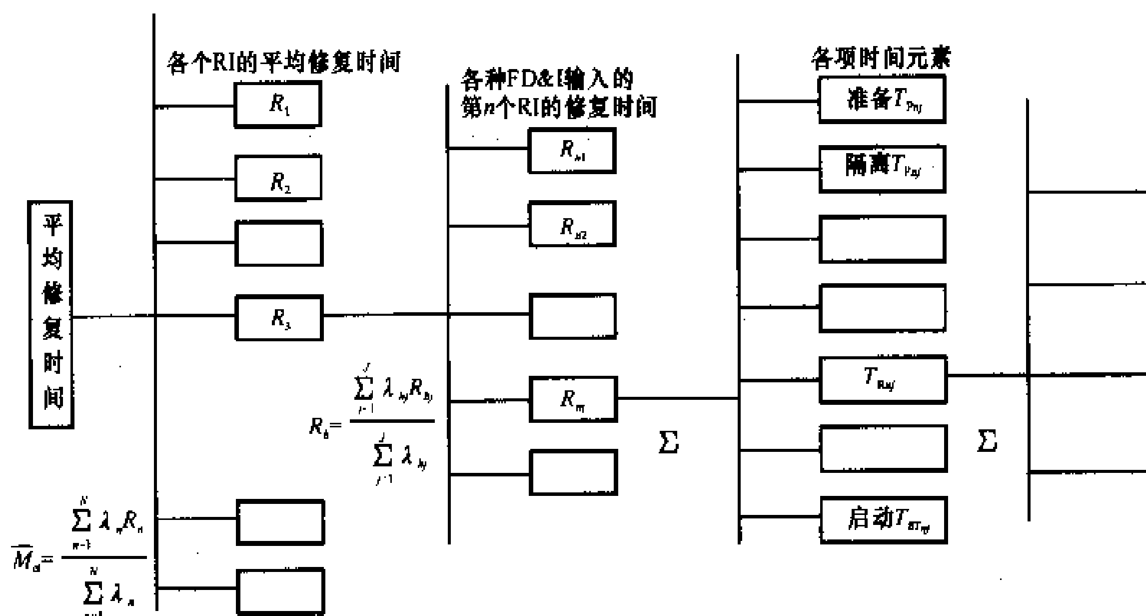


图 6-7　时间累计预计法模型

1) 维修对象的分解。把系统或设备分解，直到规定维修级别的可更换单元(RI)。每个 RI 的故障率可由可靠性预计或历史资料得到。

2)RI 的故障分析。一个 RI 发生故障，其故障模式可能有几种，故障检测与隔离(FD&I) 的方式及其输出(即 FD&I 时得到的信号、迹象、仪表读数、打印输出等) 也就不尽相同，FD&I 所需时间以及整个修复时间就会不一样。因此，要按 FD&I 输出将单元故障区分开，并确定每种 FD&I 输出下的故障率 λ_{nj} 及修复时间 R_{nj}(角注 n 代表第 n 个单元，j 代表第 j 种 FD&I 输出)。

3) 维修时间的分解。一次维修可能包含 8 种维修活动，其时间即是修复时间元素 T_m(角注 m 表示第 m 项活动时间)。

准备时间 T_P—— 在进行故障隔离之前完成的各项准备工作的时间；

故障隔离时间 T_{FI}—— 将故障隔离到着手进行修理的层次所需的时间；

分解时间 T_D—— 拆卸设备以达到故障隔离所确定的 RI(或 RI 组) 所需的时间；

更换时间 T_I—— 卸下并更换失效或怀疑失效的 RI 所需的时间；

重装时间 T_R—— 重新安装设备所需的时间；

调准时间 T_A—— 对设备(系统) 进行校准、测试和调整所需的时间；

检验时间 T_C—— 检验故障是否排除、设备(系统) 能否正常运行所需的时间；

启动时间 T_{ST}—— 确认故障已被排除后，使设备(系统) 重新进入故障前的运行状态所需的时间。

4) 维修活动的分解。一项维修活动可能是由若干个基本维修作业(动作) 组成的。例如，更换一个晶体管，要包括拆焊(3 处)、取下、清理、安装、重焊(3 处) 等几个动作。这些动作(基本维



修作业）占用时间短且相对稳定（时间散布不大），常见动作种类数量有限。因此，可以选择常见的基本维修作业，通过试验或现场统计数据确定其时间（工时），作为维修性预计的依据。

维修性预计则是一个反向综合过程，从估计维修动作的时间（工时）开始，计算各项维修活动时间（工时）、各 RI 在各 FD&I 输出的修复时间（工时）、各 RI 的平均修复时间 R_n（工时），最后估算出设备（系统）的平均修复时间 $\bar{M}_{ct}$（工时）。

在上述过程中，运用的数学模型基本上是两类：累加模型和均值模型。累加模型用于串行作业，在不考虑并行作业的情况下由基本维修作业时间合成为维修活动时间 T_{mnj}，维修活动时间合成为各 RI 在各 FD&I 输出下的平均修复时间 R_{nj}。均值模型用于求系统平均修复时间。

(4) 预计程序如下：

1) 确定预计要求。首先要明确需要预计的维修性参数及其定义，其中包括修复时间中的时间元素，是否需要根据装备的特点做调整；其次是确定预计程序和基本规则；再就是明确预计所依据的维修级别，了解其保障条件与能力。

2) 确定更换方案。由于具有不同的更换方案，哪些是规定维修级别的可更换单元所需要的维修方案，可用包含维修职能的系统功能层次框图表示。还要进一步确定更换方案，比如，单独更换、成组更换与交替更换。

3) 决定预计参数。在上述预计需要的资料基础上，进一步确定预计用的基础数据。

4) 选择预计的数学模型。应根据实际维修作业情况进行选择与修正预计数学模型。

5) 计算维修性参数值。在以上分析与数据收集、处理的基础上，利用预计模型由下而上逐层计算，求得所需的维修时间或工时。在估算出系统或设备的平均修复时间 $\bar{M}_{ct}$ 后，若需估计最大修复时间 M_{maxct}，须利用已知的分布假设计算。

4. 随机抽样法

这种方法使用随机抽样的基本原理，从组成系统的全部元件中，按照可更换的不同种类，随机抽选可更换件，把每种可更换件都作为一个小子样，对每个子样的可更换件进行维修性分析。典型的可更换件如晶体管、电子管、电容等，可以使用这种方法进行预计。

随机抽样法的基本思路是，认为系统的失效主要是由于可更换件的故障引起的，故更换这些器件所需要的时间就是不能工作时间的一种量度。假如不能工作时间的长短是一些具体设计参数的函数，这些参数与下列因素有关：① 系统的物理结构；② 所提供的维修装置情况；③ 完成维修任务所需求的维修技术等级。

习题与思考题

1. 什么叫维修性？维修性与可靠性有什么异同？

2. 维修性常用的定量指标有哪些？

3. 什么是维修性模型？常用的模型有哪些种类？

4. 为什么要进行维修性分配和预计？

5. 常用的维修性预计方法有哪些?其适用范围如何?

6. 某系统组成及各单元数据如图 6－8 所示，要求对其进行改进，使平均修复时间控制在 60 min 内，试分配各单元的指标。

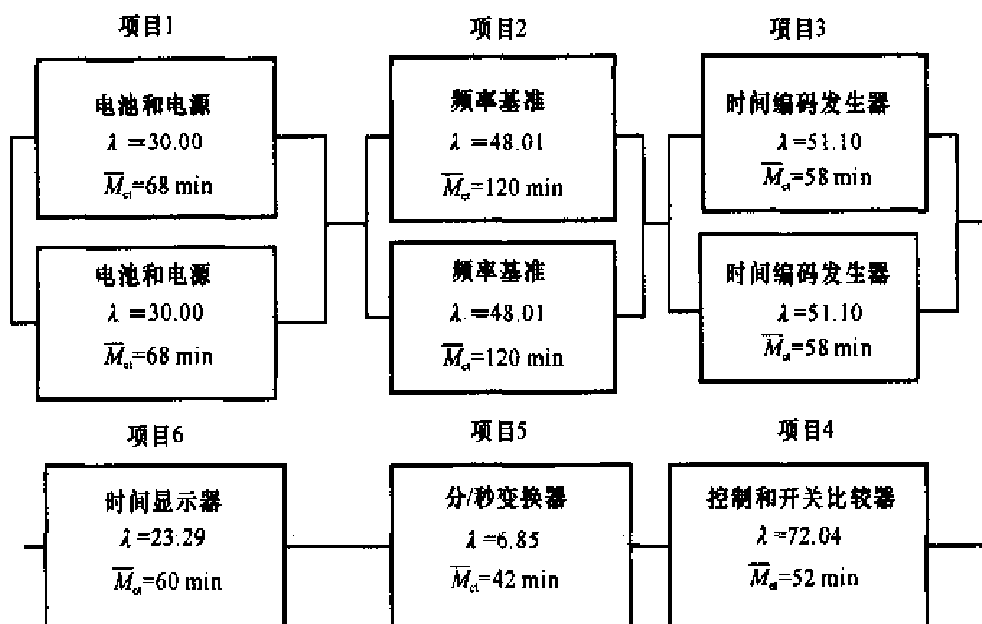


图 6－8　某系统组成及各单元数据

第七章　以可靠性为中心的维修(RCM)理论简介

7.1　RCM的基本概念、目的和发展

一、基本概念

以可靠性为中心的维修(Reliability Centered Maintenance,简称RCM),是指按照以最少的维修资源消耗保持产品固有可靠性和安全性的原则,应用逻辑决断的方法确定产品预防性维修要求的过程。RCM的最终结果是产生产品预防性维修大纲。

产品的预防性维修大纲是产品的预防性维修要求的汇总文件,一般包括下列内容:

(1) 需进行预防性维修的产品和项目。在此"项目"指某些产品结构的各分析层次,因为最低分析层次有可能是一结构零件上的某一个部位,故称为项目。

(2) 需维修产品(项目)要实施的预防维修工作类型及工作的简要说明。

(3) 各项预防性工作的间隔期。

(4) 实施每项预防性维修工作的维修级别。

由此可见,预防性维修大纲就是要解决以下问题:哪些产品和项目需要实施预防性维修?在哪一级别实施维修?以何种工作类型完成维修以及完成的时机?

二、RCM分析的根本目的

RCM用于确定产品预防性维修大纲,其根本目的如下:

(1) 通过确定适用而有效的预防性维修工作,以最少的资源消耗保持和恢复产品可靠性和安全性的固有水平。产品可靠性和安全性的固有水平是由设计与制造赋予的,通过进行适用而有效的预防性维修,可以使其固有水平得以充分发挥。

(2) 提供必要的设计改进所需的信息。通过RCM分析,可以有效地发现对产品可靠性、安全性和维修保障等有重大影响或后果的设计缺陷,为改进设计提供重要信息。

三、RCM的产生与发展

在长期的维修实践中,人们一直在不断地探索实用而科学的维修理论与方法,以便指导维修实践活动,确保产品能够发挥其应有的效能。



20 世纪 50 年代末以前，在各国产品维修中普遍的做法是对产品实行定时翻修，这种做法来自早期的对机械事故的认识：机件工作就有磨损，磨损则会引起故障，而故障影响安全，所以，产品的安全性取决于可靠性，而产品可靠性是随时间增长而下降的，必须经常检查并定时翻修才能恢复其可靠性。预防性维修工作做得越多，翻修周期越短，翻修深度越大，产品就越可靠。可见，传统的维修思想是以定时翻修为主的维修思想，其理论基础是故障规律为典型的“浴盆曲线”。然而，在多年的实践中人们发现，无论这种维修活动进行得多么充分，很多故障也都不能防止和有效地减少，同时，这种维修方式的维修费用不堪负担。

20 世纪 50 年代末期，国际民用航空机群的规模逐渐发展到有充足的数据可供研究的程度，而且维修费用日益迅速增长，人们开始对传统做法的实际效果进行彻底的检查，与此同时，负责管理航空公司维修工作的联邦航空局也在困境中体验到，对某些型号的不可靠发动机来讲，不可能通过改变预定大修的范围或频度而控制其故障率。因此，于 1960 年成立了一个由联邦航空局和各航空公司两方面代表所组成的特别工作组来调查研究预防性维修的作用。其结果使人们认识到：① 预定大修对复杂设备的整体可靠性影响极小，除非该设备具有一种支配性故障模式；② 对于相当多的设备，预定维修的方式没有什么效果。

人们尝试将各种可靠性大纲中所学到的东西组织起来，研究出一种合理的、通用的制订预防性维修大纲的方法。1965 年，有人提出了一种不成熟的决断图方法，并在 1967 年 6 月召开的美国航空和宇航学会的民用飞机设计与运行会议上，发表了一篇论述其应用的报告。这种方法经完善后编入了为管理制订新型波音 747 飞机初始大纲而成立的维修指导小组所起草的一本关于维修评估和制订大纲的手册中。由航空界和联邦航空局人员组成的工作组应用这份称为 MSG—1 的文件，制订了第一个以 RCM 原理为基础的预防维修大纲。波音 747 飞机的维修大纲获得了成功。

决断图方法在使用中得到了进一步完善，两年后被编入了第二份文件，即《MSG—2：航空公司／制造公司维修大纲制订书》。使用 MSG—2 制订了洛克希德 1011 和道格拉斯 DC—10 飞机的预防维修大纲，这些大纲也很成功。MSG—2 还被用于军用战术飞机，首批采用的是洛克希德公司的 S—3 和 P—3 飞机及麦克唐纳公司的 F4J 型飞机。欧洲也编写了一个类似的文件，作为空中客车公司的 A—300 和协和式飞机的初始大纲的依据。

MSG—1 和 MSG—2 中将这些方法的目的概括为制订一个能以最低的成本确保达到设备可能达到的最大安全性和可靠性的预防维修大纲。经济上得益于这种方法的例子是，按传统的维修方针，道格拉斯 DC—8 飞机的初始大纲中要求对 339 个部件进行预定大修，与之相比，DC—10 飞机的大纲中只有 7 个这样的部件。DC—10 大纲中不再规定大修期限的部件之一为涡轮推进发动机。取消发动机的预定大修不仅使人工和材料费用大为降低，也使车间检修所需的备份发动机的库存量减少了 50% 以上。由于当时大型飞机的发动机每台价值在 100 万美元以上，因而可节省大量经费。

另一个例子是，按照波音 747 的 MSG—1 大纲，在达到该型飞机第一次大检查的 20 000 h



的基本间隔期以前，联合航空公司只用了 66 000 h 就完成了飞机的结构大检查。而按照传统的维修方针，对于体积较小、复杂程度较低的 DC—8 飞机，在相同的结构检查间隔期需要耗费 400 万工时才能完成检查。对任何一个负责维修由复杂设备构成的庞大机群的单位来讲，这么大幅度地降低费用具有很重要的意义。而更重要的是，这种费用降低是在不降低可靠性的情况下达到的。相反，更好地了解复杂设备的失效过程，使预防性维修能针对潜在故障的特定迹象，实际上是提高了可靠性。

尽管 MSG—1 和 MSG—2 彻底改革了运输机维修大纲的制订方法，但在其他类型设备上的应用却因其简短性和针对性而受到限制。此外，某些概念的系统阐述也不够完善。例如，决断推理起始于对所建议的工作的评估，而不是对确定该工作是否需要以及需要时其实际目的的故障后果的评估；未提及确定工作间隔的问题；隐蔽功能故障的作用尚不清楚；结构维修的论述不够充分；也未对设备投入使用后如何利用运行资料对初始大纲进行改进和完善加以说明，即未对有效管理现行大纲所需的信息系统加以说明。所有这些缺陷，以及阐明许多基本原理的需要，导致产生了应用范围更广泛的逻辑分析方法，并导致形成了现在称为"以可靠性为中心的维修"的逻辑学科。在航空工业中，RCM 也称为 MSG—3。时至今日，它仍保留着对所有主要型号飞机制定和细化维修大纲所采用的程序。

1978 年，美国国防部委托美国联合航空公司的斯坦利·诺兰(Stanley Nowlan)和霍华德·希普(Howard Heap)所撰写的关于民用航空工业制订飞机维修大纲所采用的方法的报告，即著名的《以可靠性为中心的维修》报告，这篇报告全面阐述了 RCM 在民用航空工业中的研究与应用情况，它标志着 RCM 理论的诞生。这篇报告成为以后 RCM 研究的基础。

从 20 世纪 80 年代起，RCM 已应用于世界上许多工业部门，它正迅速成为维修管理实践的基础。自从 20 世纪 60 年代美国民航界首先创立以可靠性为中心的维修理论以来，经历了怀疑、试验、肯定、推广和制定标准的过程，40 年来在指导维修实践的过程中，该理论不断地得到发展和完善，目前，RCM 的国际标准正在拟制之中。今天，这一理论已成为指导机械、机电、电器和电子等各类设备维修的共性基础理论。

1990 年 9 月，英国阿兰德公司莫布雷在 RCM 和"MSG—3 修改 1"的基础上，结合民用设备的实际情况，提出了"RCM2"，到 2000 年，该理论已在英国、爱尔兰共和国、美国、香港、澳大利亚、西班牙和新加坡等国家和地区的钢铁、电力、铁路、汽车、地铁、海洋石油、核工业、建筑、供水、食品、造纸、卷烟及药品等行业广泛应用。RCM 已被各层次的人员所热情接受，并使这些国家和地区的用户都取得了显著成功，这一事实说明文化上的差异对 RCM 的影响远小于很多其他这类参数的影响。

1979 年，中国民航和空军首先引进了以可靠性为中心的维修理论，取得了较好的效果。随后，海、陆军和各工业部门也逐步开展了研究和应用。例如某型坦克发动机应用以可靠性为中心的维修理论，使其寿命延长了 40%，1987 年在国产民用运输机上全面开展的 RCM 研究，取得了成功。

1989年5月,原航空航天工业部发布了航空工业标准《飞机、发动机及设备以可靠性为中心的维修大纲的制订》(HB6211—89),并运用于轰炸机和教练机维修大纲的制订。1992年总后勤部、国防科工委发布了国家军用标准《装备预防性维修大纲的制订要求与方法》(GJB1378),并于1994年3月颁布了该标准的《实施指南》,用标准的形式对RCM加以规范化,并用以指导各类武器装备维修大纲的制订。

7.2 RCM的基本原理

以可靠性为中心的维修理论更新了传统维修的观念,按照新理论指导的维修实践,与传统维修的做法有较大的差别。为了便于理解这种维修理论的内容,下面将其分解为8项基本原理,简称为RCM原理,并列表将传统维修观念与RCM原理的区别加以解释、说明。

一、RCM原理之一 ——定时拆修的作用

定时拆修对复杂设备的故障预防几乎不起作用,但对简单设备的故障预防有作用。

传统维修观念与RCM原理对于定时拆修的不同认识如表7-1所示。

表7-1　对定时拆修作用的不同认识

两种出发点	认　识
传统维修观念	设备老,故障多。设备故障的发生、发展都与使用时间有直接关系。定时拆修是对付故障的普遍适用的有力武器
RCM原理	设备老,故障不见得就多;设备新,故障不见得就少。只要做到机件随坏随修,则设备故障与使用时间一般没有直接的关系。定时拆修不是对付故障普遍适用的有力武器

传统维修观念认为,设备老,则故障多,坚信故障的发生、发展都与使用时间有直接的关系。每一个设备都有一个使用寿命的问题,超过这个寿命以后,设备便进入耗损故障期。在图7-1中所示的第一阶段和第二阶段故障率曲线的耗损故障期,故障就会增多,即认为每个设备在使用中都有一个可以找到的但不可超过的“正确”拆修寿命,到达这个寿命就必须停止使用,进行定时拆修,以便减少故障,保证使用的安全性。而且还认为,拆修间隔期的长短是控制故障的重要因素,拆修得越频繁、越彻底,故障发生的可能性就越小。传统观念认为这是对付故障普遍适用的有力武器,但它是错误的。

RCM原理则认为,设备老,故障不见得就多;设备新,故障不见得就少。认为故障是随机发生的,故障与使用时间没有直接关系。德雷尼克定律清楚地阐明了这一规律,即复杂设备的故障是由许多不同的故障模式造成的,每一种故障模式都会在不同时刻随机发生,在使用中如果对出现的故障能够及时排除,则其总的故障率为常数,因此不存在耗损故障期;除非有一种能



在拆修中消除某种占支配性的故障模式(即会引起复杂设备大部分故障次数的某种故障模式),否则,定时拆修对复杂设备的故障预防不起作用,不存在"正确"拆修寿命,不必规定使用寿命。如图7-1所示的第三阶段中1～3表示的故障率曲线的情况即属此类。但事实是,简单设备故障的发生、发展与使用时间存在着直接的关系,这与传统的认识是一致的。如图7-1所示的第三阶段中4～6表示的故障率曲线的情况,具有金属疲劳或机械耗损的机件,以及设计时作为消耗性的元器件的故障,都属于这种类型,应按照某一使用时间或应力循环数来规定使用寿命。这对预防故障是有用的,特别是规定安全寿命对控制危险性故障模式具有重要作用。

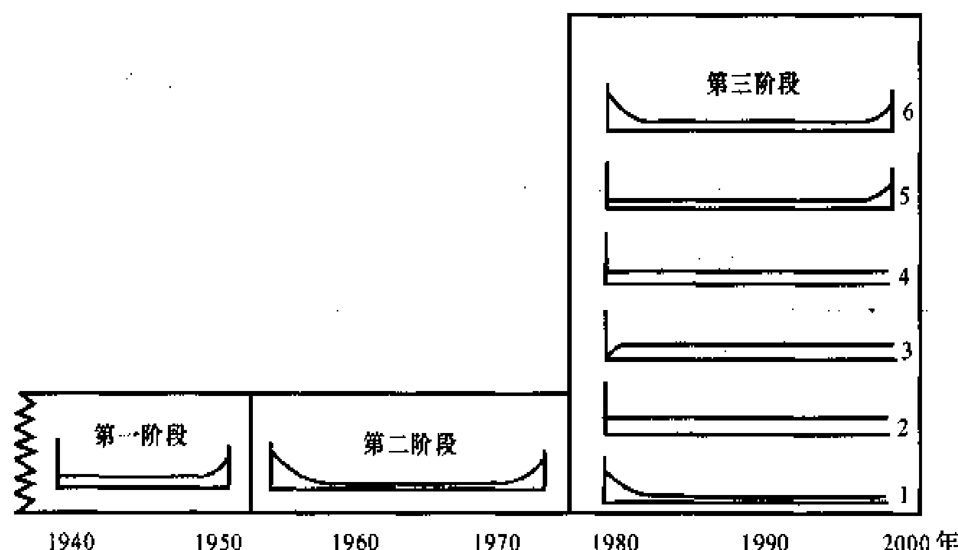


图7-1　故障观点的发展变化

传统维修观念的弊病在于它默认复杂设备故障的发生、发展与使用时间有着直接的关系。这种假设导致相信复杂设备如果不在恰当的时间内拆修,故障就会发生。如果按照这个假设进行拆修,则在两次拆修之间,特别是在刚拆修之后不久,不应该有故障发生;即使发生了故障,也不能归咎于拆修,认为只要做了维修工作总会是"有益"的。事实上,复杂设备故障的发生是随机的,不能假设故障是在设备使用一段时间之后才发生的。定时拆修不仅对控制故障没有作用,相反会给使用中本来是稳定的设备带来早期故障和造成人为差错故障。一些故障恰恰是由为预防故障所进行的维修工作引起的,结果增大了总的故障率。所以,定时拆修不是对付故障普遍适用的有力武器。

复杂设备的故障率为常数,故障率曲线上不存在耗损故障区(见图7-2)。但传统维修观念仍然坚信有一个使用寿命,并人为地规定一个定时拆修寿命,以为这样做能有效地控制故障,事实并非如此。

例7.1　波音737飞机的一台JTSD—7航空发动机的故障不影响飞行安全,该发动机经过58 432 h的使用统计,得到如表7-2所示的数据。试分析,在100万飞行小时的使用期间内,所规定的拆修寿命对拆修台数和损失剩余寿命的影响。

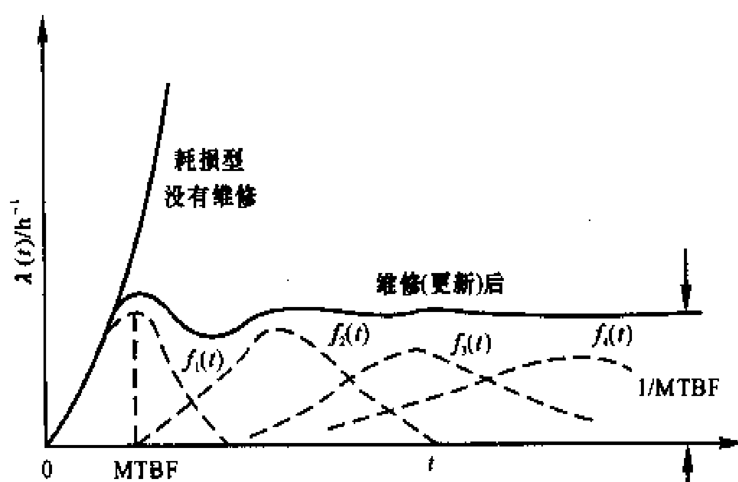


图 7-2　复杂设备维修(更新)后的故障率曲线

表 7-2　JTSD—7 航空发动机使用统计数据

序号	规定拆修寿命 /h	$\lambda(t)/(h^{-1})$	$R(t)$
1	1 000	3.681×10^{-4}	0.692
2	2 000	4.163×10^{-4}	0.420
3	3 000	4.871×10^{-4}	0.179
4	不规定	5.522×10^{-4}	0.000

解　由使用统计数据得如图 7-3 所示的 $R(t)$ 曲线，规定拆修寿命为 1 000 h 的发动机平均使用寿命为

$$\bar{t}_1=\int_0^{1\,000}R(t)\mathrm{d}t\approx 838\ \mathrm{h}$$

不规定拆修寿命的发动机平均使用寿命为

$$\bar{t}_2=\int_0^{\infty}R(t)\mathrm{d}t\approx 1\,811\ \mathrm{h}$$

损失的剩余寿命为

$$1\,811-838=973\ \mathrm{h}$$

规定拆修寿命为 1 000 h 的发动机每百万飞行小时的拆修总台数为

$$100\times10\,000/838=1\,193.3\ 台$$

其中

$$故障拆修台数=3.681\times10^{-4}\times10^{6}=368.1\ 台$$

$$无故障台数=1\,193.3-368.1=825.2\ 台$$



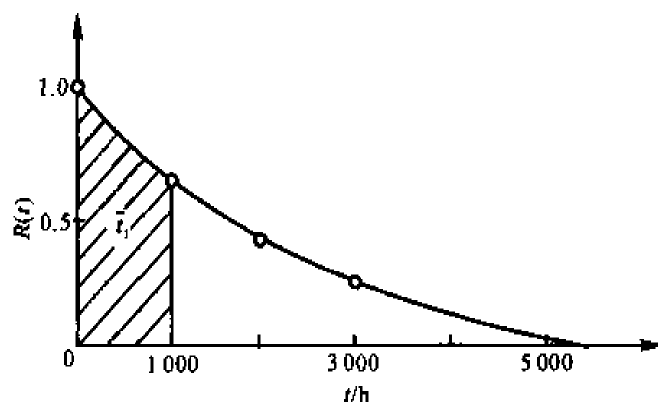


图 7-3　JTSD—7 航空发动机 $R(t)$ 曲线

同理，可求得规定拆修寿命为 2 000 h，3 000 h 及不规定拆修寿命时的各有关数据，如表 7-3 所示。

表 7-3　对规定拆修寿命利弊的分析

序　号	规定拆修寿命 /h	发动机平均使用寿命 /h	损失剩余寿命 /h	发动机每百万使用小时		
				拆修总台数	故障拆修台数	无故障拆修台数
1	1 000	838	973	1 193.3	368.1	825.2
2	2 000	1 393	418	717.9	416.3	301.6
3	3 000	1 685	126	593.5	487.1	106.4
4	不规定	1 811	0	552.2	552.0	0

由表 7-3 可以看出，规定 1 000 h 拆修寿命与不规定拆修寿命相比较，故障台数由 368.1 台上升至 552.2 台，增加了 184.1 故障台。但规定 1 000 h 拆修寿命并未防止故障台的出现，仍然有 368.1 故障台，对保证飞行安全来说，同样是不可接受的。由于规定拆修寿命，增加了 825.2 台的拆修工作量，损失剩余寿命为

$$973 \times 825.2 = 802\ 919.6\ \text{h}$$

二、RCM 原理之二 —— 潜在故障与功能故障

提出潜在故障的概念，可使设备在不发生功能故障的前提下得到充分利用，达到安全、经济的使用目的。

传统维修观念与 RCM 原理，对于预防功能故障的不同策略见表 7-4。

表 7-4 预防功能故障的不同对策

两种出发点	对　策
传统维修观念	无明确的潜在故障概念，少量视情维修也往往是根据故障频率或故障危险程度来确定的。如果定时维修和视情维修二者在技术上都可行时，采用定时维修
RCM 原理	有明确的潜在故障概念，视情维修是根据潜在故障发展为功能故障的间隔时间来确定的。如果定时维修和视情维修二者在技术上都可行时，采用视情维修

采用视情维修的依据是多数机件的故障模式有一个发展的过程，不是瞬间突然出现的，在机件尚未丧失其功能之前有迹象或征兆可寻，可根据某些物理状态或工作参数的变化来判断其功能故障即将发生。例如轮胎磨损发生故障之前，先磨去胎面胶，露出胎身帘线层。如果在临近发生功能故障之前将其更换或修理，就可以防止功能故障的发生或避免功能故障的后果。这种在临近功能故障之前可以确定机件将不能完成预定功能的状态，即是潜在故障。所谓潜在故障是一种指示功能故障即将发生的可鉴别的状态。

潜在故障的"潜在"二字包含着如下两重特殊的意思：

(1) 潜在故障是指功能故障临近前的状态，而不是功能故障前任何时刻的状态。

(2) 机件的这种状态经观察或检测是可以鉴别的。反之，则该机件就不存在潜在故障。

设备的机件、零部件、元器件的磨损、疲劳、烧蚀、腐蚀、老化、失调等故障模式大都存在由潜在故障发展到功能故障的过程。

检测机件潜在故障的工作即为视情维修，其目的在于发现潜在故障，以便预防功能故障。这种工作是对机件状态的定量检测，通常要使用仪器设备，并要求有明确的潜在故障和功能故障的定量判据。

图 7-4 表示了由潜在故障发展到功能故障的过程。A 点为故障开始的发生点，P 点为能够检测到的潜在故障点，F 点为功能故障点；T 为由潜在故障发展到功能故障的间隔期，T_C 为视情维修检测的间隔期。由图 7-4 可见，视情维修的检测间隔期 T_C 只有小于 T 时才有可能在功能故障发生前检测到潜在故障。一般 T_C 应为 T 的几分之一，在 T 内做几次检测，以防漏检。但检测过于频繁又会浪费资源，须综合权衡确定 T_C。视情维修要求第一次检测间隔期要长到能发现恶化的某种实际迹象，而重复检测间隔期要短到能

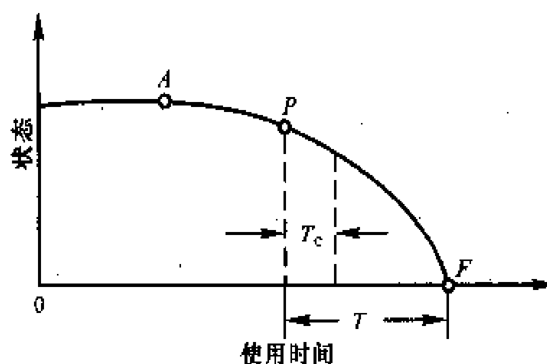


图 7-4 由潜在故障发展到功能故障的示意图

A—故障开始发生点；P—能够检测到的潜在故障点；F—功能故障点



保证在功能故障出现之前检测到潜在故障。

以可靠性为中心的维修理论提出的潜在故障概念，使机件或设备在潜在故障阶段得到更换或修理，因而可利用潜在故障来防止功能故障的出现，使机件在不发生功能故障的前提下得到充分利用，达到既安全又经济的使用目的。这正是现代维修理论的一个重要贡献。

传统维修观念无明确的潜在故障的概念，少量视情维修也往往是根据故障频率或故障危险程度来确定的。直观认为，故障经常出现的就应该经常去检查，故障危险程度大的更应该多加检查。这种试图以多做维修工作来对付故障的做法导致了维修工作陷入盲目被动的局面。为了防止故障，应加强维修工作的针对性而不能采用加大维修工作量的简单方法。以可靠性为中心的维修是根据潜在故障发展为功能故障的间隔期T来确定视情检测间隔期T_C的，而且要求$T_C < T$(见图 7-4)，以确保潜在故障能够被检测出来，从而防止功能故障的出现。

传统维修观念夸大了定时维修的作用，误认为定时维修是对付故障最有效的武器；当定时维修和视情维修两者在技术上都可行时，优先采用定时维修。以可靠性为中心的维修理论正好相反，不是优先采用定时维修，而是优先采用视情维修。因为采用视情维修，意味着每一个机件都能实现其几乎全部有用寿命，达到经济使用的目的；也意味着能用鉴别潜在故障的办法来防止功能故障的出现，达到安全使用的目的，并且能减少大量定时拆修的工作量。所以，视情维修才是对付故障最有效的措施。当定时维修和视情维修两者在技术上都可行时，应该优先采用视情维修，把工作重点放在扩大视情维修上。

人们早就习惯用感官(视觉、听觉、触觉、嗅觉)检测潜在故障，其优点是检测潜在故障的范围广泛，缺点是不够精确。在潜在故障的早期，从图 7-4 可知，与正常状态的偏差较小，大部分较小的偏差往往超出了人的感官范围。为了尽早准确地检测出潜在故障，需要借助各种仪器设备，如铁谱仪、滑油光谱仪、振动监测仪、无损探伤仪、发动机状态监控设备等。由于检测和诊断手段的不同，同一故障模式在功能故障之前可能有几个潜在故障点。例如，考虑一个滚动轴承的磨损故障模式，其功能故障之前的几个潜在故障点如图 7-5 所示。

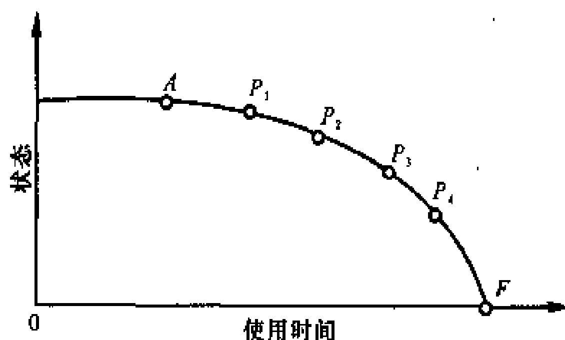


图 7-5　同一故障模式在功能故障前的不同潜在故障点

A— 故障开始发生点；P_1— 振动分析潜在故障点；P_2— 油质分析潜在故障点；

P_3— 噪声分析潜在故障点；P_4— 手摸发热潜在故障点；F— 功能故障点

在图 7－5 中，A 点为故障开始发生点，P_1 为振动分析检测出的振动特性发生变化的潜在故障点，P_2 为油质分析检测出的潜在故障点，P_3 为噪声分析检测出的潜在故障点，P_4 为手摸发热的潜在故障点，F 为功能故障点。在出现功能故障之前，要尽量采用不同的手段检测出相应的潜在故障点，以达到避免出现功能故障之目的。

当设备的故障率不是随使用时间而变化时，或者随着使用时间的增加而降低时，实施定时维修是没有意义的。然而故障发生的影响是不容忽视的，不采取一定的维修措施当然是不行的。如果能在故障发生之前，通过检测或状态监视，在设备运转过程中及时发现潜在故障，那么使设备的故障率趋于零的理想预防性维修也是可能的。这主要取决于所采用的检测、诊断的手段和技术水平。这时设备的平均故障间隔时间为

$$\bar{t} = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_d + (1-p)T_f}{1-p} \tag{7-1}$$

式中，$\bar{t}$ 为设备采用视情维修后的平均故障间隔时间；λ 为设备采用视情维修后的故障率；p 为检测出潜在故障的概率；T_d 为设备在潜在故障前的平均工作时间；T_f 为设备从潜在故障到功能故障之间的平均工作时间。

当 $p=0$ 时，即完全不进行视情维修，等到故障发生后才进行修复性维修，则 $t = T_d + T_f$。

当 $p=1$ 时，即 100% 地检测出潜在故障，使故障率 $\lambda \to 0$，或 $t \to \infty$，达到了理想的预防性维修境地。

三、RCM 原理之三——隐蔽功能故障与多重故障

检查并排除隐蔽功能故障是预防多重故障严重后果的必要措施。

传统维修观念与 RCM 原理，对于预防多重故障的不同对策如表 7－5 所示。

表 7－5　预防多重故障的不同对策

两种出发点	对　策
传统维修观念	无隐蔽功能故障概念，不了解隐蔽功能故障与多重故障的关系，并认为多重故障的严重后果是无法预防的，只有听天由命
RCM 原理	有隐蔽功能故障概念，了解隐蔽功能故障与多重故障有着密切的关系，认识到多重故障的严重后果是有办法预防的，至少可以将多重故障概率降低到一个可以接受的水平，它取决于对隐蔽功能故障的检测频率和更改设计

隐蔽功能故障是指正常使用设备的人员不能发现的功能故障。它可分为如下两种情况：

（1）正常情况下工作的设备，其功能故障（不工作或不能完成规定功能的故障）对于正常使用设备的人员是不明显的。

（2）正常情况下不工作的设备，使用时是否良好，对正常使用设备的人员是不明显的。



例如，一些动力装置的火警探测系统属于第一种情况。该系统只要动力装置在使用，它就在工作，但其功能对正常使用动力装置的人员是不明显的，除非它探测到了火灾；如果它出了某种故障，探测不到火灾，则该故障就是隐蔽的。配合火警探测系统的灭火系统属于第二种情况。除非探测到了火警，否则灭火系统是不工作的，只有当需要使用它时，使用人员才发现它能否工作。

多重故障是指由连续发生的两个或两个以上独立故障所组成的故障事件。它可能造成其中任一故障不能单独引起的后果。

多重故障与隐蔽功能故障有着密切的关系。如果隐蔽功能故障没有及时被发现和排除，就会造成多重故障的可能性，产生严重的后果。例如，前面说到的火警探测系统和灭火系统的故障都是隐蔽功能故障，如果使用时故障连续发生并有火灾，则后果是严重的。

现以由在用泵A和备用泵B组成的供油系统(见图7-6)为例来进一步解释隐蔽功能故障和多重故障的含义。

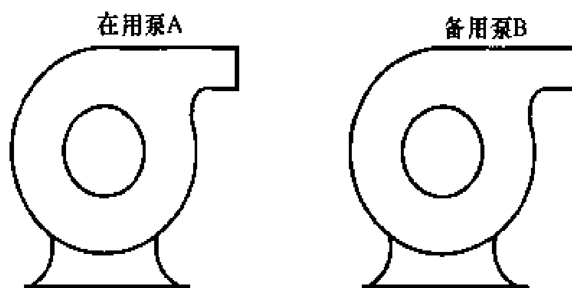


图7-6　用以解释隐蔽功能故障与多重故障的示意图

如果备用泵B发生了故障，在正常情况下，在用泵A会继续工作，所以不会意识到泵B已发生了故障。换言之，只有到泵A也发生故障时，泵B的故障本身才会产生直接影响。

泵B显示出的隐蔽功能有两个特征：一是该泵的故障本身在正常情况下对正常使用泵的人员是不明显的；二是直到泵A发生了故障，或者有人定期检查泵B是否处于工作状态时，才会发现有故障。也就是说，只有泵A发生了故障，泵B的故障才会产生后果。当泵B处于故障状态时，泵A的故障就称为多重故障。

由此说明这样一个事实，一个隐蔽功能故障本身没有直接的后果，但具有能增大多重故障风险的间接后果，即隐蔽功能故障的唯一后果是增大了多重故障的概率。

随着设备现代化、自动化程度的提高及使用环境的变化，对设备安全性和可靠性的要求也更严格，为此常采用一些保护装置来保障设备的正常运转，如各种备用系统、冗余构件、急救装置、消防装置、救生阀、应急备用发电装置等，而且采用这类保护装置的趋势还在继续增长。这类保护装置(见图7-6中的泵B)的功能是保证被保护设备(见图7-6中的泵A)的故障后果比未采用保护措施情况下的故障后果要轻。当被保护设备工作正常时，保护装置的隐蔽功能故障并没有直接的后果。因此，隐蔽功能故障常常容易被忽视，若不注意检查，就不能及时发现已

存在的问题。但是，一旦被保护设备也有故障时，就会出现多重故障，甚至可能造成严重的后果。

需要付出多大的代价来检查和排除隐蔽功能故障取决于多重故障的后果。检查并排除隐蔽功能故障是预防多重故障严重后果的必要措施。传统的维修观念无隐蔽功能故障的概念，不了解隐蔽功能故障与多重故障的关系，并认为多重故障的严重后果是无法预防的，只有听天由命。而以可靠性为中心的维修理论有隐蔽功能故障的概念，了解隐蔽功能故障与多重故障有着密切的关系，认为多重故障的严重后果是有办法预防的，至少可以将多重故障的概率降低到一个可以接受的水平，这取决于对隐蔽功能的检测频率和对设计方案的更改。

例 7.2 某动力装置（被保护设备）及其灭火系统（保护装置）正常工作的概率均为 0.99，试问其多重故障的概率是多少？如果灭火系统有隐蔽功能故障而且未排除，其多重故障的概率又是多少？

解 假设

A—— 被保护设备的正常工作事件；

B—— 保护设备的正常工作事件；

$\bar{A}$—— 被保护设备的故障事件；

$\bar{B}$—— 保护设备的故障事件；

$P(\bar{A})$—— 被保护设备的故障事件的概率；

$P(\bar{B})$—— 保护设备的故障事件的概率；

$P(\bar{A}\bar{B})$—— 多重故障事件的概率。

当 A，B 两个事件相互独立时，有

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) \tag{7-2}$$

$$P(\bar{A}) = P(\bar{B}) = 1 - 0.99 = 0.01$$

故多重故障概率为

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0.01 \times 0.01 = 0.000\,1$$

当灭火系统有隐蔽功能故障而未被排除时，$P(\bar{B}) = 1$，故多重故障概率为

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0.011 \times 1 = 0.01$$

即多重故障的概率由原来的万分之一上升到了百分之一。由此可见，及时检查并排除保护设备的隐蔽功能故障是预防多重故障严重后果的必要措施。如果能保证保护设备的隐蔽功能不处于故障状态，那么即使被保护设备功能发生故障，多重故障也不会发生。例如，图 7-6 中的泵 A 发生故障时，如果泵 B 随时处于备用状态，有 100% 的可用度，即泵 B 总是可以替代泵 A 的工作，那么从理论上讲，多重故障就不会发生。所以，我们可以加大对隐蔽功能故障的检测频率，一旦发现有隐蔽功能故障就及时排除，保证泵 B 有较高的可用度，从而防止多重故障的发生，至少可以将多重故障概率降低到一个可以接受的水平。

有时维修工作难以保证所要求的可用度，为了把多重故障的概率降低到一个可以接受的



水平，只有从设计上采取必要的措施。例如更改设计，用明显功能代替隐蔽功能，或者并联一个甚至几个隐蔽功能，虽然仍是隐蔽功能的，但可以降低多重故障的概率。

例 7.3 如图 7-7 所示，A,B,C 三泵的可靠度均为 99%，泵 A 为在用泵。试求：

(1) 只有一个备用泵 B 时的多重故障概率；

(2) 有两个备用泵 B,C 时的多重故障概率。



图 7-7 用以解释并联隐蔽功能、降低多重故障概率的示意图

解 条件假设与例 7.2 相同，因此

(1) 当泵 A 在用、泵 B 备用时，多重故障概率为

$$P(\overline{A}\,\overline{B}) = P(\overline{A})P(\overline{B}) = (0.01)^2 = 0.000\,1$$

(2) 当泵 A 在用，泵 B 和泵 C 备用时，多重故障概率为

$$P(\overline{A}\overline{B}\overline{C}) = P(\overline{A})P(\overline{B})P(\overline{C}) = (0.01)^3 = 0.000\,001$$

可见，通过更改设计，即多并联一个隐蔽功能，其多重故障的概率由万分之一降低到百万分之一。所以，通过更改设计也可以把多重故障的概率降低到一个可以接受的水平。

四、RCM 原理之四 —— 预防性维修的作用

有效的预防性维修工作能够以最少的资源消耗来保持设备的固有可靠性水平，但不可能超过这个水平。要想超过这个水平，只有重新设计设备。

传统维修观念与 RCM 原理相比，对于预防性维修作用的不同认识如表 7-6 所示。

表 7-6 对于预防性维修作用的不同认识

两种出发点	认　识
传统维修观念	预防性维修能够提高设备的固有可靠性水平，能够使设备保持做所期望做到的事情
RCM 原理	预防性维修不能够提高设备的固有可靠性水平，最高只能保持或达到设备的固有可靠性水平

传统维修观念认为，预防性维修能够提高设备的固有可靠性水平，能够使设备保持做所期望做到的事情。但是，“所期望做到的”和“所能做到的”常常有矛盾。所谓可靠性是设备在规定的条件下和规定的时间内完成规定功能的能力。如果设备达到所期望功能的能力超出了所能

做到的固有能力，即设备的固有可靠性水平，那么，无论怎样维修也达不到所期望功能的能力。维修充其量是使设备发挥其固有的能力，使其做所能做的事情。

任何设备的固有可靠性是设计和制造时赋予设备本身的一种内在的固有属性，是在设备设计和制造时就确定了的一种属性。固有可靠性包括设备的平均故障间隔时间和故障率的大小，故障的后果，故障察觉的明显性和隐蔽性，抗故障能力及下降速率，安全寿命的长短，预防性维修费用和修复性维修费用的高低等固有属性。固有可靠性水平是指对设备进行有效的预防性维修工作时所能期望达到的最高水平。有效的预防性维修工作能够以最少的资源消耗保持设备的固有可靠性水平，或者防止固有可靠性水平的降低。维修不可能把可靠性提高到固有可靠性水平之上，最高只能保持或达到设备的固有可靠性水平。没有一种维修能使可靠性超出设计时所赋予的固有水平，要想超过这个水平，只有重新设计，或者实施改进性维修。

五、RCM 原理之五 —— 故障后果的改变

预防性维修能降低故障发生的频率，但不能改变故障的后果，只有通过设计才能改变故障的后果。

表 7－7 给出了传统维修观念与 RCM 原理对于改变故障后果的不同认识。

表 7－7　改变故障后果的不同认识

两种出发点	认　识
传统维修观念	预防性维修能避免故障的发生，能改变故障的后果
RCM 原理	预防性维修难以避免故障的发生，不能改变故障的后果，只有通过设计才能改变故障的后果

传统维修观念过高地估计了预防性维修的作用，以为只要认真地做好预防性维修工作，就可以“万无一失”，就能够避免故障的发生，改变故障的后果。事实上，故障是难以避免的，特别是早期故障和偶然故障，是不可能靠预防性维修工作来预防的。预防性维修仅仅能预防故障出现的次数，从而降低故障发生的频率或概率，但是不能改变故障的后果。

故障后果可分为安全性后果、环境性后果、隐蔽性后果、使用性后果和非使用性后果，分别简述如下：

1. 安全性和环境性后果

如果故障引起人身伤亡或设备毁坏的事故，那么它就有安全性后果。如果故障导致违反了国家环境保护的要求，那么它就有环境性后果。

以可靠性为中心的维修总是在最保守的水平上评估安全性后果的。事实上，一些对安全和环境有威胁的故障，不一定每次都有这样的后果。但是，问题不在于是否必然有这样的后果，而在于是否可能有这样的后果。如果没有确凿的证据证明故障对安全和环境没有影响，那么，就



先暂定它对安全和环境有影响。

2. 隐蔽性后果

隐蔽性后果是指一个隐蔽功能故障和另一个或几个功能故障的结合所产生的多重故障的影响。它不是一个功能故障的直接影响，而是多重故障的影响。隐蔽功能故障本身对设备没有直接的后果，只有能增大多重故障概率的间接后果，但多重故障一旦发生，往往具有安全性和环境性等严重后果。

3. 使用性后果(经济性的)

如果故障影响设备的使用能力或生产能力，那么它就具有使用性后果。这种后果最终体现在经济性上。

4. 非使用性后果(经济性的)

如果故障不影响设备的安全、使用和环境保护要求，只涉及修复性维修(排除故障)费用，那么它就具有非使用性后果，这种后果也体现在经济性上。

故障后果的改变不决定于维修而决定于设计。预防性维修可以降低故障发生的概率，但不能改变故障的后果。具有安全性后果的故障一旦发生，所造成的影响仍然是安全性的。只有通过设计，才能改变故障的后果。对具有安全性和环境性后果的故障，通过设计，例如采用冗余技术或损伤容限设计，使其不再具有安全性或环境性的后果；也可通过设计，增加安全装置，把故障发生的概率降低到一个可以接受的水平。对具有隐蔽性后果的故障，通过设计，例如用明显功能代替隐蔽功能，使其不再具有隐蔽性的后果；也可通过设计，并联一个甚至几个隐蔽功能；虽然仍是隐蔽性的，但可以把多重故障概率降低到一个可以接受的水平(见例 7.3)。对具有使用性后果的故障，通过设计，也可将其改变为可以接受的经济性后果。

六、RCM 原理之六 —— 预防性维修工作的确定原则

预防性维修工作是根据故障的后果和所做的维修工作既要技术可行又要有效果来确定的。否则，不做预防性维修工作，而是要考虑更改设计方案。

传统维修观念与 RCM 原理对于确定预防性维修工作的不同对策见表 7-8。

表 7-8　确定预防性维修工作的不同对策

两种出发点	对　策
传统维修观念	对可能出现的任何故障都要做预防性维修工作
RCM 原理	只有故障后果严重，而且所做的维修工作既要技术可行又要有效果时才做预防性维修工作，否则，不做预防性维修工作

传统维修观念认为，对可能出现的任何故障都要做预防性维修工作，维修工作做得越多，

越能够预防故障。可是，实践证明，无论怎样加大预防性维修的工作量和维修的深度和广度，故障仍旧发生，设备的总故障率不见下降反而上升，使“多做维修工作能够防止故障”的观念受到了挑战。以可靠性为中心的维修理论首先是按故障的后果，然后按做维修工作既要技术可行又要有效果来确定预防性维修工作的。

这里所谓的“技术可行”、“有效果”是具有特定含义的。所谓的“技术可行”是指该类维修工作与设备或机件的固有可靠性特性是适应的；所谓的“有效果”是指该类维修工作能够产生相应的效果。

“技术可行”分定时维修、视情维修和隐患检测三种情况，分别叙述如下：

(1) 定时维修的技术可行。

1) 设备或机件必须有可确定的耗损期；

2) 设备或机件的大部分能工作到该耗损期；

3) 通过定时维修能够将设备或机件修复到规定的状态。

(2) 视情维修的技术可行。

1) 设备或机件功能的退化必须是可探测的；

2) 设备或机件必须存在一个可定义的潜在故障状态；

3) 设备或机件在从潜在故障发展到功能故障之间必须经历一段较长的时间。

(3) 隐患检测的技术可行。

隐患检测的技术可行是指能否确定隐蔽功能故障的发生。

“有效果”也分三种情况，简述如下：

(1) 对安全性后果、环境性后果和隐蔽性后果，要求能将发生故障或多重故障的概率降低到规定的、可接受的水平。

(2) 对使用性后果，要求预防性维修费用低于使用性后果的损失费用和修理费用。

(3) 对非使用性后果，要求预防性维修费用低于修理费用。

故障后果是确定预防性维修工作的一个重要依据。对于具有安全性和环境性后果或隐蔽性后果的故障，只有当预防性维修工作技术可行并且又能把这种故障发生的概率降低到一个可以接受的水平时，才需要做预防性维修工作；否则，就不需要做预防性维修工作，必须更改设计。对于具有使用性后果的故障，只有当预防性维修费用低于使用性后果所造成的损失费用(如故障使服务中断的经济损失)加上排除故障费用(修理费用)时，才需要做预防性维修工作；否则，就不必做预防性维修工作，也许需要更改设计。对于具有非使用性后果的故障，只有当预防性维修费用低于修理费用时，才需要做预防性维修工作；否则，就不必做预防性维修工作，也许宜于更改设计。而对于一些后果甚微或后果可以容忍的故障，除了日常清洁、润滑之外，不必采取任何预防措施，不必做预防性维修工作，让这些机件一直工作到发生故障之后才做修复性维修(事后维修)工作。这时唯一的代价只是排除故障所需的费用，而机件的使用寿命可以得到充分的利用。也就是说，不是根据故障而是根据故障的后果来确定预防性维修工作



的，这比预防故障本身更为重要。只有当故障后果严重，而且所做的维修工作既技术可行又有效果时，才做预防性维修工作；否则，就不必做预防性维修工作，而需要更改设计。对于是做维修工作还是更改设计的确定，如表 7－9 所示。

表 7－9　预防性维修工作与更改设计的确定

故障 技术可行又有效果	安全性、环境性后果	隐蔽性后果	使用性后果	非使用性后果
是	预防性维修	预防性维修	预防性维修	预防性维修
否	必须更改设计	更改设计	也许需要更改设计	也许宜于更改设计

在多数情况下，机件往往难以找到一种合适的预防性维修工作。这也许是因为故障的后果很轻，以致做维修工作的费用不合算；也许是因为故障的后果严重而维修工作不能把故障或多重故障概率降低到所要求的水平。此外，像机电、电子、电器等复杂设备，没有证据能表明维修工作会改善其可靠性，而且维修的结果总是可能引入新的故障，因此也不必做预防性维修工作。这就使得不做预防性维修工作的机件数目远远大于需要做预防性维修工作的机件数目。例如现代飞机的几万件机件中往往只有几百件需要做预防性维修工作，使日常维修工作量大幅度减少，从而提高了预防性维修工作的针对性、经济性和安全性。由于以可靠性为中心的维修理论的发展，以及由于状态监控技术和冗余设计技术的应用，从20世纪50年代中期到80年代初的民用运输机预防性维修和修复性维修工作机件数目发生了很大的变化，如表 7－10 所示。

表 7－10　预防性维修和修复性维修数量的变化

年　代	运输机	预防性维修		修复性维修(状态监控)
		定时维修	视情维修	
1955 年	DC—6	100%	0	0
1962 年	B—707 DC—8	50%	50%	0
1968 年	B—727 DC—9	35%	50%	15%
1970 年	B—737 BAC—111	20%	40%	40%
1981 年	B—747	0.5%	16.5%	83%

七、RCM 原理之七 —— 初始预防性维修大纲的制订原则

设备使用前的初始预防性维修大纲制订后，需要在使用期间收集使用数据资料，不断修订，逐步完善。

传统维修观念与 RCM 原理，对于制订初始预防性维修大纲的不同对策见表 7 - 11。

表 7 - 11　制订初始预防性维修大纲的不同对策

两种出发点	对　策
传统维修观念	初始预防性维修大纲是在设备投入使用之后才去制订，一经制订，一般不再进行修订
RCM 原理	初始预防性维修大纲是在设备投入使用之前的研制阶段就着手制订的，一般是不够完善的，需要在使用中不断地修订，才能逐步完善

传统观念是重设计、制造，轻使用、维修。维修被视为“事后”工作，只有在设备研制出来后，甚至投入使用之后，才开始考虑维修的问题。初始预防性维修大纲总是在设备投入使用之后才制订，而且一经制订，就不再修订。按照以可靠性为中心的维修理论，初始预防性维修大纲是在设备投入使用之前的研制阶段就着手制订，以保证新设备及时投入使用，其内容包括维修的产品(项目)、类型、维修的间隔期和级别。初始预防性维修大纲一般是不够完善的，需要在使用过程中收集使用的数据资料，进行不断修订才能逐步达到完善。

在制订初始维修大纲时，可用的数据资料通常只限于类似机件的以往经验、对研制部门的设计了解，以及新设备的研制试验和疲劳试验的结果。利用这些数据资料可以粗略地估算出使用寿命和间隔期。在没有足够的数据资料确定故障问题时，可采取保守的“暂定答案”对策，此时所确定的间隔期是比较短的。如果研制部门采用了较多的新技术、新材料和新工艺，或者设备将在一种新环境中使用时，这个使用寿命和间隔期也许更短、更小。用于确定使用寿命和最佳间隔期所需要的数据资料，只有在设备投入使用之后才能取得。如果机体故障后果是严重的，那么首次故障后为了避免严重事故的再一次出现，必然采取更改设计的措施，此后就不会再有这种故障机件的后续数据资料了。如果机件故障后果不严重，虽然可以收集到机件出现故障以后的完整使用数据资料，但有没有这些数据资料都无关紧要。因此，在制订初始预防性维修大纲时，统计信息总是会出现“先天不足”的情况，只有依据不完善的或不确实的推测数据。此外，还要对尚未发生，而且可能永远不会发生的故障模式的可能性和后果做出决断。在这种情况下，漏掉某些故障模式和故障影响是不可避免的，同时也会错误地评估某些机件的故障后果和维修频率。因此，使用前的初始预防性维修大纲一般是不够完善的，需要在使用过程中不断地收集使用数据资料，及时地进行动态修订，才能逐步地趋于完善。



八、RCM原理之八——预防性维修大纲的完善要求

预防性维修大纲只有通过使用维修部门和研制部门长期共同协作才能逐步完善。

传统维修观念与RCM原理对于完善预防性维修大纲的不同对策见表7-12。

表7-12　完善预防性维修大纲的不同对策

两种出发点	对策
传统维修观念	一个完善的预防性维修大纲能单独由使用维修部门或者研制部门制订出来
RCM原理	一个完善的预防性维修大纲不能单独由使用维修部门或者研制部门制订出来，只有通过双方长期地共同协作才能完成

传统维修观念认为，设备的维修任务由使用维修部门来完成，因为他们最熟悉维修工作，因此可以制订出一个完善的维修大纲。多年来，我国设备维修大纲基本上是由使用维修部门单独制订的。事实上，这种做法会带来不良的后果，因为设备本身作为维修对象，对维修是具有决定意义的。维修只能在固有可靠性水平的基础上才能施加影响，发挥作用，维修不可能把可靠性水平提高到其固有水平之上。如果研制时的固有可靠性水平“先天不足”，投入使用后将会后患无穷。这时的维修只能面对既成事实，被动地面对固有可靠性水平不足所造成的寿命短、故障多、维修频繁、利用率低、费用高等一系列问题。由此可见，使用维修部门难以单独制订出一个完善的预防性维修大纲。过去，我国研制部门一般不负责制订预防性维修大纲，但随着市场经济的发展，用户购买新设备时，往往要求研制部门提供相应的预防性维修大纲，作为供货合同的一项内容。但这并不意味着研制部门就知道用户所要求的各种事项。研制部门虽然掌握设备设计、制造和试验方面的资料，知道设备的应力和抗力水平，但不可能完全知道今后在使用维修中将会出现的各种问题，特别是一些难以预料的故障模式及其后果。所以，研制部门也难以单独制订出一个完善的维修大纲。

设备的固有可靠性特性是由研制部门设计、制造出来的，而这个特性又是靠使用维修部门实施预防性维修工作来保持的。因此，固有可靠性的目标需要研制部门和使用维修部门双方共同努力来实现。由表7-9可知，解决不同故障后果的办法有两种：① 预防性维修工作，② 更改设计。这两种办法中究竟选择哪一种，需要设计研制与使用维修双方对问题和目标的相互了解和密切协作。维修类型和维修间隔期取决于设计，预防性维修大纲不能推迟到设备制造出来后才着手制订，而应在设备研制初期就认真考虑维修的要求，优化设计方案。也就是说，从设计上来考虑如何防止严重故障后果的出现，降低故障率，使零部件便于检测，便于故障件的更换，使隐蔽功能故障变为明显功能故障，消除维修费用特别高的故障模式等。通过维修实践的检验，暴露问题后再修改设计方案，经反复多次修改后才能逐步达到提高维修效果，降低维修费用，

保证使用安全的目的。所以，一个完善的预防性维修大纲只有通过使用维修部门与研制部门长期共同协作才能逐步制订出来。

7.3 RCM分析的一般步骤与方法

RCM分析一般分为以下三部分：

(1) 系统和设备的RCM分析；

(2) 结构项目的RCM分析；

(3) 区域检查分析。

系统和设备的RCM分析适用于各类装备的预防性维修大纲的制订，具有通用性。

结构项目的RCM分析适用于大型复杂装备的结构部分，例如飞机的结构等。这里的结构包括各承受载荷的结构项目(即承受载荷的结构元件、组件或结构细部)。由于结构一般是按损伤容限与耐久性设计而成的，对其进行专门的检查是非常重要的。

区域检查分析适用于划区进行检查的大型飞机、舰船等。对于地面上使用的一些常规产品，其结构大都按静强度理论设计而成，有足够的安全系数，一般不需要进行结构项目RCM分析，只进行系统和设备的RCM分析。本节主要介绍通用的第一部分系统和设备的RCM分析，其他两部分，可参考《装备预防性维修大纲的制定要求与方法》(GJB1378—92)。

一、RCM分析所需的信息

进行RCM分析，根据分析进程要求，应尽可能收集下述有关信息，以确保分析工作能顺利进行。

(1) 产品概况，如产品的构成、功能(包括隐蔽功能)和余度等。

(2) 产品的故障信息，如产品的故障模式、故障原因和影响、故障率、故障判据、潜在故障发展到功能故障的时间、功能故障和潜在故障的检测方法等。

(3) 产品的维修保障信息，如维修设备、工具、备件、人力等。

(4) 费用信息，如预计的研制费用、维修费用等。

(5) 相似产品的上述信息。

二、RCM分析的一般步骤

RCM分析的一般步骤如下：

(1) 确定重要功能产品(FSI)。

(2) 进行故障模式影响分析(FMEA)。

(3) 应用逻辑决断图确定预防性维修工作类型。

(4) 确定预防性维修工作的间隔期。



(5) 提出维修级别的建议。

(6) 进行维修间隔期探索。

三、重要功能产品的确定

现代复杂产品是由大量的零部件组成的,若对其进行全面的 RCM 分析,工作量很大,而且也无此必要。事实上,许多产品的故障对产品整体并不会产生严重影响,若这些故障发生后能够及时加以排除即可,其故障后果往往只影响事后修理的费用,且该费用往往并不比预防维修费用高。因此,进行 RCM 分析时没有必要对所有的产品逐一进行分析,只有会产生严重故障后果的重要功能产品(项目)(Functionally Significant Item, 简称 FSI) 才需进行详细的 RCM 分析。重要功能产品是指其故障会有下列后果之一的产品:

(1) 可能影响产品的使用安全性;

(2) 可能影响任务的完成;

(3) 可能导致重大的经济损失;

(4) 隐蔽功能故障与其他故障的综合可能导致上述一项或多项后果;

(5) 可能有二次性后果导致上述一项或多项后果。

1. 确定 FSI 的过程与方法

确定 FSI 的过程是一个比较粗略、快速且偏于保守的分析过程。具体方法如下:

(1) 将功能系统分解为分系统、组件、部件,直至零件,如图 7-8 所示。

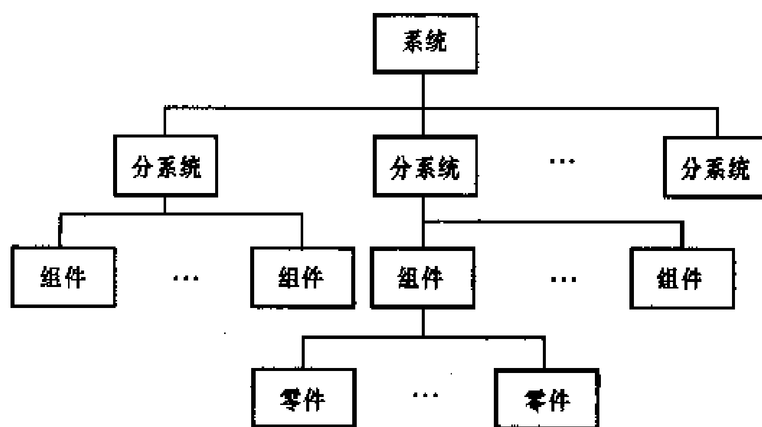


图 7-8　系统的 FSI 过程

(2) 沿着系统、分系统、组件…… 的次序,自上而下按产品的故障对产品的后果进行分析确定 FSI,直到产品的故障后果不再是严重为止,低于该产品层次的都是非重要功能产品(NFSI)。

2. 确定 FSI 的技术关键

(1)FSI 的层次。在 FSI 确定过程中,应选择适宜的层次划分 FSI 和 NFSI。对所选层次必须

要低到足以保证不会有功能和重要的故障被漏掉，但又要高到功能丧失时对产品整体会有影响，不会漏掉系统或组件因内部某些产品相互作用而引起的故障。

(2)FSI 和 NFSI 的性质：

1) 包含有重要功能产品的任何产品，其本身也是重要功能产品；

2) 任何非重要功能产品都包含在它以上的重要功能产品之中；

3) 包含在非重要功能产品内的任何产品，也是非重要功能产品。

四、RCM 逻辑决断分析

重要功能产品的 RCM 逻辑决断分析是系统的 RCM 分析的核心。通过对重要功能产品的每一个故障原因进行 RCM 决断，以便找出有效的预防措施。RCM 逻辑决断分析是依据 RCM 逻辑决断图进行的。

逻辑决断图由一系列的方框和矢线组成，如图 7－9 所示。分析流程始于决断图的顶部，通过对问题回答“是”或“否”确定分析流程的方向。逻辑决断图分为两层。

第一层(问题 1 ～ 5)：确定各功能故障的影响类型。根据 FMEA 结果，对每个重要功能产品的每一个故障原因进行逻辑决断，确定其故障影响类型。功能故障的影响分为两类共 6 种，即明显的安全性、任务性、经济性影响和隐蔽的安全性、任务性和经济性影响。通过回答问题 1 ～ 5 划分出故障影响类型，然后按不同的影响分支进行进一步分析。

第二层(问题 A ～ F 或 A ～ E)：选择维修工作类型。对于明显(或隐蔽)功能故障产品，可供选择的维修工作类型分别为保养、操作人员监控(或使用检查)、功能检测、定时拆修、定时报废和综合工作。“操作人员监控”仅适用于明显功能故障产品，“使用检查”仅适用于隐蔽功能故障产品。

对于安全性影响(含对环境的危害，尤其在平时)分支，由于产品故障对使用安全有直接影响，后果最为严重，必须加以预防，因此，只要所做的预防性维修工作是有效的，则予以选择。即必须回答完全部问题，选择出其中最有效的维修工作。

对于任务性影响和经济性影响分支，如果在某一问题中所问的工作类型对预防该功能故障既适用又有效的话，则不必问后面的问题。不过该原则不用于保养工作，因为即使在理想的情况下，保养也只能延缓而不能防止故障的发生，即无论保养工作是否适用和有效均进入下一个问题。

五、确定预防性维修间隔期

预防性维修工作的间隔时间的确定比较复杂，涉及各个方面的工作。一般可根据类似产品以往的经验和承制方对新产品维修间隔的建议，结合有经验的工程人员的判断、分析来确定。

前面讨论的 RCM 中对重要功能项目决定的 7 种预防性维修工作类型中，保养工作的间隔期一般是根据设计要求确定的。例如根据所用润滑油的寿命，确定润滑间隔期；另外对于一般



的清洗、擦拭等保养工作，因费用很低，所需时间较短，可安排在日常的保养计划中，无须另行确定其工作间隔期。操作人员的监控工作是由操作人员在使用产品时进行的，也无须另行专门确定其工作间隔期。综合工作的间隔期是由各有关工作类型的间隔期决定的。因此，需要专门确定的预防性维修工作，包括两类工作：一类是检查工作，即使用检查和功能检测；另一类是定期报废和定期拆修。具体确定方法可参考相关文献。

六、提出维修级别的建议

经 RCM 分析确定出各重要功能产品预防性维修工作类型及间隔期后，还应提出各项维修工作在哪级进行的建议。除特殊需要外，一般应将维修工作确定在耗费最低的维修级别。

七、维修间隔期探索

新产品投入使用后，应进行维修间隔期探索(Age Exploration，或称“工龄探索”)，即通过分析使用与维修数据、研制试验与技术手册提供的信息，确定产品的可靠性与使用时间的关系，必要时应调整产品的预防性维修工作类型及间隔期，使得产品的预防性维修大纲不断完善、合理。

可以通过抽样对一定数量的产品进行维修间隔期探索。在进行该项工作时，应注意综合考虑以下信息：

(1) 所分析产品的设计、研制与使用经验；

(2) 类似产品的维修间隔期；

(3) 所分析产品的抽样分析结果。

习题与思考题

1. 什么是潜在故障？是不是所有产品都有潜在故障？
2. 什么是 RCM 分析？什么是预防性维修大纲(PMP)？PMP 有何用途？
3. RCM 分析的一般步骤是什么？
4. RCM 逻辑决断图有什么特点？

第八章　保障性基础与应用

8.1 概　　述

随着可靠性、维修性及保障性工作的不断深入，各个学科出现了向综合化方向发展的趋势，仅靠某一专业工程学科的发展，不能从总体上实现装备的优化，必须强调可靠性、维修性和保障性工作之间的综合协调。由于我国可靠性和维修性工作开展较早，技术上相对较成熟；而保障性工作起步较晚，在型号研制中未全面展开，因而，了解和掌握保障性工程的基本观点和工作方法，对于装备设计人员、综合保障工程的管理人员与工作人员以及装备发展决策者都是十分必要的。

一、综合保障工程的研究对象和范围

装备在执行作战任务中所需的保障工作是多种多样的，并与军兵种的组成、装备特点、作战样式和任务要求及所处的环境条件有关。通常区分为作战保障、装备保障和后勤保障。

作战保障也称战斗保障，指进行战斗所需的保障工作，主要包括观察和侦察、警戒、伪装、电子对抗、核生化防护、通信、工程保障以及对空和水下防御保障等，还包括一些专业保障，例如天文、气象、测量计算、领航、导航及救生等。

装备保障指为使装备处于战备完好状态并能持续完成作战任务所需的保障工作，其中包括装备的启封和动用准备、储存和运输、自救和抢救、测试检查、加注燃料和油气液、补充弹药以及大量的维护和修理工作等。

二、装备保障是综合保障工程的研究对象

装备保障又可分为装备的使用保障和维修保障。各类装备的特点不同，因此使用和维修保障的内容和侧重点也有所不同。属于单次使用的装备其使用保障居重要地位，而多次使用的可修复装备则使用与维修保障兼而有之。使用保障是指为保证装备正常操作使用，以便能充分发挥其作战性能所进行的一系列技术和管理活动，以及为保证这些活动有效地实施所必需的保障资源。例如装备使用前检查、加注燃料和补充弹药、装备的操作技术以及装备的储存和运输等，还需考虑相应的专业人员配备与训练和物资保障等。维修保障是指为了保持和恢复装备完好的技术状况所应进行的全部技术和管理活动，以及为保证这些活动有效地实施所必需的保



障资源，包括装备的计划与非计划维修、战场抢修及其工具、设备、设施的配备和备件、器材的供应等，还需考虑相应的专业人员配备与训练、物资保障等。

三、保障性与可靠性、维修性等专业工程的关系

保障性与可靠性、维修性等专业工程都是为了满足系统战备完好性要求、降低寿命周期费用而逐步形成并发展的学科和工程领域，它们都是装备的基本属性，都是由研制、生产过程赋予的。它们彼此之间有着密切的联系，但又有其特定的工作内涵和作用。主要表现在以下两方面：

(1) 可靠性、维修性是保障性的前提和基础。可靠性、维修性是影响保障性的关键设计特性，要想达到所需的保障性水平，首先考虑的就是提高可靠性和维修性。可靠性高了，维修性好了，是装备保障性好的重要基础。

(2) 保障性具有与可靠性、维修性不同的特性。总体上说，要提高装备的保障性水平，提高其可靠性、维修性水平是重要的途径，但并不是说，只要可靠性、维修性提高了，保障性自然就提高了，只有装备的保障性设计全面地考虑了装备的使用、维修、运输、储存和停放等各种保障要求，装备才具备了好的保障能力。这主要是因为保障性包含两个不同性质的内容，即设计特性和保障资源，这里的设计特性指与保障有关的设计特性，如可靠性、维修性等，良好的保障设计特性使装备具有可保障的特征。而保障资源并非设计特性，充足的并与装备匹配完善的保障资源说明装备是能得到保障的。装备具有可保障的特性和能保障的特性才是具有完整性的装备。

从以上叙述不难看出，在特性的关系上装备系统，即顶层的保障性特性涵盖了可靠性、维修性特性，保障性比可靠性、维修性覆盖的内涵更宽，层次更高，可靠性、维修性是关键的保障性设计特性。可靠性、维修性、保障性内涵不同但紧密相连，系统战备完好性是它们的出发点和归结点。

四、综合保障与技术保障的区别与联系

综合保障工程与现行部队的技术保障工作既有区别也有一定的联系。技术保障工作是为了保证现役装备处于战备完好状态，并能持续完成作战与训练任务所需进行的使用与维修技术和管理。综合保障工程则是在研制新装备时综合考虑装备保障问题，使保障影响设计，并在交付部队的同时提供成套的保障资料。综合保障工程贯穿于寿命周期全过程，而技术保障仅是装备使用阶段的一项工作，这是它们之间的本质区别。

在使用阶段，技术保障工作中除了装备的正确操作与使用、保养与修理、器材供应和有关人员训练外，还包括保障兵力和物力的指挥与管理，特别是在战场上保障人力的部署、派遣与支援、保障资源的前送和损伤装备的后送等工作。在使用阶段的综合保障工作则不仅是将设计成套的保障资源和建成的保障系统提交部队，还包括承制方向订购方提供技术服务，对交付的

保障资源和形成的保障系统继续进行评价和分析及必要的改进，核算保障资源费用等工作。

它们之间的联系表现在以下两方面：

(1) 现役装备技术保障工作的基本依据是，这种装备在研制时，为综合保障提供的保障系统和保障资源所制定的使用与保障制度，或者说按建立的保障系统制定使用和维修制度，按这一制度实施技术保障工作。

(2) 在综合保障工程中，当确定新装备保障方案和保障资源时，要参考现役类似装备的有关数据与信息，以便更好地适应部队实际情况，这都需要技术保障提供信息。

8.2 保障性要求的确定

保障性指标的确定要经历一个从初步拟定到最后确定、由使用要求到设计要求、由综合特性要求到单一特性要求的细化、分解、转换并权衡的过程，也是一个反复迭代的过程。系统战备完好性要求是基于使用要求和现役类似系统(即选定的比较系统) 提出的。确定保障性要求的步骤如表 8-1 所示。

表 8-1 确定保障性要求的步骤

<table>
<tr><th>步骤</th><th>确定要求</th><th>描述对象</th><th>要求特点</th><th>依 据</th><th>使用的分析方法和工具</th></tr>
<tr><td>1</td><td>确定初始的装备系统保障性使用要求</td><td>装备系统</td><td>用综合的、概括的使用参数描述，如 MC,SGR 等参数</td><td>・任务需要说明；
・新装备的使用方案；
・基准比较系统的保障性要求</td><td>・使用研究；
・利用基准比较系统进行对比分析；
・建模仿真</td></tr>
<tr><td>2</td><td>将初始的保障性使用要求分解为对装备和保障系统的保障性使用要求，当需要时可以分解到功能系统的层次</td><td>・装备；
・保障系统及资源；
・功能系统</td><td>用若干单一特性和要素的使用参数描述，如 MTBM 等</td><td>・初始的装备系统保障性使用要求；
・备选的设计方案；
・备选的保障方案</td><td rowspan="2">・使用研究；
・对比分析；
・分解转换模型；
・可靠性分配、预计；
・维修性分配、预计；
・FMEA；
・RCMA；
・ROLA；
・使用维修工作分析；
・权衡研究；
・建模仿真</td></tr>
<tr><td>3</td><td>将保障性使用要求转换为保障性设计要求</td><td>・装备；
・保障系统及资源；
・功能系统</td><td>用若干单一特性和要素的设计参数描述</td><td>・相应的使用要求；
・备选的设计方案；
・备选的保障方案</td></tr>
</table>



续　表

步骤	确定要求	描述对象	要求特点	依　据	使用的分析方法和工具
4	最终确定保障性使用要求和设计要求	·装备系统； ·装备； ·保障系统及资源	用一组权衡后相互协调的保障性使用要求和设计要求描述	·任务需求说明； ·装备使用方案； ·备选的设计方案； ·备选的保障方案	·建模仿真； ·对比分析
5	将设计要求分配到规定的产品层次	·设备； ·部件、组件	若干单一特性要求，可作为产品的设计依据	·高层次的要求	·可靠性分配、预计； ·维修性分配、预计； ·规划保障资源

在论证阶段，由于设计方案和保障方案尚未确定，只能拟定初步的系统战备完好性要求，并将其分解为初步的可靠性、维修性设计要求和保障系统要求。

在方案阶段，通过对备选设计方案实施可靠性、维修性分配、预计和故障模式及危害性分析等工作项目，估计可靠性、维修性可能达到的水平，找出影响系统战备完好性和费用的关键因素，确定改进的技术途径，并评价其效果和风险；通过对备选的保障方案实施研究和比较分析，估计保障资源、保障费用等可能达到的水平，并通过保障性分析不断地在设计方案和保障方案之间，在要求值和可能值之间进行权衡。随着设计方案和保障方案的不断细化，对初步确定的系统战备完好性要求进行修正。

在这个过程中，主要工作体现在以下两方面：第一，要求把顶层的要求分解为分别对装备和保障系统的要求，这需要建立分解模型；第二，要求将使用要求转换为设计要求。

分解模型的建立和大量经验数据的收集和利用是一项有难度的工作，需要探索、研究。在国外，比如著名的罗姆实验室对这方面已开展了研究，并推出了一些模型，例如：

$$A_0 = \frac{\text{MTBM}}{\text{MTBM} + \text{MDT}}$$

式中，A_0 为对战备完好性的度量；MTBM 为平均维修间隔时间，是使用可用度的度量；MDT 为平均停机时间。

如已知类似装备的 MDT = 1.25 h，如果初始规定 A_0 = 0.8 时，便可获得初始的 MTBM =50 h，这个例子假定 MDT = 1.25 h 是基于大量统计信息获得的。

在方案阶段结束时，应最后确定一组协调匹配的系统战备完好性参数、保障性设计特性参数和保障系统及其资源参数的目标值和门限值（至少应确定门限值），并将可靠性、维修性等的目标值和门限值转换为规定值和最低可接受值。

8.3 保障性分析

一、保障性分析的概念

保障性分析是综合保障的核心工作，是联系综合保障各项工作、各专业工程工作、设计工程工作的纽带。保障性分析是一个进行反复迭代的系统分析过程，是系统工程过程的组成部分，其目的主要是确保保障性要求、影响装备的设计和为规划保障提供信息。

二、保障性分析的应用与任务

保障性分析过程应用于两个方面：一是提出有关保障性的设计因素；二是确定保障资源要求。前者是根据装备的任务需求确定战备完好性与保障性目标，进而提出与确定可靠性、维修性、测试性、运输性等有关的保障性设计要求，以影响装备的设计，这是将保障性考虑有效地纳入装备设计，使研制的装备具有可保障与易于保障的诸设计特性。后者是根据装备系统的战备完好性与保障性目标，确定保障要求和制订保障方案，进而制订保障计划和确定保障资源要求。

保障性分析应完成的主要任务如下：

(1) 制定保障性要求；

(2) 制订和优化保障方案；

(3) 确定保障资源要求；

(4) 评估新研装备的保障性；

(5) 建立保障性分析数据库。

三、保障性分析与装备设计过程的关系

保障性分析与装备设计过程的关系如图 8-1 所示。

由图8-1可知，保障性分析对装备设计的输出是提出与保障有关的设计因素，对保障系统的输出则是保障资源要求。应当指出，该图所示的只是一个简化的过程，仅说明它们的主要关系，实际上整个保障性分析和通常的系统工程过程一样，是反复迭代、不断分析、综合和权衡的过程。

四、保障性分析主要内容介绍

国家军用标准《装备保障性分析》(GJB 1371—92) 全面规范了装备寿命周期内实施保障性分析的要求、方法和程序。在实际应用中，可根据装备类型、装备规模、设计自由度与技术状态等情况，在寿命周期的不同阶段对这些保障性分析的工作项目进行适当的剪裁。表 8-2 给出了保障性分析内容。



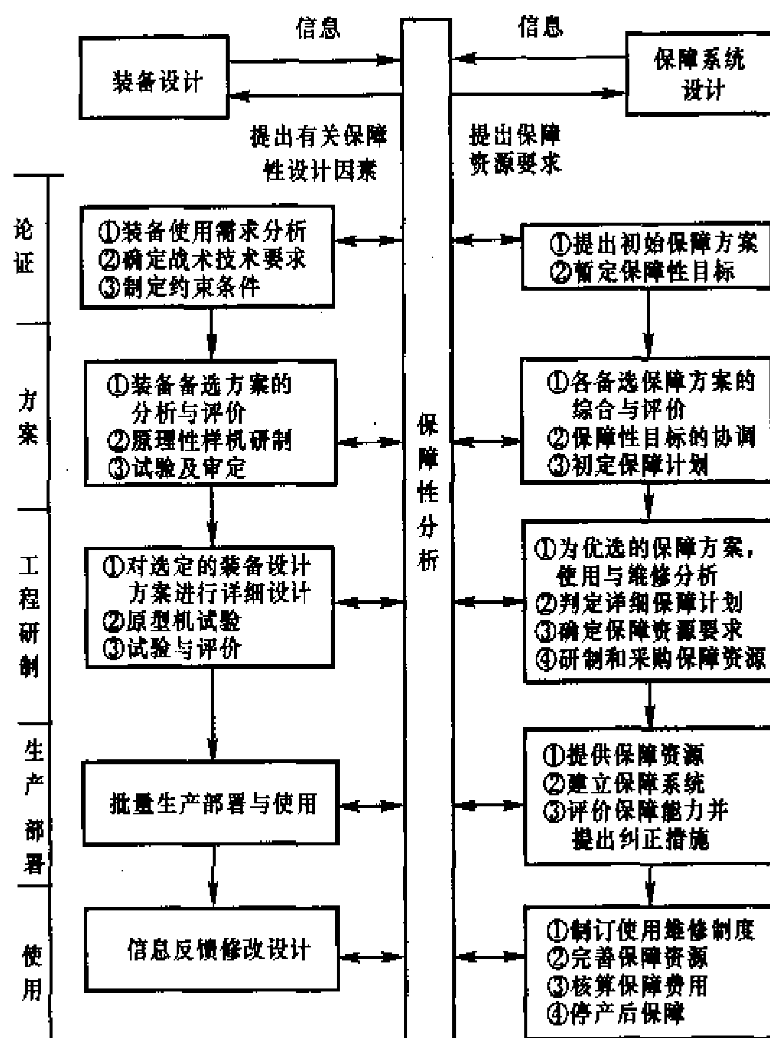


图 8-1　保障性分析与装备设计过程的关系

表 8-2　保障性分析的内容

工作项目系列的名称与目的	工作项目名称	工作项目的目的
100 系列 保障性分析工作的规划与控制 目的：为保障性分析制订计划和提出评审要求	101 制订保障性分析工作纲要	制订保障性分析工作纲要，明确具有最佳费用效益的保障性分析工作项目及子项目
	102 制订保障性分析计划	制订保障性分析计划，以确定并统一协调各项保障性分析项目，确定各管理机构及其职责，并提出完成各工作项目的途径
	103 有关保障性分析的评审	为承制方制订一项对有关保障性分析提交的设计资料进行正式评审和控制的要求，该要求应保证保障性分析工作的进度与合同规定的评审点相一致，以达到预期的效果

续　表

工作项目系列的名称与目的	工作项目名称	工作项目的目的
200系列 装备与保障系统的分析 目的：通过与比较系统的对比和保障性、费用、战备完好性主导因素分析，确定保障性初定目标和有关保障性的设计目标值、门限值及约束	201 使用研究	确定与装备预定用途有关的保障性因素
	202 硬件、软件与保障系统的标准化	根据能在费用、人员与人力、战备完好性或保障政策等方面得到益处的现有和计划的保障资源，确定装备的保障性及有关保障性的设计约束，给装备的引荐或软件标准化工作提供保障性方面的信息输入
	203 比较分析	选定代表新研装备特性的基准比较系统或比较系统，以便提供有关保障性的参数，判明其可行性，确定改进目标，以及确定装备保障性、费用和战备完好性的主导因素
	204 改进保障性的技术途径	确定与评价从设计上改进新研装备保障性的技术途径
	205 确定保障性和有关保障性的设计因素	确定从备选设计方案与使用方案中得出的保障性定量特性，制订装备的保障性及有关保障性设计的初定目标、门限值及约束
300系列 备选方案的制订与评价 目的：优化新研装备的保障方案并研制在费用、进度、性能和保障性能之间达到最佳平衡的装备系统	301 确定功能要求	为装备的每一备选方案确定在预期的环境中所必须具备的使用和维修保障功能，然后确定使用与维修装备所必须完成的各种工作
	302 确定备选保障方案	制订可行的装备备选保障方案，用于评价与权衡分析及确定最佳的保障系统
	303 备选方案的评价与权衡分析	为装备的每一备选方案确定优先的备选的保障系统方案，并参与装备备选方案的权衡分析，以便确定在费用、进度、性能、战备完好性和保障性能之间达到最佳平衡所需要的途径
400系列 确定保障资源要求 目的：确定新研装备在使用环境中的保障资源需求并制订停产后的保障计划	401 使用与维修工作分析	分析装备的使用与维修工作，以便：① 确定每项工作的保障资源要求；② 确定新的或关键的保障资源要求；③ 确定运输要求；④ 确定超过目标值、门限制或约束的保障要求；⑤ 为制订备选设计方案提供保障方面的资料，以减少使用和维修费用、优化保障资源要求或提高战备完好性；⑥ 为保障所需的技术资料提供原始资料
	402 早期现场分析	评估新研装备对各种现有的或已计划的装备的影响；确定满足新研装备要求的人员和人力；确定未获得必要的保障资源时对新装备的影响，以及确定作战环境下主要保障资源要求
	403 停产后保障分析	在生产线关闭以前，分析装备寿命周期内的保障要求，以保证在装备的剩余寿命周期内有充足的保障资源



续　表

工作项目系列的名称与目的	工作项目名称	工作项目的目的
500 系列 保障性评估 目的：保证达到规定的保障性要求和改正不足之处	501 保障性试验、评价和验证	评估新研装备是否达到规定的保障性要求；判明偏离预定要求的原因；确定纠正缺陷和提高装备战备完好性的方法

五、保障性分析技术简介

进行装备保障性分析要应用许多分析技术，其中有故障模式、影响及危害性分析(FMECA)；以可靠性为中心的维修分析(RCMA)；维修级别分析(LORA)；使用与维修工作任务分析；生存性分析和费用分析等。这些技术有的在前面可靠性、维修性内容中不同程度地应用过，在保障性分析中，它们主要用来解决完成装备使用与维修工作的工作内容、工作时间、工作地点、所需资源、维修经济性和野战维修等问题，以便实现所制定的保障性目标。这些技术在保障性分析中应用的相互关系如图 8－2 所示。

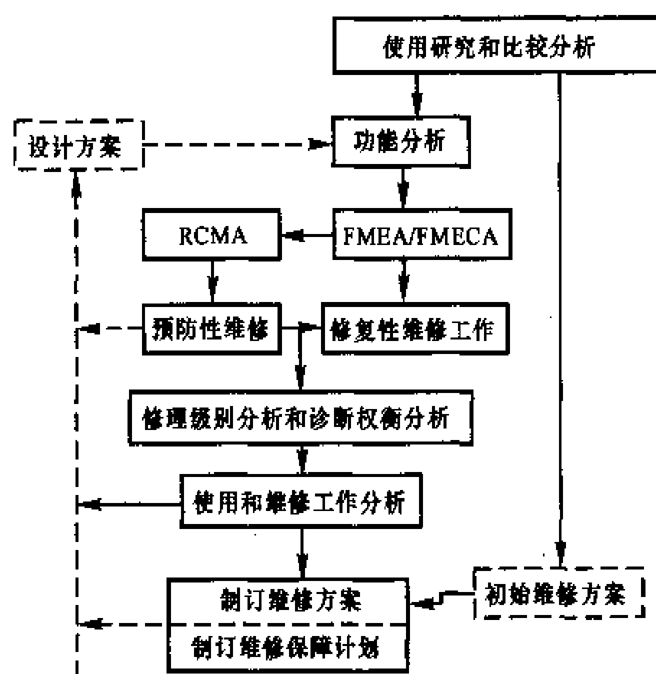


图 8－2　保障性分析中应用的技术及其相互关系

8.4 装备的保障性设计

保障性设计的基本含义是将与装备保障有关的设计特性纳入装备设计，将保障性要求纳入系统设计的一系列方法和活动。它是保证系统达到保障性要求的基本措施和根本途径。

如前所述，要实现装备保障性目的，首先要重视提高装备的设计特性，从保障性角度讲，这里的设计特性主要指与装备使用和维修保障有关的设计特性，如可靠性与维修性等，以及使装备便于操作、检测、维修、装卸、运输、消耗品补给等的设计特性，在整个设计过程中保障性设计特性需要与其他传统的设计特性不断地进行综合权衡，相互协调，良好的保障设计特性是使装备具有可保障的特征，或者说所设计的装备是可保障的；其次，还要重视装备保障系统设计，通过保障资源的规划与研制，使资源与装备的可保障特性协调一致，并有足够的资源满足被保障对象(装备)的任务需求。从保障性角度来看，充足的并与装备匹配完善的保障资源说明了装备是能得到保障的。

综上所述，装备系统的保障性设计主要包括装备的保障性设计和保障系统设计，两者应同步进行。

一、装备的保障性设计基本内容

装备的保障性设计基本含义是将装备与保障有关的设计特性纳入装备设计，这些特性是在设计中赋予装备的保障特性，包括可靠性、维修性、测试性以及易损性、运输性、抢修性、自保障特性等。关于可靠性、维修性设计等内容在本书前面章节中已详细介绍了，本节主要介绍其他保障性设计内容及其发展情况，主要包括易损性、运输性、抢修性、自保障特性等，它们反映在某些特定情况下的需求，是装备的质量特性，也是在装备设计中确定的。随着现代战争对装备要求的日益提高，而这些特性本身主要侧重于战时实际情况，因而正越来越受到重视。

二、装备的保障性设计发展

下面结合国外先进飞机的实例，主要从以下几方面说明装备保障性设计的发展。

1. 更高的可靠性、维修性要求

飞机的可靠性、维修性是飞机重要的设计特性之一，可靠性、维修性等有关保障的设计特性的提高，对于提高飞机战备完好水平、降低寿命周期费用有重要影响，因而引起了足够重视。为此，美国空军提出了 R&M 2000 计划，要求 R&M 比现役飞机提高一倍的总目标。例如，在 F—22 设计中，针对整机提出的 R&M 目标主要包括：飞机寿命满足飞机结构完整性大纲要求的 8 000 h 以上；战斗出动率达 4.5 次 /d，是现役飞机 F—15 的两倍；再次出动准备时间为 F—15 的 2/3；每飞行小时的维修工时(MMH/FH) 和后勤保障要求均为 F—15 的一半；飞机实行两级维修。针对发动机提出的要求主要包括：选用的 F—119 发动机可满足发动机结构完



整性大纲要求，达4 000 h；与F—15选用的F—100型发动机相比，空中停车率减少29%，提前更换率下降33%，返修率减少74%，外场可更换件(LRU)更换率降低50%，平均维修间隔时间(MTBM)增加62%，发动机的MMH/FH减少63%，发动机更换时间下降60%(为89 min)，发动机零件量约减少40%，保障工具设备量约减少60%。此外，R&M对电子设备也提出了相应要求。

2. 日益强调飞机抢修性要求

飞机出动率是决定其作战胜负的一个关键因素，故要求飞机能持续保持高的战备完好率，要满足这一要求，除实现上面提出的R&M要求外，还要求对战伤飞机有较高的抢修能力。由于现代作战飞机面临的作战威胁环境日益严峻，因而对战时飞机要求具有良好的保障设计特性，亦即需要良好的抢修性要求。例如，美国空军要求80%的战伤飞机能在野战机场于24 h内可修复并可执行一定任务。

抢修性是指在作战条件下和规定的时间内，以应急手段和方法进行维修时，使损伤装备恢复到完成某种任务所需的功能或能自救的能力。由于战时有更多不确定性，抢修性的要求主要是定性的，特别是目前对抢修性研究还不够深入，对战场损伤规律掌握还不透，因此，抢修性设计主要是制订和执行设计准则。

3. 飞机的自保障特性日益受到重视

未来高技术战争的基本特征是以"机动和精确"作战模式取代以往的"密集"作战模式。为提高作战的机动性、灵活性和生存性，要求飞机能以最小的独立作战单位，分散到保障条件简陋的野战机场去机动作战，这就要求飞机具有另一种新的保障设计特性，亦称做自保障特性，即飞机具有自我保障的能力，能自选提供起飞和起飞线维护所需的各种能源，不依赖起飞线保障设备。

飞机的自保障特性是指飞机自身提供作战所需的保障能力，以减少或取消飞机对某些外部(地面)保障(主要指起飞线保障)的依赖，以便能在战时适应在保障条件简陋的野战机场起飞和机动作战。

目前美军已有实际应用的飞机自保障技术包括以下几方面：

(1) 自提供起飞线能源。在战斗机/轰炸机上增设或利用第二动力装置或辅助动力装置，以提供起飞线作业和起飞时所需的各种动力。这样飞机可摆脱对各种起飞线作业和起飞线保障设备的依赖而自行起飞，并可减少部队转场时所需空运量的17%。目前在F—22战斗机和B1—B轰炸机上均装有这类动力装置。

(2) 自挂弹。在轰炸机(如B1—B)上装设快速武器装挂系统，能自行装挂导弹和炸弹，而省去地面挂弹车。

(3) 自制氧/氮。以机载制氧/氮系统来代替机载氧/氮气瓶，从而可以取消地面的制氧/氮站，并在飞机再次出动时不用充氧。这项技术已用于B1—B，AV—8B等飞机。

(4) 自顶起。飞机上装有自顶起装置，而省去地面千斤顶。如美国改进的C—130运输机的

起落架上有自顶模件，C—17 运输机上的安定面支柱也有此功能。

(5) 挂带吊舱。可在挂副油箱位置安装吊舱。飞机转场时，卸下副油箱而挂带吊舱，内装小型保障设备。吊舱设计成有自降能力，带轮降到地面后可用手推。

当然，以上措施都会带来飞机结构设计以至某些性能参数和可靠性、维修性等方面的问题，这就需要进行综合权衡以决策取舍。

8.5 保障系统设计

装备使用中的保障通过保障系统实施。装备系统是使用与维修装备所需的所有保障资源及其管理的有机组合，而保障方案是保障系统的完整的总体描述。通过对初步确定的保障方案的不断优化和细化，结合保障资源的规划形成保障计划，作为建立保障系统的基础。保障系统、保障方案及保障计划的关系如图 8－3 所示。

保障系统设计是指保障系统形成和建立的过程，它主要通过规划保障和规划保障资源，在此基础上进一步形成保障系统。

一、规划保障

规划保障是指从确定装备保障方案到制订装备保障计划的工作过程，包括规划使用保障和规划维修保障。

保障方案包括使用保障方案和维修保障方案，其具体组成如图 8－4 所示。

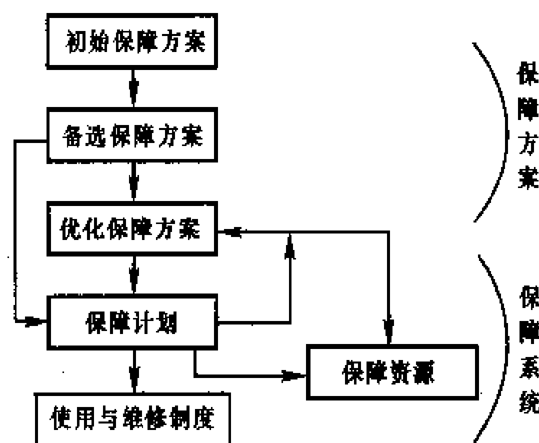


图 8－3　保障方案、保障计划和保障系统之间的关系

规划保障的过程是保障性分析的一部分，是一个不断迭代的过程，根据使用方案和保障要求，按照《装备保障性分析》(GJB 1371—92)(重点在 300 系列工作项目)，确定保障方案和保障计划，主要工作有以下几点：

1. *确定功能要求(工作项目 301)*

确定装备系统的功能，包括装备和保障系统的功能要求，或者说包括使用、维修及补给功能，以进一步确定使用与维修工作项目，为制定保障方案打下基础。功能分析的主要工具是功能框图。为了确定维修、储存、补充等保障功能，应以使用功能为基础，当某一功能不能实现时，则是一个维修(保障) 功能流程的起点。

2. *确定备选保障方案(工作项目 302)*

根据装备类型、现有条件，制订数种可行的备选保障方案，以供进一步优化。

3. *备选方案的权衡与评价分析(工作项目 303)*

备选方案的权衡与评价分析工作的内容主要包括：建立评价与权衡准则；评价函数的确



定;评价值的计算及综合评价。

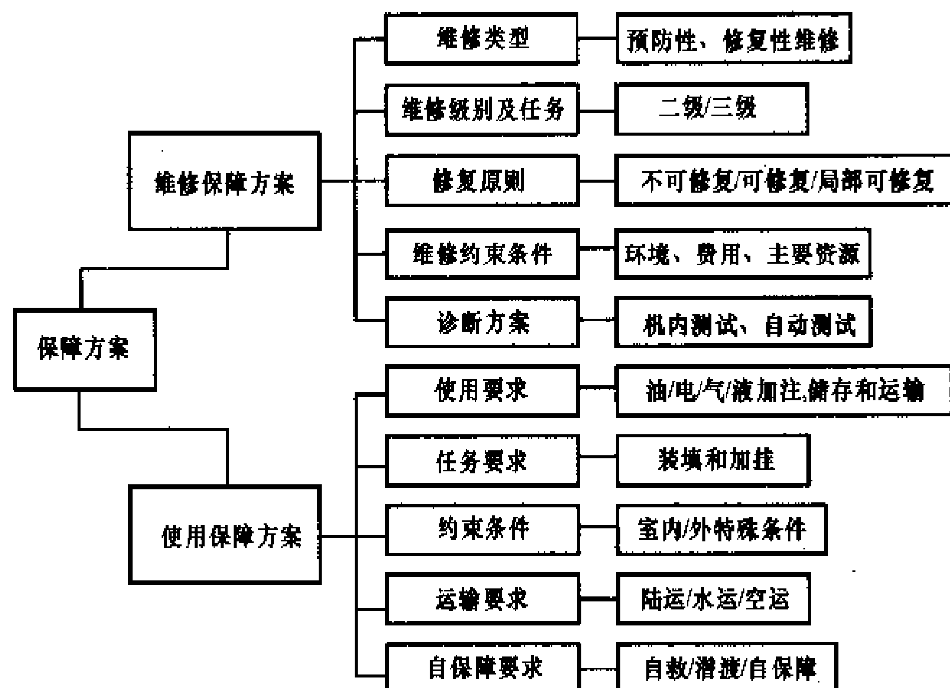


图8-4　保障方案的组成

在权衡与评价对象方面,由于保障方案组成较为复杂,一般分为对保障方案某一组成部分的权衡与评价和对保障方案总体效果的权衡与评价,前者一般属局部优化,影响面有限,相对容易,后者属全局优化,需要大量数据积累。

二、规划保障资源

保障资源是装备使用与维修的重要物质基础,是装备保障系统的重要组成部分,只有形成优化的保障系统,才能更好地保障装备系统达到规定的系统战备完好性要求。规划与研制保障资源是装备研制工作的一个重要组成部分,它随着装备研制的不断深入而不断细化。

保障资源规划的工作程序如图8-5所示。

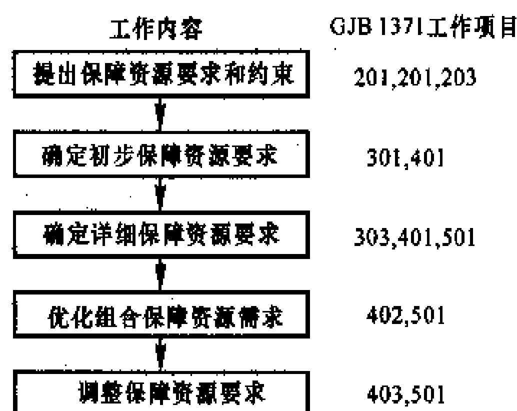


图8-5　保障资源规划的工作程序

1. 人员和专业技术水平

人员是使用与维修装备的主体,是战斗力的重要组成部分。在某一新型装备投入使用后,总需要一定数量的、并具备一定专业知识的人员从事装备的使用与维修工作。在新装备研制过程中,人员及技术水平的要求是优先考虑的因素之一,这时,使用部门常把人员的编制定额和人员可能达到的技能水平作为确定人员要求的约束条件向承制方提出,在研制过程中,则根据

使用与维修工作任务分析结果，考虑相应的约束条件、平时和战时兼顾等方面的问题来确定人员数量、技术专业和技术等级要求。

对装备的不同阶段、不同层次规模维修人力资源的需求与配置，其方法不尽相同，主要有以下几种：

(1) 专家评估法。这种方法通常用于对综合程度较高、规模较大的装备维修人力资源需求的确定，特别是对于大型装备基地维修人力资源需求的考虑。

(2) 分析计算法。装备维修人力资源需求，其决定因素是维修工作任务量，它主要采用自下而上的方式，即对各种修复性维修工作和预防性维修工作完成的频率和时间进行分析，得到各专业维修工作任务量，然后综合其他因素，进一步确定维修人力需求，这种方法可用于装备研制阶段。

在确定了研制周期T内修复性维修工时及预防性维修工时后，对两者加以综合，即可确定对应于该维修级别的装备维修人力需求，即

$$M=\frac{(T_c+T_p)\eta}{H_0} \tag{8-1}$$

式中，T_c为时间T内修复性维修工时；T_p为时间T内预防性维修工时；η为维修工作量修正系数；H_0为T时间内规定每人完成的维修工时数。

(3) 统计计算法。在装备使用一段时间后，随着各项维修工作的开展，可收集到维修工时相关数据，其与早期的预计会有所差别，通过分析差别的程度，判断是否有必要对维修人力配置进行修正。随着更多新研装备和引进装备服役，这种方法有一定适用空间。

(4) 模拟法。它通过计算机来仿真装备使用和维修过程。它通过一个复杂的故障发生器，产生使用过程中可能出现的各类故障，并结合装备使用和保障各级别环节，输出维修人力工时，进而以此确定维修人力需求。这种方法要求拥有大量数据积累。

2. 供应保障

供应保障是确定装备使用和维修所需器材的数量和品种，并研究它们的筹措、分配、供应、储运、调拨以及装备停产后的器材供应等问题的管理与技术活动。装备在使用与维修中需要的器材包括备件和消耗品，备件用于维修时更换有故障或失效的零部件，消耗品是维修所消耗掉的材料，如垫圈、开口销、焊条、焊料、胶布等。据统计，在寿命周期中维修所需的器材费用占整个维修费用的60% ～ 70%，由此可见其重要性。供应保障应本着及时、充分和经济的原则，它主要解决两个方面的问题：一是确定器材的需求量；二是确定装备器材的库存量。

从备件提供的时间上区分，可将备件分为初始备件和后续备件，即装备初期使用中应供应保障的备件和装备后续正常使用与维修所需的备件。此外，还应考虑专为停产后的备件供应与战时供应问题。初始供应工作的重点是确定初始备件的需求量，规划装备在使用阶段初期的备件供应工作。后续供应工作的重点是对备件库存量的控制，保证装备的正常使用和维修有充足的备件。



供应保障研究内容非常广泛，以下仅就备件需求量计算方法做一说明。

这里主要讲述三种研究方法，分别是确定性方法、概率型方法和计算机仿真法。

(1) 确定性方法。该方法假定在一定时期内，备件需求是一恒定值，其计算结果是唯一的。根据掌握信息的多少，应用时有三种方法。

1) 类比法。其主要思想是利用装备研制、生产都具有一定的继承性的特点，以相似装备、相似维修备件为基础，通过分析新旧装备的差异，以确定新装备备件消耗量，引入修正因子 K 来进一步确定新装备备件的配置水平，即

$$D'_j = KD_j \tag{8-2}$$

式中，D_j 为原相似装备第 j 类备件在给定保障期内的消耗水平；D'_j 为新装备中与原相似装备对应的第 j 类备件的消耗水平。

确定了新装备备件消耗水平后，结合装备数量，便容易得到备件配置数量。这种方法适合于在装备研制早期尚没有较多相关数据的情况。

2) 工程估算法。其主要思想是通过对装备在一定时期内预期的维修任务及每次维修预期备件消耗量等数据来直接计算某备件配置数量，即

$$N = \sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{k_j} n_j f_{ji} D_{ji} \tag{8-3}$$

式中，r 为需要该种备件装备种类；k_j 为 j 型号装备需要该种器材的维修项目数；n_j 为该保障级别上保障的 j 型号装备数；f_{ji} 为 j 型号装备在一定保障期内对第 i 项维修任务的频数；D_{ji} 为型号装备进行一次 i 项维修工作，单台装备某种备件的消耗水平。

该方法适应于装备使用一段时期后积累了一定相关数据的情况。

3) 统计预测法。该法通过对历史上同一装备备件消耗和配置量数据的收集，采用统计学的方法，建立预测模型。

上述常用的三种方法要根据装备研制、使用的不同时期灵活选用。

(2) 概率型方法。备件数量需求与许多因素有关，例如备件可靠性水平、维修性水平、使用情况、环境状况因素等，因而有着不确定性，所以用概率方法反映这种数量需求就更趋合理。下面给出备件寿命服从不同分布时数量的计算方法。

1) 指数寿命件备件需求量确定。指数寿命件是装备中使用最多的，根据使用实际情况，又将其分为不可修复和可修复两种类型，其需求分析模型也有所区别。

(i) 不可修复电子备件数量的计算公式为

$$P(j \leqslant s) = \sum_{j=0}^{s} \frac{(N\lambda t_1)^j}{j!}\exp(-\lambda N t_1) \tag{8-4}$$

式中，s 为该项所需备件数量；N 为该项部件的机用零部件数；λ 为该项部件的工作失效率；t_1 为备件初始保证期内（一般为 1 ～ 2 年）累计工作小时数，鉴于泊松方程的通用性，t_1 也可换成 t_2（备件供应周期内累计工作数）；P 为备件置信水平，以概率表示，其与备件风险率的关系为

$$P = 1 - \beta \tag{8-5}$$

例8.1 某装备有某同型电子设备20个，均为不可修件，其失效率λ为10^{-4}次/h，在两年保证期内，每年累计工作时间是5 000 h，若要求备件供应概率不小于90%，试求初始备件应储备多少件。

解 由已知条件可知，$N\lambda t = 20 \times 10^{-4} \times 5\,000 \times 2 = 20$，代入式(8-4)，经迭代运算可知，$s = 26$。

(ii) 可修复电子备件数量的计算公式为

$$P(j \leqslant s) = \sum_{j=0}^{s} \frac{(N\lambda \overline{M}_{\mathrm{ct1}})^j}{j!} \exp(-\lambda N \overline{M}_{\mathrm{ct1}}) \tag{8-6}$$

式中，$\overline{M}_{\mathrm{ct1}}$为该项故障件的平均修复时间。

说明：式(8-6)中用$\overline{M}_{\mathrm{ct1}}$替换式(8-4)中的$t_1$，要求部件的$(\mathrm{MTBF})_i$远大于该件的平均修复时间$\overline{M}_{\mathrm{ct1}}$，且在基层级进行修复；如果该件在基层级更换，后送中继级或基地级修复，此时t应用该件修理周转期(TAT)内装备累积工作时数(h)计算，TAT取值一般比初始保障期短很多，如3～6个月。

式(8-6)中其余符号定义同式(8-4)。

当$N\lambda t > 5$时，可用正态分布近似计算，这时备件需求量的计算公式为

$$s = N\lambda t + u_p \sqrt{N\lambda t} \tag{8-7}$$

说明：鉴于泊松方程的通用性，上述方法可用于初始备件和后续备件需求计算，但要注意明确各自对应的时间，并且要将后续备件需求数量与基层级申请供应的备件数量区别对待。

2) 正态寿命备件需求数量的计算公式为

$$n = \frac{t}{\mu} + Z_p \sqrt{\frac{\sigma^2 t}{\mu^3}} \tag{8-8}$$

式中，n为第i项备件所需数量；μ为该项机械件的平均寿命(h)；σ^2为该项备件的平均方差；t为更换周期(磨损寿命t用工作时数表示，若是腐蚀、老化寿命，t可用日历时数近似)；Z_p为标准正态分布的百分位点值；β与Z_p对应关系由表8-3给出，也可由国家标准GB 4086.1中正态分布函数表查得。

表8-3 β与Z_p对应关系表

β	0.2	0.15	0.1	0.05	0.01	0.001
Z_p	0.84	1.04	1.28	1.65	2.33	3.09

说明：

(i) 式(8-8)原则上仅限于不可修复备件。

(ii) 使用式(8-8)时要注意到装备的使用方式，它要求装备的第i类n个备件是同时工



作的。

例 8.2　已知某正态寿命件的平均寿命 $\mu = 10^3$ h，方差 $\sigma^2 = 200^2$ h^2，更换周期为 $t = 2 \times 10^4$ h，求对应 $P = 0.95$（查表 $Z_p = 1.65$）时的备件数。

解　按照式(8-8)，有

$$n = \frac{2 \times 10^4}{10^3} + 1.65\sqrt{\frac{4 \times 10^4 \times 2 \times 10^4}{10^9}} = 21.5 \approx 22$$

即需要 22 个备件。

3. 保障设备

用于使用与维修所需的任何设备均可称为保障设备。随着现代飞机复杂性的日益提高，保障设备特别是测试设备日益复杂，价格越来越高。保障设备包括使用与维修所用的拆卸和安装设备、工具、测试设备（包括自动测试设备）和诊断设备以及工艺装置与切削加工和焊接设备等等。

4. 技术资料

技术资料是将装备和设备要求转化为保障所需的工程图样、技术规范、技术革新手册、技术报告、计算机软件文档等，其目的是为装备使用和维修人员正确使用和维修装备规定明确的程序、方法、规范和要求，并与其他保障资源以及工程设计和质量保证等互相协调统一。

常见的技术资料类型主要有以下几种：

(1) 装备技术资料。主要用来描述装备的战术技术特性、工作原理、总体及部件的构造等，主要根据工程设计资料编纂而成。包括各种工作原理图、技术数据及这些资料的相关说明。

(2) 使用操作资料。指有关装备使用和测试方面的资料，一般包括操作人员正确使用和维护装备所需的全部技术文件、数据和要求。

(3) 维修操作资料。维修操作资料是装备各维修级别的维修操作程序和要求。基层级、中继级和基地级维修人员使用该类资料，保证装备每一维修级别的修理工作按规范的活动正确地进行。

(4) 装备及其零部件的各种目录与清单。该类资料是备件订货和费用计算时的重要根据。一般可编成带说明的零件分解图册或者是备件和专用工具清单等形式。

(5) 包装、装卸、储存和运输资料。主要包括装备及其零部件包装、装卸、储存和运输的技术资料及其实施程序。

5. 训练和训练保障

人是装备使用维修保障的主体，必须在装备研制过程中就考虑使用与维修装备的人员训练和训练保障问题，以便从装备设计上做到尽量降低人员技能要求或从训练上提高人员技能水平，使装备部署后，能及时提供可担负使用与维修工作的合格人才，使装备迅速形成战斗力。

该项工作内容主要包括：训练条件的准备、训练要求的制订、训练器材的研制等。

6. 计算机资源保障

随着装备的日益复杂,内嵌在装备中的计算机越来越多,其所消耗的资源和占用的管理时间也越来越大,因此,计算机资源保障变得越来越重要。计算机资源保障主要包括硬件和软件的保障。

7. 保障设施

保障设施是指保障装备所需的永久性和半永久性的构筑物及其设备,它是保障资源的重要组成部分。按其结构与活动能力可分为永久性设施和移动性设施;按其预定用途分,则可分为维修设施、供应设施、训练设施和专用设施等。

在装备研制阶段,保障设施规划与研制的主要工作包括:① 确定保障设施要求。它主要依据现有设施数据、预计的空间可用性、资金、预计的使用维修方案等,用以确定各类设施的品种和数量要求。② 制订设施规划与设施设计。

8. 包装、装卸、储存和运输

包装、装卸、储存和运输(以下简称包装储运)的目的就是计划、研究和管理为保证制造出来的装备交给用户时是可用的而必须进行的各种活动。其主要工作是制订装备的包装储运计划。

8.6 保障性评估

一、基本概念

1. 保障性试验与评价

保障性评估是保障性试验与评价的总称,是衡量综合保障工程效果的必要手段。评价与试验既有区别又有联系,保障性试验是指针对与保障性有关的硬件(或软件)实际的试验,以便获取数据资料。评价则是合乎逻辑地集合与分析试验数据,以便做出决策的过程。

保障性试验与评价贯穿于装备寿命周期全过程,直到部署后通过试验与评价最终考核其保障性。

2. 保障性试验与评价的目的

保障性试验与评价的目的是衡量装备系统在整个研制过程中的保障性。评价计划保障系统的使用效能,确定保障性方面存在的改进措施。

3. 保障性试验与评价的特点

由于保障性研究内容及研究目的自身的特点,保障性试验与评价与其他特性相比也有所不同,主要表现在以下几个方面:

(1) 综合性特点。由于保障性试验与评价既要考虑战备完好性,又要考核保障系统的使用效果,因此,一方面要综合诸多项目专业工程的试验结果来满足其需要(这些试验包括可靠性



验证试验、安全性试验、环境试验、耐久性试验、人素工程试验及其他试验等)；另一方面又必须将装备与保障系统综合起来进行试验，并须将综合保障各专项试验(如保障性验证、技术资料审核)的结果综合加以评定。

(2) 连续性特点。主要指保障性试验与评价贯穿于方案论证至部署使用初期的各个阶段。

(3) 与其他试验相结合的特点。由于要评价的保障性参数指标很多，因而要进行试验的项目和采集的数据也很多。若单独试验，不仅持续周期长，而且人力、物力、财力消耗巨大，因此，应尽量将保障性试验与其他试验结合在一起进行，做到统筹规划，一项试验多用途。

(4) 协调性要求高。由于综合保障试验和评价需要与装备研制过程中其他试验结合进行，并且需要试验与评价的各有关机构相协调，例如装备研制单位、独立的试验评价单位、作战使用部门以及型号管理部门等，因此，需要制订好评估计划，明确任务和职责。

二、保障性试验

保障性试验是为了对在预计的使用环境里的装备系统的保障性评价提供必要的数据所进行的试验，由于保障性评价结果总是要与所制定的保障性要求比较，以便做出是否达到保障性目标的结论，因而，保障性试验必然要服务于这样的目的。前面已介绍过，将保障性要求分为三类：一是针对装备系统的战备完好性要求；二是针对装备的保障性设计特性要求；三是针对保障系统及其保障资源的要求。因而，保障性试验也必然围绕这些要求而展开。保障性试验项目随装备类型、规模及研制条件的不同而存在明显差异。常用的保障性试验项目主要有可靠性与维修性试验、保障性验证试验、人素工程试验、技术资料的审查与验收、装备系统综合试验。

三、保障性评价

保障性评价是将保障性试验与分析所取得的数据资料(包括部署后在使用环境中收集的数据)进行逻辑的集合与分析，用以对装备的保障性设计和综合保障做出决策的一个过程。这个过程可以看做是贯穿装备研制的设计 — 试验 — 评价 — 再设计的反复迭代过程中的一个环节。

习 题 与 思 考 题

1. 保障性定量要求有哪些?

2. 保障资源通常包含哪些内容?

3. 某产品有信号处理印制版20块，每块失效率$\lambda = 10^{-5}$次 / h，在两年保证期内的维修方案如下：印制版送基地修理周转时间为6个月，每月按30 d计，每天工作24 h，试求保障概率$P \geq 95\%$条件下，须备多少块才能满足要求。

第九章　可靠性增长原理与应用

9.1 概　述

任何产品在研制初期，其可靠性不可能立即达到所规定的指标，必须经过反复试验 → 改进 → 再试验的过程，才能使其可靠性不断提高，直到满足要求。在这个过程中，产品的设计、制造工艺和操作方法等不断地暴露出缺陷，而经过分析和改进之后又不断地趋于完善，从而使产品的可靠性不断地提高，这就是可靠性增长过程。

在 20 世纪 50 年代末期，国外就已经比较严肃地提出了可靠性增长的思想。Duane 首先提出了一种有广泛应用价值的可靠性增长模型；同时，Lloyd & Lipow 也提出了他们的可靠性增长模型。此后，可靠性增长问题引起了可靠性工程界的广泛注意，制订和出版了相当数量的关于可靠性增长试验、管理及分析方法的标准与手册，以指导可靠性增长实践。目前，可靠性增长技术已经成为可靠性工程的一个重要组成部分。

在可靠性增长研究中，由于对系统不断试验和改进，所以反映系统质量指标的可靠性水平也随试验时期的不同而不同，这就需要对变动母体进行统计分析，才能确切地对系统最近的可靠性水平做出评价。这个过程要用到多种统计分析方法，除了检验产品的可靠性是否存在增长趋势之外，还必须按照可靠性增长规划的特点，建立起与可靠性增长规划相适应的数学模型，以描述增长过程中产品可靠性的变化情况，这种数学模型称为可靠性增长模型。可靠性增长模型有多种，例如，对应于研制过程中的一边试验一边改进而使可靠性连续增长的规划方式，就有一系列与之相适应的时间函数模型；对应于在不同阶段之间进行改进而使可靠性呈阶跃式增长的规划方式，就有各种顺序约束模型；等等。本章主要介绍可靠性增长的时间函数模型（以下简称为增长模型）的原理以及应用。

在引入的可靠性增长技术分析中，一般情况下是按以下步骤进行的：

(1) 针对试验的故障数据进行可靠性增长的趋势检验，以确定该试验的数据是否具有明显的可靠性变化趋势。

(2) 选定一种增长模型，利用故障数据计算出基于该模型的参数估计值。

(3) 进行拟合优度检验，确定该模型的适用程度。

本章对可靠性增长技术的分析也是按上述步骤进行的，下面将分别介绍各步骤具体的原理以及应用方法。



9.2 可靠性增长的趋势检验

在使用可靠性增长模型进行分析之前，必须对分析的故障数据进行趋势检验，以判明在试验中产品的可靠性是否存在着显著的变化，以及这种趋势随时间是增长还是下降。趋势检验有两种常用方法：图示法与分析法。图示法是直接利用故障数据绘制的曲线进行直观判断的方法。分析法中应用最为广泛的是 Laplace 检验，也称为形心检验与 Mann 检验。一般地，Laplace 检验的效果是明显优于 Mann 检验的，但在故障次数较大时，这种优越性就变得不显著了。

一、图示法

图示法是一种简略的趋势检验，只须根据故障数据直接绘制累积故障数-累积故障时间图，即可判断该组数据对应的试验是否存在变化趋势。这种图用线形坐标纸绘制，其纵轴为累积故障数，横轴为累积故障时间，将所有的故障数据绘在图上，然后连成光滑曲线，这种图便绘制成了。

如图 9-1(a) 所示，曲线下凹，此时相邻故障的时间间隔减小，表明可靠性下降；相反地，如图 9-1(b) 所示，曲线上凸，此时相邻故障的时间间隔增大，表明可靠性增长。如果在图上，故障数据近似呈现在一条直线附近，此时的可靠性没有变化趋势，故障的时间间隔一般可用指数分布描述。

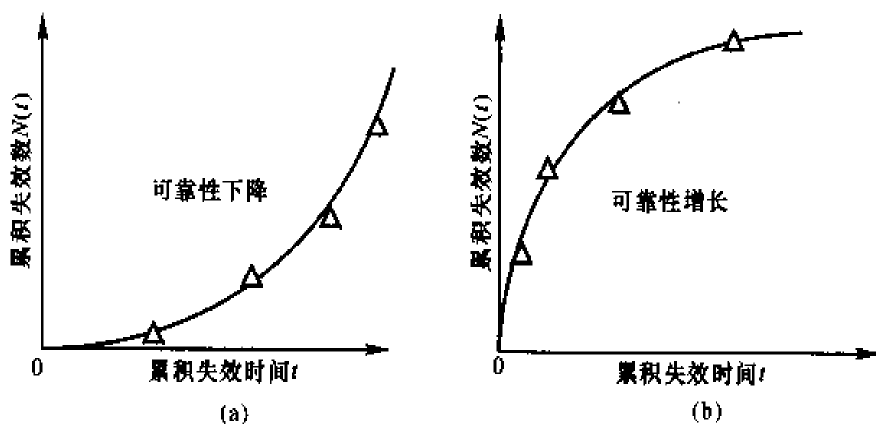


图 9-1　累积失效数-累积失效时间关系图

图示法作为一种定性的检验方法，它的优点在于直观简单，使用方便，但在故障数据比较少时，有可能导致错误的或是模棱两可的结论。

二、Laplace 检验方法

下面对工程中常用的可靠性增长试验的两种方式做如下定义：

若在预定的故障次数发生时终止试验，或试验终止时恰好发生故障，则称这种试验方式为

故障截尾试验或 Ⅱ 型截尾试验。

若在规定的累积试验时刻终止试验，或试验终止时未发生故障，则称这种试验方式为时间截尾试验或 Ⅰ 型截尾试验。

Laplace 检验是基于 Poisson 过程的，检验的基本步骤如下：

(1) 建立 Laplace 检验的假设。原假设 H_0：单台(或多台)系统的故障过程服从 Poisson 过程。

接受 H_0，表示相邻的故障时间间隔 $t_i - t_{i-1}(i=1,2,\cdots,n)$ 服从指数分布，系统可靠性没有变化趋势。

拒绝 H_0，表示相邻的故障时间间隔 $t_i - t_{i-1}(i=1,2,\cdots,n)$ 或者随机地变长(即系统的可靠性增长)，或者随机地变短(即系统的可靠性下降)。

(2) 选取统计量 μ，根据规定的显著性水平 α，求出当 H_0 成立时 μ 的 $\alpha/2$ 与 $1-\alpha/2$ 分位数 $\mu_{\alpha/2}$ 与 $\mu_{1-\alpha/2}$。

(3) 根据故障数据计算 μ 的现实值。

(4) 将 μ 的现实值与 $\mu_{\alpha/2}$，$\mu_{1-\alpha/2}$ 比较。

当 $\mu_{\alpha/2} < \mu < \mu_{1-\alpha/2}$ 时，接受 H_0，以显著性水平 α 表明产品的故障过程服从 Poisson 过程。

当 $\mu < \mu_{\alpha/2}$ 时，拒绝 H_0，以显著性水平 $\alpha/2$ 表明存在可靠性增长。

当 $\mu > \mu_{1-\alpha/2}$ 时，拒绝 H_0，以显著性水平 $\alpha/2$ 表明存在可靠性下降。

下面是对故障截尾和时间截尾时检验统计量 μ 的选取及计算方法，记 n 为产品故障的总次数。

对于故障截尾情况，记 $M = n-1$，检验方法如下：

(1) 当 $M=1$ 时，对于仅有的两次故障时间 t_1，t_2，当给定 t_2 时，t_1 服从区间 $[0,t_2]$ 上的均匀分布，选择检验统计量为

$$\mu = t_1/t_2 - 0.5 \tag{9-1}$$

它是区间 $[-0.5,0.5]$ 上的均匀分布，故 μ 的临界值为

$$\mu_{\alpha/2} = -\mu_{1-\alpha/2} = -0.5 + \alpha/2 \tag{9-2}$$

值得指出的是，对于多台系统来说，t_1，t_2 是多台系统中发生的两次故障的时间排序的结果，即 $t_1 < t_2$。

(2) 当 $M=2$ 时，无论单台、多台系统，其按时间次序发生的三次故障的时间为 $t_1 < t_2 < t_3$。则在 t_3 给定时，t_1 和 t_2 相互独立地服从区间 $[0,t_3]$ 上的均匀分布，选择检验统计量为

$$\mu = (t_1 + t_2)/t_3 - 1 \tag{9-3}$$

它服从区间 $[-1,1]$ 上的三角形分布。故 μ 的临界值为

$$\mu_{\alpha/2} = -\mu_{1-\alpha/2} = -1 + \sqrt{\alpha} \tag{9-4}$$

(3) 下面讨论 $M \geqslant 3$ 的情况，当 t_n 给定时，对于单台系统，无序的 $t_i(i=1,2,\cdots,n-1)$ 相互独立地服从区间 $[0,t_n]$ 上的均匀分布；对于多台系统，无序的 $t_{ij}(i=1,2,\cdots,k,j=1,2,\cdots,$



$n, t_{ij} \neq t_n$）是 $n-1$ 个相互独立地服从区间$[0, t_n]$上的均匀分布。选择检验统计量为

$$\mu = \begin{cases} \sqrt{12M}\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{M} t_i}{Mt_n} - 0.5\right) \\ \sqrt{12M}\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{k}\sum\limits_{j=1}^{n_j} t_{ij} - t_n}{Mt_n} - 0.5\right) \end{cases} \tag{9-5}$$

μ渐近地服从标准正态分布$N(0,1)$。于是，由标准正态分布的分位数表即可得到μ的临界值$\mu_{\alpha/2} = \mu_{1-\alpha/2}$。

对于时间截尾情况，则记$M = n$，T为截尾时间。类似地，可以得到检验方法如下：

(1) 当$M = 1$时，对于唯一的故障时间t_1，当给定T时，t_1服从区间$[0, T]$上的均匀分布，选择检验统计量为

$$\mu = t_1/T - 0.5 \tag{9-6}$$

它是区间$[-0.5, 0.5]$上的均匀分布，故μ的临界值为

$$\mu_{\alpha/2} = -\mu_{1-\alpha/2} = -0.5 + \alpha/2 \tag{9-7}$$

(2) 当$M = 2$时，无论单台、多台系统，其按时间次序发生的两次故障的时间为$t_1 < t_2$。则在T给定时，t_1和t_2相互独立地服从区间$[0, T]$上的均匀分布，选择检验统计量为

$$\mu = (t_1 + t_2)/T - 1 \tag{9-8}$$

它服从区间$[-1, 1]$上的三角形分布，故μ的临界值为

$$\mu_{\alpha/2} = -\mu_{1-\alpha/2} = -1 + \sqrt{\alpha} \tag{9-9}$$

(3) 下面讨论$M \geqslant 3$的情况，当T给定时，对于单台系统，无序的$t_i(i = 1, 2, \cdots, n)$相互独立地服从区间$[0, T]$上的均匀分布；对于多台系统，无序的$t_{ij}(i = 1, 2, \cdots, k; j = 1, 2, \cdots, n)$是$n$个相互独立地服从区间$[0, T]$上的均匀分布。选择检验统计量为

$$\mu = \begin{cases} \sqrt{12M}\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{M} t_i}{MT} - 0.5\right) \\ \sqrt{12M}\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{k}\sum\limits_{j=1}^{n_j} t_{ij}}{MT} - 0.5\right) \end{cases} \tag{9-10}$$

μ渐近地服从标准正态分布$N(0,1)$。于是由标准正态分布的分位数表即可得到μ的临界值$\mu_{\alpha/2} = \mu_{1-\alpha/2}$。

9.3　时间函数模型原理

根据可靠性计划曲线中试验分析与修正（Test, Analysis and Fix，简称 TAAF）规划方式

的不同类型，可靠性增长模型又可分为不同的类型。TAAF 的三种基本类型如下：

(1) 试验-修正-试验类型。

(2) 采取延缓修正的类型。

(3) 含有延缓改进的试验-修正-试验类型。

对于第(1) 种类型的可靠性增长曲线和第(3) 种类型的每一阶段的可靠性增长曲线，可以用一个时间函数来描述，这样的模型在可靠性增长技术中被称为时间函数模型。

一、Duane 模型

Duane 模型是一个应用广泛的可靠性增长模型，具有很强的适用性。事实证明，大量可修系统，包括电子、机电、光机电等系统的故障数据都符合 Duane 模型。

1. 模型的数学描述

记可修系统的累积工作时间为 t，在时间区间$(0,t]$内，系统的累积故障次数记为 $N(t)$，其数学期望记为 $E[N(t)]$。系统的累积故障率 $C(t)$ 定义为

$$C(t) = E[N(t)]/t \tag{9-11}$$

Duane 模型可以表示为

$$\ln C(t) = \ln a - m\ln t \tag{9-12}$$

式中，a 为尺度参数，$a > 0$；m 为增长率，$0 < m < 1$。因此有

$$C(t) = at^{-m} \tag{9-13}$$

$$E[N(t)] = at^{1-m} \tag{9-14}$$

时刻 t 的瞬时故障率 $\lambda(t)$ 为

$$\lambda(t) = \frac{d}{dt}\{E[N(t)]\} = a(1-m)t^{-m} \tag{9-15}$$

则瞬时故障率 $\lambda(t)$ 与累积故障率 $C(t)$ 间有如下关系：

$$\lambda(t) = (1-m)C(t) \tag{9-16}$$

记系统的累积 MTBF 为 $\overline{M}(t)$，瞬时 MTBF 记为 $M(t)$，它们分别定义为

$$\overline{M}(t) = 1/C(t), \quad M(t) = 1/\lambda(t) \tag{9-17}$$

于是

$$\overline{M}(t) = t^{m}/a \tag{9-18}$$

或

$$\ln\overline{M}(t) = m\ln t - \ln a \tag{9-19}$$

为了与 AMSAA 模型统一起来，引入参数 b(称为增长参数)，即

$$b = 1 - m \tag{9-20}$$

2. Duane 图

根据模型的数学描述，可以看出系统的 $\overline{M}(t)$ 与 t 是呈对数线性关系的。据此得到的曲线



被称为 Duane 曲线，该图形称为 Duane 图。

在制作 Duane 曲线时，由于 $E[N(t)]$ 是未知的，所以可以用 $t/N(t)$ 代替 $t/E[N(t)]$，如图 9-2 所示。在双对数坐标上，将各点 $(t_i, t_i/N(t_i))$ $(i=1,2,\cdots,n)$ 画在图上，然后拟合一条直线。应该指出，由于每一个点都包含有它前面各点的全部信息，因此在拟合该直线时，越是后面的点给予的权值应该越大。

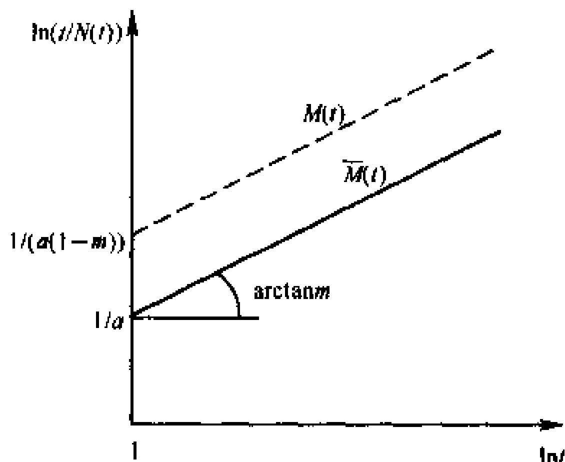


图 9-2　Duane 图

在拟合出 Duane 曲线后，从该曲线上就可以得到模型的两个参数的值。a 可用纵坐标轴截距的倒数求得，而 m 可用直线的斜率得到。同时，可以画出瞬时的 MTBF $(M(t))$ 直线，它与累积的 MTBF 直线平行，但其纵坐标轴截距为 $1/(a(1-m))$。

3. 模型参数估计

Duane 模型的两个参数 a 和 b 的估计值可以用最小二乘法求得。由试验得到的故障数据可以记录成如表 9-1 所示的形式。

表 9-1　由试验得到的故障数据

N_i	N_1	N_2	N_3	…	N_n
t_i	t_1	t_2	t_3	…	t_n

Duane 模型对数据没有严格的要求，给实际使用带来了很大的方便。这些数据有两个特点：① 并不严格要求 N_i 是相继的自然数；② 数据既可以是故障截尾，也可以是时间截尾。

为了求得参数的估计值，将 Duane 模型表示成离散的形式，即

$$N_i = a t_i^{\,b} \quad (i=1,2,\cdots,n) \tag{9-21}$$

由此得到

$$\ln N_i = \ln a + b\ln t_i + \varepsilon_i \quad (i=1,2,\cdots,n) \tag{9-22}$$

故残差平方和为

$$\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n}(\ln N_i - \ln a - b\ln t_i)^2 \tag{9-23}$$

在残差平方和为最小的条件下求出 a 和 b 的最小二乘估计，即得

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\ln N_i\ln t_i-\left(\sum_{i=1}^{n}\ln N_i\right)\cdot\left(\sum_{i=1}^{n}\ln t_i\right)/n}{\sum_{i=1}^{n}(\ln t_i)^2-\left(\sum_{i=1}^{n}\ln t_i\right)^2/n} \tag{9-24}$$

$$\hat{a}=\exp\left[\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}\ln N_i-\hat{b}\sum_{i=1}^{n}\ln t_i\right)\right] \tag{9-25}$$

于是系统的瞬时故障率 $\lambda(t)$ 的估计值为

$$\hat{\lambda}(t)=\hat{a}\hat{b}t^{\hat{b}-1} \tag{9-26}$$

若系统在时刻 T 定型后不再进行改进，则认为系统的寿命服从指数分布，其 MTBF（$M(t)$）的最小二乘估计值为

$$\hat{M}(t)=T^{1-\hat{b}}/(\hat{a}\hat{b})\quad(t\geqslant T) \tag{9-27}$$

对于多台(记为 k 台)系统的情况，a 和 b 的估计值的公式形式不变，但系统的故障率变为

$$\hat{\lambda}(t)=\hat{a}\hat{b}t^{\hat{b}-1}/k \tag{9-28}$$

定型时刻 T 以后的 MTBF 为

$$\hat{M}(t)=kT^{1-\hat{b}}/(\hat{a}\hat{b})\quad(t\geqslant T) \tag{9-29}$$

二、AMSAA 模型

1. 模型的数学描述

AMSAA 模型的数学假设如下：

可修系统在时间区间(0,t)内的故障次数 $N(t)$ 是具有均值函数 $E[N(t)]=v(t)=at^b$ 及瞬时强度 $\lambda(t)=\mathrm{d}E[N(t)]/\mathrm{d}t=abt^{b-1}$ 的非齐次 Poisson 过程，即

$$P\{N(t)=n\}=\frac{[v(t)]^n}{n!}\mathrm{e}^{-v(t)}\quad(n=0,1,2,\cdots) \tag{9-30}$$

于是，可修系统在时刻 T 定型后，不再进行改进或修正，认为此时系统的故障时间服从指数分布，即

$$\lambda(t)=abT^{b-1}\quad(t\geqslant T) \tag{9-31}$$

系统的 MTBF 为

$$M(t)=\frac{1}{\lambda(t)}=\frac{T^{1-b}}{ab}\quad(t\geqslant T) \tag{9-32}$$

增长参数 b 是模型的关键参数，例如，记可修系统在时间区间(0,t)内相继的故障时间为

$$0=t_0<t_1<t_2<\cdots<t_n \tag{9-33}$$

由模型的假设可知：

(1) 当 $0<b<1$ 时，故障时间间隔 $t_i-t_{i-1}(i=1,2,\cdots,n)$ 随机地增加，$\lambda(t)$ 严格单调下降，系统处于可靠性增长之中。

(2) 当 $b>1$ 时，故障时间间隔 $t_i-t_{i-1}(i=1,2,\cdots,n)$ 随机地减小，$\lambda(t)$ 严格单调上升，系



统处于可靠性下降之中。

(3) 当 $b=1$ 时，$\lambda(t)=a$，非齐次 Poisson 过程退化为齐次 Poisson 过程，故障时间间隔 t_i-t_{i-1} $(i=\overline{1,n})$ 服从指数分布，系统的可靠性没有变化趋势。

2. 模型的参数估计

对于一般的试验情况，做如下假设：

设 k 台系统参加试验，其中第 i 台系统在不间断的时间区间 (S_i,T_i) 内被记录的故障时间为 $t_{j_i,i}$，$j_i=1,2,\cdots,n_i$，$i=1,2,\cdots,k$；记 $N=\sum\limits_{i=1}^{k}n_i$。根据 AMSAA 模型的假设，由 Poisson 过程的性质可知，对于任意的时刻 t 和 s，$t>s$，$N(s,t)=N(t)-N(s)$ 服从均值为 $E[N(s,t)]=E[N(t)]-E[N(s)]$ 的 Poisson 分布，于是可以得到数据 $t_{j_i,i}(j_i=1,2,\cdots,n_i;i=1,2,\cdots,k)$ 的似然函数为

$$f\{t_{j_i,i},j_i=\overline{1,n_i};i=\overline{1,k}\}=$$

$$k^N\prod_{i=1}^{K}\Big\{\Big[\prod_{j_i=1}^{n_i}P[N(t_{j_i-1,i},t_{j_i,i})=0]\lambda(t_{j_i,i})\Big]P(N(t_{n_i,j},T_i)=0)\Big\}=$$

$$(kab)^N\exp\Big(-\sum_{i=1}^{k}(aT_i^b-aS_i^b)\Big)\Big(\prod_{i=1}^{K}\prod_{j=1}^{n_j}t_{j_i,i}^{b-1}\Big) \tag{9-34}$$

由此，a 和 b 的极大似然估计(MLE)$\hat{a}$ 和 $\hat{b}$ 可以分别通过下面两式推导：

$$\frac{\partial\ln f}{\partial a}=\frac{N}{a}-\sum_{i=1}^{k}(T_i^b-S_i^b)=0 \tag{9-35}$$

$$\frac{\partial\ln f}{\partial b}=\frac{N}{b}-a\sum_{i=1}^{k}(T_i^b\lg T_i-S_i^b\lg S)+\sum_{i=1}^{k}\sum_{j_i=1}^{n_i}\lg t_{j_i,i}=0 \tag{9-36}$$

得到

$$\hat{a}=\frac{N}{\sum\limits_{i=1}^{k}(T_i^b-S_i^b)} \tag{9-37}$$

$$\hat{b}=\frac{N}{\hat{a}\sum\limits_{i=1}^{k}(T_i^b\lg T_i-S_i^b\lg S_i)-\sum\limits_{i=1}^{k}\sum\limits_{j_i=1}^{n_i}\lg t_{j_i,i}} \tag{9-38}$$

式(9-38)中，定义 $0(\lg 0)=0$。一般情况下，无法利用上式直接求出参数 a 和 b，而必须通过迭代的方法求解，通常可以取 b 的初值为 0.5。

式(9-37)和式(9-38)中，如果 $S_i=0$，$T_i=T$，并且 $t_{n_i}<T$ $(i=1,2,\cdots,k)$，这就是工程上常用的时间截尾，即当参加试验的 K 台系统的工作时间达到预定的时刻 T 时，所有的系统同时停止试验。此时的参数估计简化为

$$\left.\begin{aligned}\hat{a} &= N/kT^{\hat{b}} \\ \hat{b} &= N/\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_j}\ln\frac{T}{t_{j_i,i}}\end{aligned}\right\} \tag{9-39}$$

式中，如果 $S_i = 0$，$T_i = \max(t_{n_i})$ $(i = \overline{1,k})$，这就是工程上常用的故障截尾，即当参加试验的 K 台系统的总故障次数达到预定次数 N 时，所有的系统同时停止试验。记 $\max(t_{n_i})$ 为 t_N，此时的参数估计简化为

$$\left.\begin{aligned}\hat{a} &= N/kt_N^{\hat{b}} \\ \hat{b} &= N/\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_j}\ln\frac{t_N}{t_{j_i,i}}\end{aligned}\right\} \tag{9-40}$$

3. AMSAA 模型的拟合优度检验

对于一组系统的可靠性增长的试验数据，是否符合 AMSAA 模型，需要进行拟合优度检验，这有许多种方法。如 Cramé-Von Mises 检验、F 检验法、χ^2 检验法，其中 Cramé-Von Mises 检验的效果较好。

Cramé-Von Mises 检验的检验统计量为

$$C_M^2 = \frac{1}{12M} + \sum_{l=1}^{M}\left(Z_l^{\bar{b}} - \frac{2l-1}{2M}\right)^2 \tag{9-41}$$

对应于不同的截尾方式，式(9-41)中的各量计算如表 9-2 所示。

表 9-2　式(9-41)中各量值的计算

截尾形式	M	Z_l	$\bar{b}$
故障	$n-1$	t_l / t_n	$(n-2)/\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{n_i}\ln\frac{t_n}{t_{ij}}$
时间	n	t_l / T	$(n-1)/\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{n_i}\ln\frac{T}{t_{ij}}$

表 9-2 中，K 是系统的个数，当故障数据是单台系统时，$K = 1$。

Darling 证明，C_M^2 是参数自由的，即 C_M^2 的分布与非齐次 Poisson 过程的参数 a，b 无关，故可以用 Monte Carlo 方法模拟算出 C_M^2 的临界值，记为 $C_{M,\alpha}^2$，它的具体数值已经制成了相应的表格。

利用系统的故障数据算出 C_M^2，对于选定的显著性水平 α，查表得到 $C_{M,\alpha}^2$。若 $C_M^2 > C_{M,\alpha}^2$，则拒绝该组数据符合 AMSAA 模型的假设；反之，若 $C_M^2 \geqslant C_{M,\alpha}^2$，则接受该组数据符合 AMSAA 模型的假设，可以用 AMSAA 模型拟合系统的可靠性增长。



三、简单指数模型

1. 模型的假设

简单指数模型也是一种连续的可靠性增长模型，其基本假设如下：

记 $\overline{M}(t)$ 为系统的累积平均无故障工作时间，即 $\overline{M}(t) = t/N(t)$。设系统的 $\overline{M}(t)$ 服从

$$\overline{M}(t) = k_1 e^{k_2 t} \quad (k_1 > 0, k_2 > 0) \tag{9-42}$$

2. 模型的参数估计

将模型表示为 $\ln\overline{M}(t) = \ln k_1 + k_2 t$，可以用最小二乘法求出参数 k_1 及 k_2。将模型表示为离散的形式，即

$$\ln\overline{M}(t_i) = \ln k_1 + k_2 t_i + \varepsilon_i \tag{9-43}$$

于是，在由残差平方和

$$\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{N} (\ln\overline{M}(t_i) - \ln k_1 - k_2 t_i)^2 \tag{9-44}$$

为最小的条件下，求出 k_1 和 k_2，即由

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i^2}{\partial \ln k_1} &= -2\sum_{i=1}^{N} (\ln\overline{M}(t_i) - \ln k_1 - k_2 t_i) = 0 \\ \frac{\partial \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i^2}{\partial k_2} &= -2\sum_{i=1}^{N} [(\ln\overline{M}(t_i) - \ln k_1 - k_2 t_i) t_i] = 0 \end{aligned}\right\} \tag{9-45}$$

得到

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \exp\left[\frac{\left(\sum_{i=1}^{N}(t_i)^2\right)\left(\sum_{i=1}^{N}(\ln\overline{M}(t_i))\right) - \left(\sum_{i=1}^{N} t_i\right)\left(\sum_{i=1}^{N}(\ln\overline{M}(t_i))\right)}{N\sum_{i=1}^{N}(t_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} t_i\right)^2}\right] \\ k_2 &= \frac{N\sum_{i=1}^{N}((\ln\overline{M}(t_i))(t_i)) - \left(\sum_{i=1}^{N} t_i\right)\left(\sum_{i=1}^{N}(\ln\overline{M}(t_i))\right)}{N\sum_{i=1}^{N}(t_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} t_i\right)^2} \end{aligned}\right\} \tag{9-46}$$

于是即可根据 k_1 和 k_2 的值计算出系统的 MTBF 值。

四、上述各种增长模型的比较

根据以上各种模型的简要介绍，不难看出 Duane 模型是在对故障数据直观分析的基础上得出的经验模型。它的特点是原理简单，使用方便，适用面广；但是 Duane 模型没有明确地将 $N(t)$ 作为随机过程来处理，其模型参数及 MTBF 的点估计精度不高，因此无法满足对那些十

分重要的系统做可靠性增长分析的需要。而 AMSAA 模型正是在 Duane 模型的基础上建立起来的新模型，它明确地提出了故障数是一随机过程的概念，因而其数学分析严密，适用面宽，目前正成为应用最为广泛的模型。它的缺点是当 $t\to\infty$ 时，$\lambda(t)\to\infty$，没有收敛。简单指数模型除了具有原理简单，适用面广，使用方便等优点外，因 $\lim\limits_{t\to 0}\overline{M}(t)=k_1$，故 k_1 是系统初始的 MTBF，从而更接近客观真实情况；但同 Duane 模型一样，它没有明确地将 $N(t)$ 作为随机过程来处理，同时其模型参数及 MTBF 的点估计精度不高。

9.4　改进的简单指数模型

为了克服简单指数模型的缺点，在原模型基础上进行了改进，我们引入了随机过程的概念。为了叙述方便，改进后的模型称为改进的简单指数模型。

一、改进的简单指数模型的数学描述

可修系统在时间区间 $(0,t)$ 内的故障次数 $N(t)$ 是具有均值函数 $E[N(t)]=v(t)=-(\exp(-k_2t)-1)/(k_1k_2)$，这里 $k_1>0,k_2>0$，瞬时强度 $\lambda(t)=\mathrm{d}[EN(t)]/\mathrm{d}t=\exp(-k_2t)/k_1$ 的非齐次 Poisson 过程，即

$$P\{N(t)=n\}=\frac{[v(t)]^n}{n!}\mathrm{e}^{-v(t)}\quad(n=0,1,2,\cdots)\tag{9-47}$$

二、参数估计方法

与 AMSAA 模型相似，改进的简单指数模型的参数估计方法也是建立在非齐次 Poisson 过程的基础上的。

设参加试验的系统为 K 台，其中，第 q $(q=1,2,\cdots,K)$ 台系统在不间断的时间区间 $(S_q,T_q]$ 内被观测到的第 i 次故障时间为 $t_{i_q,q}$ $(i_q=1,2,\cdots,N_q;q=1,2,\cdots,K)$，并且记 $N=\sum\limits_{q=1}^{K}N_q$。由非齐次 Poisson 过程的性质可知，对于任意的时刻 t 和 s，$t>s$，$N(s,t)=N(t)-N(s)$ 服从均值为 $EN(s,t)=EN(t)-EN(s)=-(\exp(-k_2t)-\exp(-k_2s))/(k_1k_2)$ 的 Poisson 分布。于是可以得到数据 $\{t_{i_q,q},i_q=\overline{1,N_q},q=\overline{1,k}\}$ 的似然函数为

$$f\{t_{i_q,q},i_q=\overline{1,N_q};q=\overline{1,k}\}=$$

$$k^N\prod_{i=1}^{K}\left\{\left[\prod_{i_q=1}^{N_q}P[N(t_{i_q-1,q},t_{i_q,q})=0]\lambda(t_{i_q,q})\right]P(N(t_{N_q,q},T_q)=0)\right\}=$$

$$k^N\exp\left(\frac{\sum\limits_{q=1}^{K}(\exp(-k_1T_q)-\exp(-k_2S_q))}{k_1k_2}\right)\frac{\exp\left(-k_2\sum\limits_{q=1}^{K}\sum\limits_{i_q=1}^{N_q}t_{i_q,q}\right)}{k_1^N}\tag{9-48}$$



由此，k_1 和 k_2 的极大似然估计(MLE)$\hat{k}_1$ 和 $\hat{k}_2$ 可以分别通过

$$\frac{\partial \ln f}{\partial k_1}=-\frac{\sum_{q=1}^{K}(\exp(-k_2T_q)-\exp(-k_2S_q))}{k_1^2k_2}-\frac{N}{k_1}=0 \tag{9-49}$$

$$\frac{\partial \ln f}{\partial k_2}=\frac{\sum_{q=1}^{K}[(-T_q\exp(-k_2T_q)+S_q\exp(-k_2S_q))k_2-(\exp(-k_2T_q)-\exp(-k_2S_q))]}{k_1k_2^2}-\sum_{q=1}^{K}\sum_{i_q=1}^{N_q}t_{i_q,q}=0 \tag{9-50}$$

得到

$$\hat{k}_1=\frac{\sum_{q=1}^{K}(\exp(\hat{k}_2T_q)-\exp(-\hat{k}_2S_q))}{N\hat{k}_2} \tag{9-51}$$

$$\hat{k}_2=\frac{1}{\dfrac{\sum_{q=1}^{K}(-T_q\exp(-\hat{k}_2T_q)+S_q\exp(-\hat{k}_2S_q))}{\sum_{q=1}^{K}(\exp(-\hat{k}_2T_q)-\exp(-\hat{k}_2S_q))}+\dfrac{\sum_{q=1}^{K}\sum_{i_q=1}^{N_q}t_{i_q,q}}{N}} \tag{9-52}$$

一般情况下，无法直接求得 k_1 和 k_2 的估计值，而必须先由式(9-52)迭代求出 $\hat{k}_2$，然后求得 $\hat{k}_1$。

下面给出改进的简单指数模型对工程中常用的故障截尾和时间截尾数据的应用方法。首先考虑故障截尾情况，此时的故障数据符合 $S_q=0\ (q=1,2,\cdots,k)$，设系统的故障截尾时间为 $t_N=\max(T_{N_q,q})$，于是得到数据 $\{t_{i_q,q},i_q=1,2,\cdots,N_q;q=1,2,\cdots,k\}$ 的似然函数为

$$f\{t_{i_q,q},i_q=1,2,\cdots,N_q;q=1,2,\cdots,k\}=$$

$$k^N\prod_{i=1}^{K}\left\{\left[\prod_{i_q=1}^{N_q}P[N(t_{i_q-1,q},t_{i_q,q})=0]\lambda(t_{i_q,q})\right]P(N(t_{N_q,q},t_N)=0)\right\}=$$

$$k^N\exp\left(\frac{\sum_{q=1}^{K}(\exp(-k_2t_N)-1)}{k_1k_2}\right)\frac{\exp\left(-k_2\sum_{q=1}^{K}\sum_{i_q=1}^{N_q}t_{i_q,q}\right)}{k_1^N}=$$

$$k^N\exp\left[\frac{k(\exp(-k_2t_N)-1)}{k_1k_2}\right]\frac{\exp\left(-k_2\sum_{q=1}^{K}\sum_{i_q=1}^{N_q}t_{i_q,q}\right)}{k_1^N} \tag{9-53}$$

从而 k_1 和 k_2 的极大似然估计(MLE)$\hat{k}_1$ 和 $\hat{k}_2$ 可以分别通过

$$\frac{\partial \ln f}{\partial k_1} = -\frac{k(\exp(-k_2 t_N) - 1)}{k_1^2 k_2} - \frac{N}{k_1} = 0 \tag{9-54}$$

$$\frac{\partial \ln f}{\partial k_2} = \frac{k_2(-t_N k \exp(-k_2 t_N)) - k(\exp(-k_2 t_N) - 1)}{k_1 k_2^2} - \sum_{q=1}^{K}\sum_{i_q=1}^{N_q} t_{i_q,q} = 0 \tag{9-55}$$

得到

$$\hat{k}_1 = -\frac{k(\exp(-k_2 t_N) - 1)}{N k_2} \tag{9-56}$$

$$\hat{k}_2 = \frac{1}{\dfrac{-t_N \exp(-k_2 t_N)}{\exp(-k_2 t_N) - 1} + \dfrac{\sum_{q=1}^{K}\sum_{i_q=1}^{N_q} t_{i_q,q}}{N}} \tag{9-57}$$

对于时间截尾情况，此时的故障数据符合 $S_q = 0\ (q = 1,2,\cdots,k)$，设系统的时间截尾时间为 $t_T = \max(T_{N_q,q})$，于是得到数据 $\{t_{i_q,q}, i_q = 1,2,\cdots,N_q; q = 1,2,\cdots,k\}$ 的似然函数为

$$f\{t_{i_q,q}, i_q = 1,2,\cdots,N_q; q = 1,2,\cdots,k\} =$$

$$k^N \prod_{i=1}^{K}\left\{\left[\prod_{i_q=1}^{N_q} P[N(t_{i_q-1,q}, t_{i_q,q}) = 0]\lambda(t_{i_q,q})\right]P(N(t_{N_q,q}, t_T) = 0)\right\} =$$

$$k^N \exp\left(\frac{\sum_{q=1}^{K}(\exp(-k_2 t_T) - 1)}{k_1 k_2}\right)\frac{\exp(-k_2 \sum_{q=1}^{K}\sum_{i_q=1}^{N_q} t_{i_q,q})}{k_1^N} =$$

$$k^N \exp\left(\frac{k(\exp(-k_2 t_T) - 1)}{k_1 k_2}\right)\frac{\exp(-k_2 \sum_{q=1}^{K}\sum_{i_q=1}^{N_q} t_{i_q,q})}{k_1^N} \tag{9-58}$$

从而 k_1 和 k_2 的极大似然估计(MLE)$\hat{k}_1$ 和 $\hat{k}_2$ 可以分别通过

$$\frac{\partial \ln f}{\partial k_1} = -\frac{k(\exp(-k_2 t_T) - 1)}{k_1^2 k_2} - \frac{N}{k_1} = 0 \tag{9-59}$$

$$\frac{\partial \ln f}{\partial k_2} = \frac{k_2(-t_N k \exp(-k_2 t_T)) - k(\exp(-k_2 t_T) - 1)}{k_1 k_2^2} - \sum_{q=1}^{K}\sum_{i_q=1}^{N_q} t_{i_q,q} = 0 \tag{9-60}$$

得到

$$\hat{k}_1 = -\frac{k(\exp(-k_2 t_T) - 1)}{N k_2} \tag{9-61}$$

$$\hat{k}_2 = \frac{1}{\dfrac{-t_N \exp(-k_2 t_T)}{\exp(-k_2 t_T) - 1} + \dfrac{\sum_{q=1}^{K}\sum_{i_q=1}^{N_q} t_{i_q,q}}{N}} \tag{9-62}$$



三、拟合优度检验

对改进的简单指数模型的拟合优度检验可以采用多种方法，本书采用了经典的 Cramé - Von Mises 检验方法。所谓 Cramé - Von Mises 检验就是选择检验统计量

$$C_n^2 = n\int_{-\infty}^{+\infty}[F_n(x) - F(x)]^2 \mathrm{d}F(x) \tag{9-63}$$

作为真分布 $F(x)$ 与经验分布 $F_n(x)$ 差别的测度，若 X 的观测从小到大为

$$x_1 \leqslant x_2 \leqslant \cdots \leqslant x_n \tag{9-64}$$

则可以得到

$$C_n^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{k=1}^{n}\left[F(x_k) - \frac{2k-1}{2n}\right]^2 \tag{9-65}$$

检验统计量的临界值 $C_{n,\alpha}^2$ 可以根据选定的分位数 α 从 $C_{n,\alpha}^2$ 表中查到。当 $C_n^2 > C_{n,\alpha}^2$ 时，则拒绝该组数据符合改进的简单指数模型的假设；反之，若 $C^2 \leqslant C_{n,\alpha}^2$，则接受该组数据符合改进的简单指数模型的假设，可以用改进的简单指数模型拟合系统的可靠性增长。

可以看出，Cramé-Von Mises 检验方法应用时的主要问题是求解 $F(x_k)$。对于改进的简单指数模型来讲，下面给出工程中常用的故障截尾和时间截尾情况下 $F(x_k)$ 的解法。

首先考虑故障截尾的情况。此时的故障数据符合 $S_q = 0\ (q = 1,2,\cdots,k)$，设系统的故障截尾时间为 t_N，并且令 $t_{i_l,l} = t_N$，$n'_i = \begin{cases} N_i - 1, i = l \\ N_i, i \neq l \end{cases}$。先求出 t_N 的分布 $f(t_N)$，即

$$f(t_N) = k\lambda(t_N) \sum_{\substack{0\leqslant n'_i \leqslant n-1 \\ \sum_{i=1}^{k} n'_i = n-1}} \prod_{i=1}^{k} P[N_i(t_N) = n'_i] =$$

$$k\,\frac{\exp(-k_2 t_N)}{k_1} \sum_{\substack{0\leqslant n'_i \leqslant n-1 \\ \sum_{i=1}^{k} n'_i = n-1}} \prod_{i=1}^{k} \left\{ \frac{\left[\dfrac{1-\exp(-k_2 t_N)}{k_1 k_2}\right]^{n'_i}}{n'_i!} \exp\left[\frac{1}{k_1 k_2}(\exp(-k_2 t_N) - 1)\right] \right\} =$$

$$k\,\frac{\exp(-k_2 t_N)}{k_1} \sum_{\substack{0\leqslant n'_i \leqslant n-1 \\ \sum_{i=1}^{k} n'_i = n-1}} \left\{ \frac{\left[\dfrac{1-\exp(-k_2 t_N)}{k_1 k_2}\right]^{N-1}}{\prod_{i=1}^{k} n'_i!} \exp\left[\frac{k}{k_1 k_2}(\exp(-k_2 t_N) - 1)\right] \right\} =$$

$$\frac{k\exp(-k_2 t_N)\exp\left\{\dfrac{k}{k_1 k_2}[\exp(-k_2 t_N) - 1]\right\}\left[\dfrac{1-\exp(-k_2 t_N)}{k_1 k_2}\right]^{N-1}}{k_1} \sum_{\substack{0\leqslant n'_i \leqslant n-1 \\ \sum_{i=1}^{k} n'_i = n-1}} \frac{1}{\prod_{i=1}^{k} n'_i!}$$

(9－66)

然后，由于故障发生时间 $t_{i_q,q}, i_q=\overline{1,N_q}, q=\overline{1,K}$ 的联合分布密度为

$$f(t_{i_q,q}, i_q=1,2,\cdots,N_q;q=1,2,\cdots,K;N(t_N)=N)=$$

$$k^N\prod_{i=1}^{K}\left\{\left[\prod_{i_q=1}^{N_q}P[N(t_{i_q-1,q},t_{i_q,q})=0]\lambda(t_{i_q,q})\right]P(N(t_{N_q,q},t_N)=0)\right\}=$$

$$k^N\exp\left(\frac{k(\exp(-k_2t_N)-1)}{k_1k_2}\right)\frac{\exp(-k_2\sum_{q=1}^{K}\sum_{i_q-1}^{N_q}t_{i_q,q})}{k_1^N} \tag{9-67}$$

从而可以得到当 t_N 给定时，$t_{i_q,q}(i_q=1,2,\cdots,N_q;q=1,2,\cdots,K,t_{i_q,q}\neq t_N)$ 的条件分布密度为

$$f(t_{i_q,q},i_q=1,2,\cdots,N_q;q=1,2,\cdots,K,t_{i_q,q}\neq t_N\mid t_N)=$$

$$f(t_{i_q,q},i_q=\overline{1,N_q},q=\overline{1,K};N(t_N)=N)/f(t_N)=$$

$$(n-1)!\frac{\exp(-k_2\sum_{\substack{q=1\\t_{i_q,q}\neq t_N}}^{K}\sum_{i_q=1}^{N_q}t_{i_q,q})}{\left[\dfrac{1-\exp(-k_2t_N)}{k_2}\right]^{N-1}}= \tag{9-68}$$

$$(n-1)!\prod_{\substack{q=1\\t_{i_q,q}\neq t_N}}^{K}\prod_{i_q=1}^{N_q}\frac{k_2\exp(-k_2t_{i_q,q})}{1-\exp(-k_2t_N)}$$

可见，当 t_N 给定时，无序的 $t_{i_q,q}(i_q=1,2,\cdots,N_q;q,=1,2,\cdots,K,t_{i_q,q}\neq t_N)$ 是具有公共的概率密度 $\dfrac{k_2\exp(-k_2t)}{1-\exp(-k_2t_N)}$ 的 $N-1$ 个相互独立的随机变量。进而得到 $t_{i_q,q}$ 的分布函数为

$$F(t)=\frac{1-\exp(-k_2t)}{1-\exp(-k_2t_N)} \tag{9-69}$$

现在再来考虑时间截尾的情况，此时的故障数据符合 $S_q=0\ (q=\overline{1,k})$，设系统的时间截尾时间为 t_T，在总故障次数 N 给定的情况下，$t_{i_q,q},i_q=1,2,\cdots,N_q;q=1,2,\cdots,K$ 的条件联合密度为

$$f(t_{i_q,q},i_q=1,2,\cdots,N_q;q=1,2,\cdots,K\mid N(t_N)=N)=$$

$$f(t_{i_q,q},i_q=\overline{1,N_q};q=\overline{1,K};N(t_N)=N)/P\{N(t_N)=N\}=$$



$$\frac{k^N \exp\left(\frac{k(\exp(-k_2 t_T)-1)}{k_1 k_2}\right)\frac{\exp\left(-k_2\sum\limits_{q=1}^{K}\sum\limits_{i_q=1}^{N_q} t_{i_q,q}\right)}{k_1^N}}{\sum\limits_{\substack{0\leqslant N_i\leqslant N\\ \sum_{i=1}^{k}N_i=N}}\prod\limits_{i=1}^{k}\left\{\frac{\exp\left\{\frac{1}{k_1k_2}(\exp(-k_2t_T)-1)\right\}\left[\frac{1-\exp(-k_2t_T)}{k_1k_2}\right]^{N_i}}{N_i!}\right\}}=$$

$$N!\prod_{q=1}^{k}\prod_{i_q=1}^{N_q}\frac{k_2\exp(-k_2 t_{i_q,q})}{1-\exp(-k_2t_T)} \tag{9-70}$$

可见，当 t_T 给定时，无序的 $t_{i_q,q}(i_q=1,2,\cdots,N_q;q=1,2,\cdots,K)$ 是具有公共的概率密度 $\frac{k_2\exp(-k_2t)}{1-\exp(-k_2t_N)}$ 的 N 个相互独立的随机变量。进而得到 $t_{i_q,q}$ 的分布函数为

$$F(t)=\frac{1-\exp(-k_2t)}{1-\exp(-k_2t_T)} \tag{9-71}$$

9.5　算例与分析

例 9.1　某系统的可靠性增长试验共进行了 $T=8\ 063$ h，其间观测到的故障次数 $n=40$，故障的时刻(单位为 h)依次为：1，43，43，171，234，274，377，530，533，941，1 074，1 188，1 248，2 298，2 347，2 347，2 381，2 456，2 456，2 500，2 913，3 022，3 038，3 728，3 873，4 724，5 147，5 179，5 587，5 626，6 824，6 983，7 106，7 106，7 568，7 568，7 593，7 642，7 928，8 063，试对该组数据进行可靠性增长分析。

解　首先进行趋势检验，计算检验统计量 μ 为

$$\mu=\left[\sum_{i=1}^{M}t_i/(Mt_n)-0.5\right]\sqrt{12M}=-1.695$$

取 $\alpha=0.1$，得到 $\mu_{\alpha/2}=-1.645$。由于 $\mu<\mu_{\alpha/2}$，因此以显著性水平 $\alpha/2=0.05$ 表明该组数据存在着显著的可靠性增长。

用 Duane 模型分析的结果为

$$\hat{a}=0.498\ 396\ 7$$
$$\hat{b}=0.464\ 966\ 2$$
$$M(T)\mid_{T=8\ 063}=T^{1-\hat{b}}/(\hat{a}\hat{b})=531.02$$

改用 AMSAA 模型进行分析，首先进行拟合优度检验。由故障数据计算得到检验统计量 $C_M^2=0.113\ 458$，取 $\alpha=0.02$，得到临界值 $C_{M,\alpha}^2=0.128$。然后判断、确定。由于 $C_M^2<C_{M,\alpha}^2$，因此可以用 AMSAA 模型拟合该组数据。

计算的结果为

$$\hat{a} = 0.127\,96$$
$$\hat{b} = 0.638\,676$$
$$M(T)\mid_{T=8\,063} = T^{1-\hat{b}}/(\hat{a}\hat{b}) = 315.61$$

例 9.2 某系统做 $n = 50$ 定数截尾的试验，其间观测到的故障时刻(单位为 h) 依次为：5.29，8.99，10.47，13.00，13.52，14.90，15.05，16.26，16.61，17.46，17.89，18.66，21.56，23.33，23.14，25.04，25.06，26.68，29.72，30.92，32.92，32.33，35.36，37.57，41.43，43.79，51.00，53.15，55.29，57.62，65.60，66.62，67.20，67.44，70.80，72.17，72.85，75.59，79.33，80.00，81.94，84.63，87.28，90.81，91.56，92.00，96.60，102.41，108.34，113.47，试对该组数据进行可靠性增长分析。

解 首先进行趋势检验，计算检验统计量 μ 为

$$\mu = \left[\sum_{i=1}^{M} t_i/(Mt_n) - 0.5\right]\sqrt{12M} = -1.800\,48$$

取 $\alpha = 0.1$，得到 $\mu_{\alpha/2} = -1.645$。由于 $\mu < \mu_{\alpha/2}$，因此以显著性水平 $\alpha/2 = 0.05$ 表明该组数据存在着显著的可靠性增长。

试用 AMSAA 模型进行分析，进行拟合优度检验。由故障数据计算得到检验统计量 $C_M^2 = 0.214\,213$，取 $\alpha = 0.20$，得到临界值 $C_{M,\alpha}^2 = 0.128$。由于 $C_M^2 > C_{M,\alpha}^2$，因此拒绝 AMSAA 模型的假设，认为该组数据不能用 AMSAA 模型拟合。

试用改进的简单指数模型进行分析，进行拟合优度检验。由故障数据计算出检验统计量 $C_M^2 = 0.085\,888$，取 $\alpha = 0.20$，得到临界值 $C_{M,\alpha}^2 = 0.128$。由于 $C_M^2 < C_{M,\alpha}^2$，因此接受该组数据符合改进的简单指数模型的假设，认为该组数据可以用改进的简单指数模型拟合。经过计算得

$$\hat{K}_1 = 1.574$$
$$\hat{K}_2 = 0.006\,898$$
$$M(T)\mid_{T=113.47} = T^{1-\hat{b}}/(\hat{a}\hat{b}) = 3.442\,9$$

例 9.3 某系统试验的结果如下：做故障数 $n = 7$ 的故障截尾，观测到的故障时间(单位为 h) 为 0.15，26，34.84，43.58，45，82.56，123，试对该组数据进行可靠性增长分析。

解 首先进行趋势检验，计算检验统计量 μ 为

$$\mu = \left[\sum_{i=1}^{M} t_i/(Mt_n) - 0.5\right]\sqrt{12M} = -1.573\,7$$

取 $\alpha = 0.2$，得到 $\mu_{\alpha/2} = -1.282$。由于 $\mu < \mu_{\alpha/2}$，因此，以显著性水平 $\alpha/2 = 0.05$ 表明该组数据存在着显著的可靠性增长。

试用 AMSAA 模型进行分析，进行拟合优度检验。由故障数据计算得到检验统计量 $C_M^2 = 0.136\,54$，取 $\alpha = 0.20$，得到临界值 $C_{M,\alpha}^2 = 1.128$，由于 $C_M^2 > C_{M,\alpha}^2$，因此拒绝 AMSAA 模型的假设。再取 $\alpha = 0.10$，得到临界值 $C_{M,\alpha}^2 = 0.162$。此时可以用 AMSAA 模型拟合该组数据。



计算的结果为

$$\hat{a} = 0.419\ 36$$

$$\hat{b} = 0.584\ 96$$

$$M(T)\ |_{T=8\ 063} = T^{1-\hat{b}}/(\hat{a}\hat{b}) = 30.039$$

若改用改进的简单指数模型进行分析，首先进行拟合优度检验。由故障数据计算出检验统计量 $C_M^2 = 0.118\ 3$，取 $\alpha = 0.20$，得到临界值 $C_{M,\alpha}^2 = 0.123$。由于 $C_M^2 < C_{M,\alpha}^2$，因此接受该组数据符合改进的简单指数模型的假设，认为该组数据可以用改进的简单指数模型拟合。经过计算得

$$\hat{K}_1 = 10.732\ 5$$

$$\hat{K}_2 = 0.008\ 8$$

$$M(T)\ |_{T=113.47} = T^{1-\hat{b}}/(\hat{a}\hat{b}) = 31.69$$

可见，对于该组数据的分析，两种模型给出的结果是比较接近的。但从两者的拟合优度检验结果来看，就本例而言，用改进的简单指数模型的分析结果要优于 AMSAA 模型的结果。

习题与思考题

1. 对某系统进行可靠性增长试验，累计工作时间达到130 h，累计失效次数为5次，其失效时间(单位为 h)依次为：10，25，50，79，130。试求：

(1) 该系统有无可靠性增长。

(2) 可靠性增长试验信息是否符合 Duane 模型。

(3) 若符合，试求可靠性增长的 Duane 曲线。

(4) 试评估定型时刻 $T = 200$ h 的系统 MTBF 的最小二乘估计(LSE)。

2. 原始数据与习题 1 相同，试求：

(1) 该系统试验数据能否用 AMSAA 模型拟合。

(2) 若能拟合，模型参数的估计 $\hat{a}$，$\hat{b}$ 及 $\hat{M}(T)$ 的数值。

3. 如表 9-3 所示的某高度表，在可靠性增长试验过程中，失效信息如表中所示。

表 9-3　某高度表

故障数	1	2	3	4	5	6	4	5	9
故障时间 /h	25	36	82	246	253	537	768	808	1 003

试分析该高度表的可靠性增长趋势，并验证该试验数据是否能用 AMSAA 模型来拟合？若能拟合，求出模型参数估计，并预测时刻 $T = 1\ 500$ h 后的 MTBF 的最小二乘估计(LSE)。

4. 某产品的失效信息如表 9-4 所示。

表 9-4 某产品的失效信息表

故障数	1	2	3	4	5	6
故障时间 /h	2.6	8.5	16.5	27.0	31.8	45.5
故障数	7	8	9	10	11	11
故障时间 /h	61.4	83.2	108.2	138.0	180	200

试分析此产品的可靠性增长趋势，并分别用 Duane，AMSAA，简单指数模型和改进指数模型进行模型拟合，并求出每个模型参数的估计。

5. 某电子系统可靠性试验的结果如下：进行故障数 $n=10$ 的故障截尾，观测到的故障时间(单位为 h)为 1.2，18，35，43.58，52，81.3，123，159，210.5，320.8。试对该组数据进行可靠性增长分析。

第十章　结构、机构可靠性分析基础

10.1 概　述

一、结构可靠性概述

结构可靠性的研究略迟于电器类产品的可靠性研究，而且在20世纪60年代时，还是参照电器类可靠性的研究方法进行的，即从基本原理上把结构简化为理想的串并联系统，略去相关性计算可靠度，实质上两者之间是有本质区别的。

在第二次世界大战期间，由于有关建筑、航空、船舶及海洋工程结构、机电设备等在设计使用期限内，在规定的载荷条件与环境下失效的事例日趋严重，说明了以安全因数法为代表的传统设计方法对环境条件和结构特性的确定性假设是不适当和不可靠的。另外，一些设计结构接近或已超过设计寿命期限，如何估计这些结构能否延长寿命或对其可靠性做出正确的判断结论，成为很迫切的任务。人们不仅希望能定性分析结构的可靠性，还要能定量分析与设计，所有这些都促进了人们对结构可靠性的研究，并推动其发展。

在20世纪60年代末，国际上越来越多的桥梁、高层建筑等都已接近或超过了原来安全因数设计法给出的使用寿命；造价高而数量不少的石油平台、成本很贵而安全性要求很高的民用大型客机及航天上的宇宙飞船的发展，都促进了结构可靠性的研究，形成了结构体系可靠性(Structural System Reliability)。作为一门学科，结构可靠性是有确切含义的，即在规定时间和规定条件内，结构完成规定功能的能力被称为结构可靠性。

二、机构可靠性发展现状及趋势概况

与结构可靠性相比，机构可靠性的研究要晚些，从20世纪70年代末期开始研究，至20世纪90年代才有了一些成果。目前，这方面发表的文献还不多。

机构磨损可以说是机构中最为突出的问题。在飞机构造及一般机械中，机构运动副零件的磨损失效在总失效中占相当大的比例，约为30%～80%。飞机操纵机构、起落架收放机构、直升机升力螺旋桨中的铰链接头等都有因磨损失效而引起事故的实例。这种情况促使苏联的学者们对机构磨损可靠性进行研究，在对机构磨损的理论试验研究与使用统计方面都做出了贡献。美国也对一些小专题进行了试验研究。

飞机起落架不能按要求完成其收放功能的事故、卫星通信设备的可收放天线不能按要求

完成其收放功能的事故、军用及民用各种阀门的控制功能的失效事故等导致了对运动机构运动功能可靠性的研究。苏联在1979年对其进行了奠定基础的研究。美国C－5A大型军用运输机前缘襟翼的卡住事故，以及各种阀门的卡滞故障，促使人们对机构防卡可靠性进行研究；起落架意外开锁放下事故以及波音747旅客机飞行中舱门自动打开的事故，促使人们对锁系统可靠性进行研究。目前，航空机构出现较多的故障，也迫切需要解决机构可靠性问题。

10.2 结构可靠性分析方法概述

一、结构设计中的不确定因素及可靠性分析的基本过程

1. 结构设计中的不确定因素

为评价结构的可靠性，必须掌握材料强度和载荷的随机性，以及掌握设计计算误差和施工误差等不确定因素，进而对这些不确定因素进行定量分析。

对于结构设计中的不确定因素，很早就受到重视，但由于当时的科学技术水平的限制，还不能提出一个合理的处理办法。在结构分析理论还没有建立的年代里，只能提出"为保证安全必须留有余地"的设计思想。随着结构分析理论的发展，人们提出了用安全因数来笼统考虑不确定因素的确定性设计方法，这种设计方法要求在载荷作用下，结构或构件的某截面的应力不应超过材料的许用应力$[\sigma]$，而

$$[\sigma] = \sigma_s / f \tag{10-1}$$

式中，σ_s为材料的屈服强度；f为安全因数。在飞机结构上，用抗拉强度σ_b较σ_s多，用了σ_b(抗拉强度)后还须添一个刚度约束，对于材料来讲，即为使用载荷下不超过σ_s。在这个方法中，外力与结构尺寸及材料的能力等是作为确定值来处理的，只是用安全因数来表示强度储备，而f又是凭经验确定的，缺乏合理的科学依据。

长期的实践和理论分析已证实，作用于结构上的载荷及断面尺寸和材料的力学性能等，由于设计、施工和计算等一系列因素的影响，都不会是确定的常量，它们的真实值在名义值附近随机变化，因此，对每一个影响强度的参量都应该看做是随机变量。而有些参量，特别是作用于飞机上的载荷，其本身就是随机变化的，因此安全因数不能作为评价结构的合理依据。

结构可靠性是把所有的工程变量都作为随机变量来处理的，包含在这些随机变量中的不确定性，包括材料性能的不确定性，构件尺寸的不确定性，制造误差以及建造不完善性和焊接残余应力等引起的不确定性，等等，这种不确定性可以通过实物和试样的测定结果进行统计分析，找到它们的分布特性。

用结构可靠性理论处理不确定性时，克服了传统的确定性设计法的缺点，因而更符合客观实际。在结构可靠性设计中，用可靠度、失效概率及可靠性指标等来评价结构的可靠性，以结构的失效概率为依据的概率设计法即可靠性设计法，正在逐渐取代传统的确定性设计法。从确定



性概念转为非确定性概念，这是结构设计思想上的一个重要转变与设计方法学上的一个飞跃。

2. 结构可靠性分析的基本过程

结构可靠性分析的过程大致分为三个阶段。一是搜集与结构有关的随机变量的观测或试验资料，并对这些资料用概率统计的方法进行分析，确定其分布形式及有关统计量，以作为可靠度和失效概率计算的依据。

与结构有关的随机变量大致可分三类：外来作用，如载荷等；材料的机械性质；构件的几何尺寸及其在结构中的位置。上述随机变量的统计分布多为正态分布或对数正态分布及极值Ⅰ型分布。而相应的统计量主要有均值 μ、标准差 σ 及变异系数 ν 等。

可靠性分析的第二阶段是用结构力学的方法计算构件的载荷效应，通过试验和统计获得结构的能力，从而建立结构的失效准则。

载荷效应指的是载荷作用下，构件的应力、内力、位移、变形、振动频率及疲劳损伤等。

结构能力是指结构抵抗破坏和变形的能力，如屈服强度、抗拉强度、允许变形和位移及寿命等。

结构的失效准则用极限状态来表示。极限状态连接结构能力与载荷效应，组成了进行结构可靠性分析的极限状态方程。对于结构系统，极限状态方程一般较为复杂，可借助结构力学、塑性力学、弹性力学及有限元分析的理论建立起来。

分析的第三阶段是计算评价结构可靠性的各种指标。在构件或结构系统的失效准则建立以后，便可根据这些准则，计算构件或结构系统的各种可靠性指标，如可靠度、失效概率、可靠指标及寿命等。

二、结构元件可靠性分析的基本方法

1. 内力-强度干涉模型

当讨论元件的静强度可靠性时，可认为只有两个随机变量，即元件强度 R 和元件外载 S。元件外载（或从结构体系看，是元件的内力）与结构所受外载、结构的组成以及各元件的尺寸有关。由于结构外载是随机载荷，结构各元件的位置和尺寸也有一定的随机性，故元件所受的外载是一随机变量。元件的强度（也称为元件的承载能力）与元件的极限应力、元件的尺寸有关，而材料的强度特性、元件的尺寸又都具有随机性，故元件的强度也是一个随机变量。

若元件能承载，即

$$R-S>0 \tag{10-2}$$

则称 $R_e=P(R-S>0)$ 为元件的可靠度。

若元件不能承载，即

$$R-S<0 \tag{10-3}$$

则称 $P_f=P(R-S<0)$ 为元件的失效概率。

故

$$R-S=0 \tag{10-4}$$



称为安全边界方程或破坏面方程。

设已由试验与理论分析得到随机变量R与S的密度分布，如图10-1(a)所示，图中密度分布是对称的，因此强度均值μ_R与载荷均值μ_S均位于各自图形的对称点位置，图中横坐标是强度R和载荷S，纵坐标为密度函数，f_S与f_R分别代表载荷与强度密度分布函数。

下面进行元件破坏概率的一般表达式的推导。正如图10-1(a)所示，在正常设计情况下，均值μ_R是大于μ_S的(注意：横坐标代表S或R的大小)，但是由于存在着随机性，故这两个随机变量间有一交叉重叠区(称之为干涉区)，对干涉区的任一内力具体值S，位于其左边和对应于f_R分布的那一部分，都代表强度R小于这一内力值S。图10-1(b)代表不存在干涉区的特殊情况，此时R恒大于S，故$P_f=0$，要想做到这一点，须μ_R比μ_S大很多，且f_R与f_S的分布范围要窄。由于μ_R比μ_S大得太多要降低经济性，且S通常接近正态分布，R通常接近正态分布或对数正态分布，因此结构元件通常都有一个小的干涉区，也即有小量值的破坏概率。

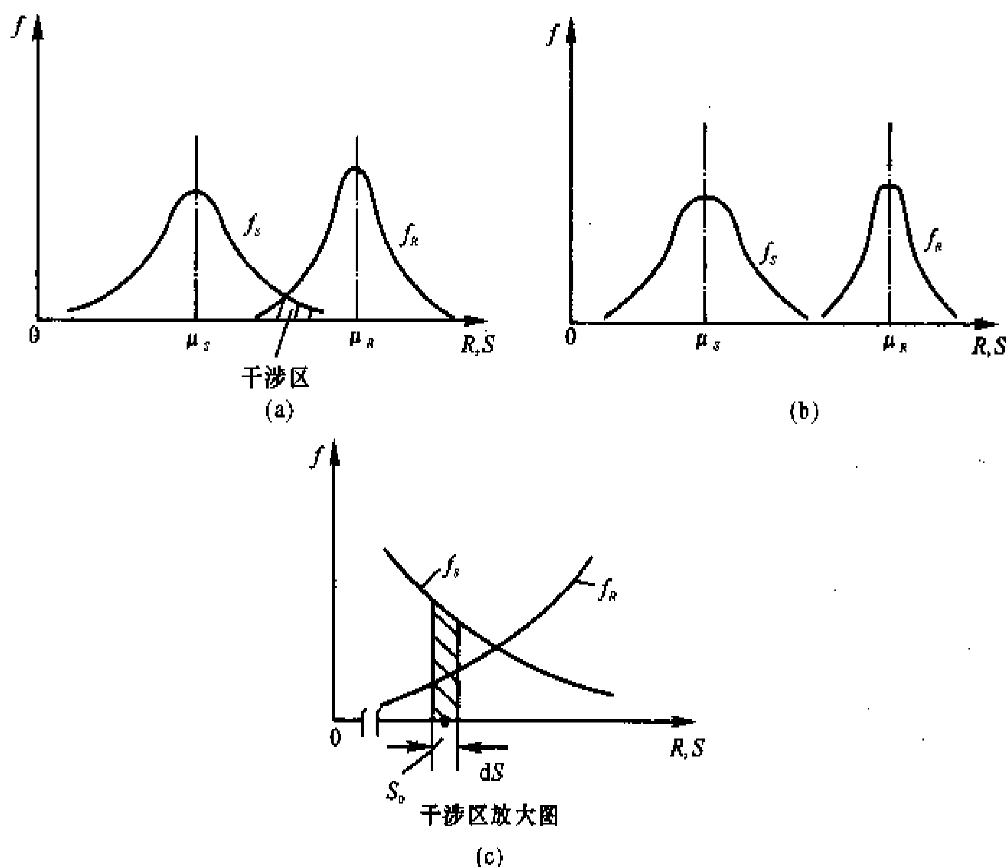


图10-1　f_R与f_S的分布图

下面根据图10-1(c)具体推导P_f的普遍表达式，分四步逐步导出。

元件的内力值位于s_0附近dS区间内的概率为

$$P(S_0-\mathrm{d}S/2\leqslant S\leqslant S_0+\mathrm{d}S/2)=f_S(S_0)\mathrm{d}S \tag{10-5}$$

强度R小于某一内力值S_0的概率为



$$P(R \leqslant S_0) = \int_{-\infty}^{S_0} f_R(r)\mathrm{d}r \tag{10-6}$$

内力值位于 S_0 附近 $\mathrm{d}S$ 区间内，同时强度 R 却低于此区间给出的内力值的概率为

$$f_S(S_0)\mathrm{d}S\int_{-\infty}^{S_0} f_R(r)\mathrm{d}r \tag{10-7}$$

这是因为认为 R 与 S 无关，故其概率为两个单独概率的乘积。

对于内力随机变量 S 的所有可能值，强度 R 低于内力 S 的概率为

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(S)\left[\int_{-\infty}^{S} f_R(r)\mathrm{d}r\right]\mathrm{d}S \tag{10-8}$$

由于强度累积分布函数为

$$F_R(S) = \int_{-\infty}^{S} f_R(r)\mathrm{d}r \tag{10-9}$$

故式(10-8)也可写成

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(S)F_R(S)\mathrm{d}S \tag{10-10}$$

有了上述结构元件的破坏表达式，则元件的可靠度为

$$R_e = 1 - P_f = 1 - \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(S)F_R(S)\mathrm{d}S \tag{10-11}$$

也可参照上述四步推导，直接导出下式：

$$R_e = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(S)\left[\int_{-\infty}^{+\infty} f_R(r)\mathrm{d}r\right]\mathrm{d}S \tag{10-12}$$

或

$$R_e = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(S)(1 - F_R(S))\mathrm{d}S \tag{10-13}$$

例 10.1　设某结构的构件材料强度服从正态分布，其均值 $\mu_R = 100$ MPa，其均方差 $\sigma_R = 10$ MPa；构件的应力服从指数分布，其 $\mu_S = 50$ MPa，$\sigma_S = 50$ MPa，求该构件的可靠度。

解　由题意可知

$$f_R(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_R}\exp\left[-\frac{(R-\mu_R)^2}{2\sigma_R^2}\right]$$

$$f_S(S) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda S}$$

$$\text{且}\ \lambda = \frac{1}{\mu_S} = \frac{1}{\sigma_S}$$

代入式(10-12)中，得

$$R_e = 1 - \Phi\left(-\frac{\mu_R}{\sigma_R}\right) - \exp\left(-\frac{\lambda^2\sigma_R^2}{2} - \mu_R\lambda\right)\left[1 - \Phi\left(-\frac{\mu_R - \lambda\sigma_S^2}{\sigma_R}\right)\right] = 0.861\,94$$

2. 一次二阶矩方法(First-order Second Moment Method，简称 FOSM)

在一般情况下，元件的可靠性(实际上，本章的方法可以用于求结构体系可靠度时的单个

破坏模式的破坏概率。这里讲的元件破坏概率或可靠度计算，都包含着这层含义）与较多的随机变量有关，分布也不一定限于正态分布，且各变量间还可能相关，这样问题就复杂一些。但用二阶矩理论与方法解之还是相当简单的。二阶矩方法只用到密度分布函数的一阶矩（均值）和二阶矩（方差或标准差）两个参量，计算时采用近似方法以避免复杂的积分。当然，在某些情况下，求得的解确为精确解。下面由简到繁，由易到难逐步阐明之。

（1）安全余量方程为线性方程，只含两个随机变量且分布为正态分布时情况。此时有

$$M = R - S \tag{10-14}$$

且有

$$\left.\begin{aligned} M > 0 \quad 安全 \\ M \leqslant 0 \quad 破坏 \end{aligned}\right\} \tag{10-15}$$

式中，M 称为安全余量，$M = R - S$ 为安全余量函数。故

$$P_f = P \quad (M \leqslant 0) \tag{10-16}$$

$$R_e = P \quad (M > 0) \tag{10-17}$$

在式(10-14)中，由于 R 与 S 都是正态分布，故随机变量 M 的密度分布也为正态分布，由式(10-16)有

$$P_f = \int_{-\infty}^{0} f_M(m)\mathrm{d}m = F_M(0) \tag{10-18}$$

把正态密度分布公式代入式(10-18)，得

$$P_f = \int_{-\infty}^{0} \frac{1}{\sigma_M \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{m-\mu_M}{\sigma_M}\right)^2\right]\mathrm{d}m \tag{10-19}$$

而

$$R_e = \int_{0}^{\infty} f_M(m)\mathrm{d}m = 1 - F_M(0) =$$

$$\int_{0}^{\infty} \frac{1}{\sigma_M \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{m-\mu_M}{\sigma_M}\right)^2\right]\mathrm{d}m \tag{10-20}$$

以上各式的推导参考图 10-2。

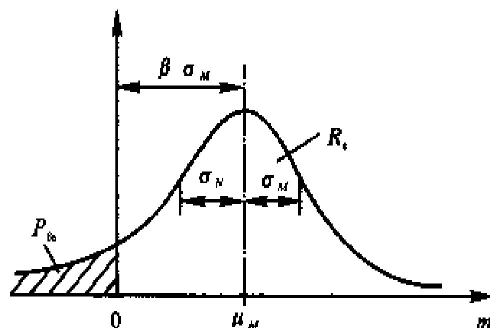


图 10-2　变量 M 的密度分布函数



采用下述变量变换以使其简化为标准正态的求积问题，令

$$Z=\frac{m-\mu_M}{\sigma_M} \tag{10-21}$$

对式(10-20)两边微分，得

$$\sigma_M \mathrm{d}Z=\mathrm{d}m \tag{10-22}$$

将式(10-21)与式(10-22)代入式(10-19)，得

$$P_f=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{Z_0} e^{-\frac{Z^2}{2}}\mathrm{d}Z \tag{10-23}$$

式中

$$Z_0=\frac{0-\mu_M}{\sigma_M}=-\frac{\mu_M}{\sigma_M} \tag{10-24}$$

用 $\Phi(Z_0)$ 表示式(10-23)等于右边的计算结果，则有

$$P_f=\Phi(Z_0)=\Phi(-\frac{\mu_M}{\sigma_M}) \tag{10-25}$$

不少文献中采用下述可靠性指标 β 的定义，即

$$\beta=-Z_0=\frac{\mu_M}{\sigma_M} \tag{10-26}$$

因此有

$$P_f=\Phi(-\beta) \tag{10-27}$$

由数理统计知识可知

$$\mu_M=\mu_R-\mu_S \tag{10-28}$$

$$\sigma_M=\sqrt{\sigma_R^2+\sigma_S^2} \tag{10-29}$$

注意：式(10-29)成立的条件是假设 R 与 S 无关。

下面举一些典型数据以便对 β 与 P_f,R_e 的关系有一个量级的基本概念，见表 10-1。

表 10-1　β 与 P_f,R_e 关系的典型值

β	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
P_f	0.5	0.308 5	0.158 7	0.066 8	0.022 8	0.006 2	0.001 4	0.0^4327	0.0^63
R_e	0.5	0.691 5	0.841 3	0.933 2	0.977 2	0.993 8	0.998 6	0.9^4673	0.9^67

注：表中 $0.0^4327=0.000\,032\,7$，$0.9^4673=0.999\,967\,3$，其余按此类推。

至于式(10-27)的图像阐明则可如图 10-3 所示。

例 10.2　一元件安全因数 $f=1.5$，且认为原设计时的定值强度和载荷均与 μ_R 及 μ_S 相当，且假设剩余强度因数 $\eta=1$，变量服从正态分布，元件强度的变异因数 $V_R=0.06$，载荷的变异因数 $V_S=0.12$，求 P_f 及 R_e(变异因数 V 的定义为：$V=\sigma/\mu$)。

解　因为 $f=1.5$，$\eta=1$，故 $\mu_R/\mu_S=1.5$。应用式(10-26)等，得

$$\beta = (\mu_R - \mu_S)/\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} = \mu_S(f-1)/\sqrt{V_R^2 f^2 \mu_S^2 + V_S^2 \mu_S^2} = (f-1)/\sqrt{V_R^2 f^2 + V_S^2} = 3.953$$

所以

$$P_f = 0.0^4 387, \quad R_e = 0.9^4 613$$

若安全因数增加到 2，其他数据与条件不变，则可算得

$$\beta = 5.893, \quad P_f = 0.0^8 187, \quad R_e = 0.9^8 813$$

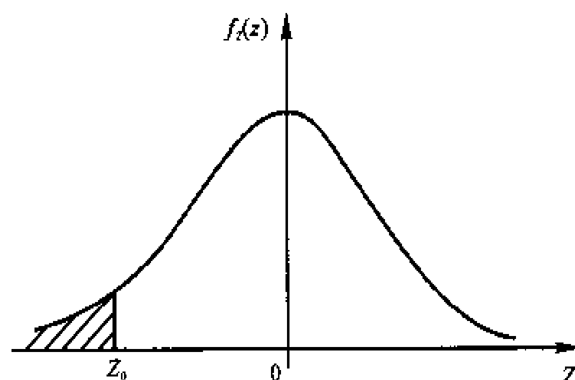


图 10-3　标准正态积分示意图

(2) 安全余量函数为线性，式中含 n 个随机变量，变量可以相关，分布为正态分布的情况。此时有

$$M = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \cdots + a_n X_n \tag{10-30}$$

破坏面为

$$a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \cdots + a_n X_n = 0 \tag{10-31}$$

式(10-31) 是一个含 n 个自变量的超平面，其对应的破坏概率为

$$P_f = P \quad (M \leqslant 0) \tag{10-32}$$

同样，视 M 为一广义变量，可得

$$P_f = \Phi(Z_0) = \Phi(-\beta) \tag{10-33}$$

式中，$\beta = \mu_M/\sigma_M$，此时有

$$\mu_M = a_0 + a_1\mu_1 + a_2\mu_2 + \cdots + a_n\mu_n \tag{10-34}$$

$$\sigma_M^2 = \sum_{i=1}^{n} a_i^2\sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\rho_{ij}a_i a_j \sigma_i \sigma_j \quad (i \neq j) \tag{10-35}$$

式中，ρ_{ij} 为第 i 个元件与第 j 个元件的相关系数。通常，同一结构不同元件的强度变量之间是有正相关性的($\rho \approx 0.5 \sim 0.8$)。当假设各变量间无关时，式(10-35) 可简化为

$$\sigma_M^2 = \sum_{i=1}^{n} a_i^2\sigma_i^2 \tag{10-36}$$

例 10.3　设有结构体系的一个破坏模式的破坏面表达如下：

$$M = R_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}R_5 - S = 0$$

式中，R_1 与 R_5 为元件 1 和元件 5 的强度；S 为结构体系的外载。假设 R 与 S 无关，R_1 与 R_5 相关，且 $\rho_{15} = 0.7$，$\mu_{R_1} = 200$ N，$\mu_{R_5} = 300$ N，$\mu_S = 200$ N，$V_S = 0.2$，$V_R = 0.1$，求 P_f 及 R。

解　$\mu_M = \mu_{R_1} + \frac{1}{\sqrt{2}}\mu_{R_5} - \mu_S = 200 + \frac{300}{\sqrt{2}} - 200 = 222.1$ N

$$\sigma_M = [a_1^2\sigma_{R_1}^2 + a_2^2\sigma_{R_5}^2 + a_3^2\sigma_S^2 + \rho_{15}a_1a_2\sigma_{R_5} + \rho_{51}a_2a_1\sigma_{R_5}\sigma_{R_1}]^{\frac{1}{2}} =$$



$$\left[\alpha_1^2\sigma_{R_1}^2+\alpha_2^2\sigma_{R_5}^2+\alpha_3^2\sigma_S^2+2\rho_{15}\alpha_1\alpha_2\sigma_{R_1}\sigma_{R_5}\right]^{\frac{1}{2}}$$

故有

$$\beta=212.1/55.17=3.844$$

$$P_f=\Phi(-\beta)=0.0^4608$$

$$R=0.9^4392$$

现在再进一步把β的几何概念进行阐明。为了易于用图表示，用只含两个变量的破坏方程为例加以说明。对

$$M=R-S=0 \tag{10-37}$$

做下述变换以把变量转为标准正态分布：

$$Z_R=\frac{R-\mu_R}{\sigma_R},\quad Z_S=\frac{S-\mu_S}{\sigma_S} \tag{10-38}$$

把式(10-38)代入式(10-37)中，经整理得

$$M=R-S=\sigma_R Z_R-\sigma_S Z_S+(\mu_R-\mu_S)=0 \tag{10-39}$$

式(10-39)为线性方程，代表Z_R-Z_S平面中的一条直线，根据代数中点(原点)线距离公式，得

$$d=\frac{\mu_R-\mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2+(-\sigma_S)^2}}=\frac{\mu_M}{\sigma_M}=\beta$$

因此，当变量为n个、线性破坏面、正态分布时，β为标准正态分布中原点到破坏超平面的距离，如图10-4所示。

例10.4　图10-5所示为简单受拉杆，杆的外载$\mu_P=1\ 000$ N，$\sigma_P=200$ N，杆的强度为$\mu_R=2\ 000$ N，$\sigma_R=200$ N，两变量之间无关，且正态分布。求P_f及R_e。

解　$M=R-P$

$$\mu_M=\mu_R-\mu_P=2\ 000-1\ 000=1\ 000\ \text{N}$$

$$\sigma_M=\sqrt{200^2+200^2}=282.8\ \text{N}$$

$$\beta=1\ 000/282.8=3.536$$

$$P_f=0.000\ 20$$

$$R_e=0.999\ 80$$

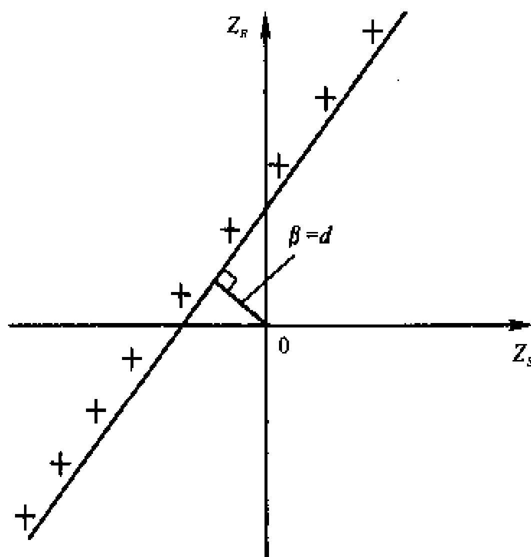


图10-4　可靠度指标的几何意义

例10.5　如图10-6所示为一个一次静不定梁，梁为等断面，梁的最大弯矩m_{max}位于铰支处，用m_F表示梁截面的极限弯矩，变量间无关，正态分布。$\mu_P=400$ N，$\sigma_P=100$ N，$\mu_L=5$ m，$\sigma_L\approx0$，$\mu_{m_F}=2\ 000$ N·m，$\sigma_{m_F}=200$ N·m。求β，P_f及



R_c（只考虑最严重截面处）。

解　若 $m_{max} \geqslant m_F$，则梁破坏，故破坏面方程为

$$f(P,m_F) = m_F - m_{max} = m_F - \frac{5}{2}P = 0$$

$$\mu_M = 2\ 000 - \frac{5}{2} \times 400 = 1\ 000\ \text{N} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_M^2 = 200^2 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2 \times 100^2 = 102\ 500\ \text{N}^2 \cdot \text{m}^2$$

$$\beta = 3.12, \quad P_f = 0.0^3 9043, \quad R_c = 0.9^3 0957$$

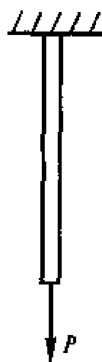


图 10-5　例题 10.4 的竖拉杆

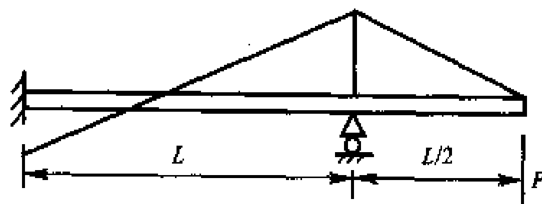


图 10-6　例题 10.5 的梁

(3) 安全余量函数为非线性，式中含有 n 个随机变量，分布为正态分布的情况。此时，安全余量函数为

$$M = f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$$

一次二阶矩法最初的线性近似方法是把线性化点取在基本随机变量 X_i 的均值点 $\mu_{x_i} = (\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \cdots, \mu_{x_n})$ 上，于是安全余量为

$$M \approx f(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \cdots, \mu_{x_n}) + \sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu_{x_i}) \left(\frac{\partial f}{\partial X_i}\right)\Bigg|_{\mu_{X_i}} \tag{10-40}$$

由式(10-40)分别求均值和方差得

$$\mu_M = f(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \cdots, \mu_{x_n}) \tag{10-41}$$

$$\sigma_M^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_{X_i}^2 \left(\frac{\partial f}{\partial X_i}\right)^2 \Bigg|_{\mu_X} + \sum_{i \neq j}^{n} \sum^{n} \text{Cov}(X_i, X_j) \left(\frac{\partial f}{\partial X_i}\right)^2 \Bigg|_{\mu_{X_i}} \left(\frac{\partial f}{\partial X_j}\right)\Bigg|_{\mu_{X_j}} \tag{10-42}$$

式中，$\text{Cov}(X_i, X_j)$ 是 X_i 与 X_j 的协方差。

如果 X_i 和 X_j 都是互不相关的，则式(10-42)可简化为

$$\sigma_M^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_{X_i}^2 \left(\frac{\partial f}{\partial X_i}\right)^2 \Bigg|_{\mu_{X_i}} \tag{10-43}$$

可靠性指标为



$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \tag{10-44}$$

下面举例说明一次二阶矩法的应用并对其存在的问题加以讨论。

例 10.6　设圆形截面拉杆承受的拉力 P 为确定值，$P = 100.0$ kN，拉杆材料的屈服强度 σ_s 及直径 d 为随机变量，它们的均值和标准差为 $\mu_{\sigma_s} = 290.0$ MPa，$\sigma_{\sigma_s} = 25.0$ MPa，$\mu_d = 3 \times 10^{-2}$ m，$\sigma_d = 3 \times 10^{-3}$ m，求此拉杆的可靠性指标 β 及失效概率。

解　首先，建立用载荷表示的安全裕度，即

$$M = f(\sigma_s, d) = \frac{\pi}{4} d^2 \sigma_s - P$$

线性化的安全裕度为

$$M = f(\sigma_s, d) = \left(\frac{\pi}{4}\mu_d^{\,2}\mu_{\sigma_s} - P\right) + (d - \mu_d)\left(\frac{\partial f}{\partial d}\right)_{\mu_{X_i}} + (\sigma_s - \mu_{\sigma_s})\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_s}\right)_{\mu_{X_i}}$$

式中

$$\left(\frac{\partial f}{\partial d}\right)_{\mu_{X_i}} = \frac{\pi}{2}\mu_d \mu_{\sigma_s}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_s}\right)_{\mu_{X_i}} = \frac{\pi}{4}\mu_d^{\,2}$$

根据式(10-41)及式(10-43)，有

$$\mu_M = 1\,049.9$$

$$\sigma_M = 446.4$$

可靠性指标为

$$\beta = 2.35$$

则失效概率为

$$P_f = 1 - \Phi(2.35) = 0.009\,4$$

其次，建立用应力表示的安全裕度为

$$M = f(\sigma_s, d) = \sigma_s - \frac{4P}{\pi d^2}$$

用与载荷表示的安全裕度相同的方法得 $\beta = 3.93$，$P_f = 0.000\,1$。

从上述可知，对于同一非线性问题，所取的安全余量函数的表达式不同，用均值展开的 FOSM 方法所求得的可靠性指标差别很大，这是一次二阶矩法存在的严重问题，为了克服此项缺点，人们提出了改进的一次二阶矩法。

3. 改进的一次二阶矩法(Advanced First-order Second Moment Method，简称 AFOSM)

该方法是 Hasofer 和 Lind 于 1974 年提出的，其基本概念如下：从标准正态空间的原点，做一系列半径在逐渐增大的超球面，它们与破坏面首先接触的那一点即为设计点 A，从 A 点做破坏面的切超平面，则原点到此超平面的距离即为可靠指标(见图 10-7)。由于在标准正态空间

内，距原点越近的点密度越大，故此方法的概念较合理。

具体算法主要包括以下几个步骤：

(1) 对基本随机变量 X_i 进行线性变换转成标准正态随机变量 Z_i，此时有

$$Z_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (i = 1,2,\cdots,n) \tag{10-45}$$

$$\mu_{Z_i} = 0, \quad \sigma_{Z_i} = 1 \quad (i = 1,2,\cdots,n) \tag{10-46}$$

(2) 用迭代法逐步求得真正的 β 值，当破坏超平面的曲率不大时，则不管此超平面(用 S_Z 表示)位于切超平面(用 P_Z 表示)的左下侧还是右上侧，从原点到 P_Z 的距离(β)恒小于从原点到超平面 S_Z 上任何其他点的连线(射线)长度(见图 10-8)，故有

$$\beta = \min_{\bar{x}\in S_Z}\left(\sum_{i=1}^{n} Z_i^2\right)^{1/2} \tag{10-47}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\alpha_i^2 = 1 \tag{10-48}$$

$$\alpha_i = -\frac{\partial f(\bar{Z})}{\partial Z_i}\frac{1}{K} \tag{10-49}$$

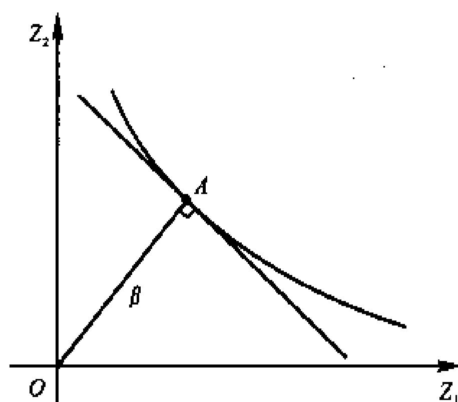


图 10-7　破坏面在设计点的线性化示意图

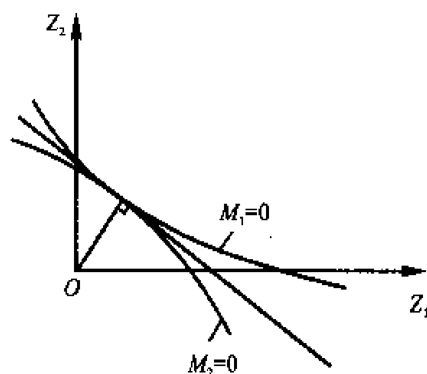


图 10-8　安全余量方程为超曲面时的可靠度指标示意图

常数 K 可由式(10-48)和式(10-49)求得，即

$$K = \left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f(\bar{Z})}{\partial Z_i}\right)^2\right)^{1/2} \tag{10-50}$$

式中，$f(\bar{Z})$ 可由 $f_0(X)$ 通过变量代换求得，且令

$$f(\bar{Z}) = f_1(Z_1, Z_2, \cdots, Z_n) + Z_0 \tag{10-51}$$

式中，Z_0 为常数项，据 n 维向量代数与解析几何得

$$\beta = -\frac{Z_0}{f_1(\alpha_i)} \tag{10-52}$$

此时 $f_1(\alpha_i)$ 代表在 $f_1(Z)$ 中用 α_i 代 Z_i，用 $\beta_{\alpha_i\alpha_j}$ 代 Z_iZ_j(注意 $Z_i = \beta_{\alpha_i}$)。具体解题时，建议



原始数据 β^0 及 α^0 用下述方法取

$$\beta^{(0)} \approx 3 \sim 4$$

$$|\alpha_1^{(0)}| = |\alpha_2^{(0)}| = \cdots = |\alpha_n^{(0)}| = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

α_i 的正负号选择的一般原则是对于载荷取正，对于强度与几何变量取负。

由 $\beta^{(0)}$ 及 $\alpha^{(0)}$ 算得 $\partial f(Z)/\partial Z_i$，即可算得 $\alpha_i^{(1)}$，再由式(10－52) 算得 $\beta^{(1)}$，依此类推。

4. JC 法

前面介绍了求结构可靠性指标中的两种最简单的方法，即均值一次二阶矩法和改进的一次二阶矩法。由于改进的一次二阶矩法克服了均值一次二阶矩法存在的缺点，因而得到了广泛的应用。其主要优点是在基本变量的分布未知时，仅知道其均值与标准差，就可确定可靠性指标 β；而其缺点是，求得的 β 值只有在基本变量服从正态分布且具有线性的极限状态方程时，才是精确的。

作为一种近似方法，当极限状态方程的非线性程度较低，失效曲面接近于平面时，改进的一次二阶矩法还是可以采用的。但实际工程中并不是所有的变量都服从正态分布的，为了解决这个问题，拉克维茨和菲斯勒提出了一种适合非正态分布的求解可靠性指标 β 的方法。该法已被国际结构安全度联合委员会(JCSS) 所采用，故称 JC 法。该方法提供了通过当量正态化方法，把非正态变量转换为正态变量的近似方法。

现有较 JC 法更精确的转正态分布方法(如吴氏法)，在此不做讨论。下面叙述的“三”和“四”节内容均选自文献[2]。

三、机械疲劳强度可靠性

1. 机械零件的无限寿命可靠性设计

利用材料标准试样或零件的 $P-S-N$ 曲线(即概率-应力-寿命曲线，对于非对称循环变应力则为疲劳极限图)，根据给定的条件和要求，将零件设计为始终在无限疲劳寿命区(见图 10－9) 工作，以使该零件有足够长(10^7 次或以上的应力循环) 的寿命设计，称为无限寿命设计。

(1) 按零件的 $P-S-N$ 曲线设计。如果已测得零件的 $P-S-N$ 曲线，如图 10－9 所示，其横轴为应力循环次数(或寿命)，纵轴为疲劳强度和应力水平。若已知零件的疲劳强度分布的概率密度函数 $g(\delta)$ 和应力分布的概率密度函数 $f(s)$，则承受疲劳载荷的零件的可靠度计算，仍然是以应力-强度分布的干涉理论为依据的。

进行无限寿命可靠性设计时，用 N_σ 右侧的水平线部分，取其均值 μ_δ 和标准差 σ_δ 为强度指标，若工作应力 S 的均值 μ_S 和标准差 σ_S 已求得，且当强度与应力均呈正态分布时，则可求出 z 为

$$z = -\frac{\mu_\delta - \mu_S}{\sqrt{\sigma_\delta^2 + \sigma_S^2}}$$



查标准正态分布表，求得失效概率 $\Phi(z)$，进而求得可靠度 R 为

$$R = 1 - \Phi(z) = \Phi(-z) = \Phi\left[\frac{\mu_\delta - \mu_S}{\sqrt{\sigma_\delta^2 + \sigma_S^2}}\right] = \Phi(z_R)$$

即求得零件在无限疲劳寿命下的可靠度。

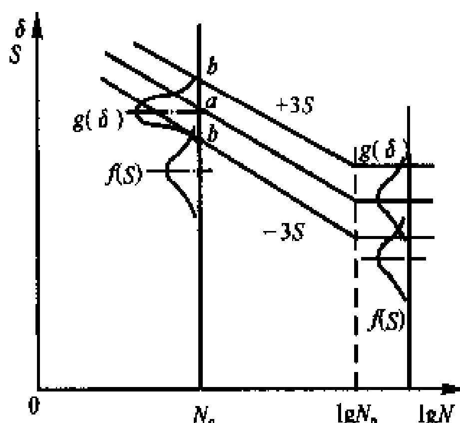


图 10-9 零件的 $P-S-N$ 曲线

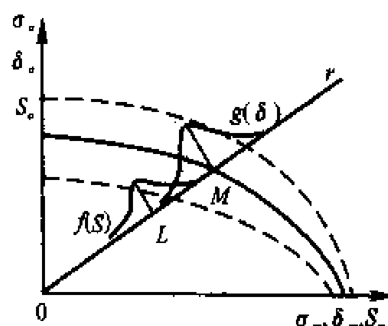


图 10-10 当 $r=$ 常数时的零部件的可靠度计算原理

(2) 按零件的等寿命疲劳极限图设计。受任意应力循环(对称与非对称的)的变应力的疲劳强度可靠性设计，可利用等寿命疲劳极限图进行。

当工作应力不对称系数 r 变化时，应力与强度分布均为三维的图形，且表现为正态分布曲面。强度分布与应力分布的相互干涉部分，给出了零件在随机应力下的破坏概率。由 1 减去这个破坏概率，即为该零件的可靠度值。但由于 r 不是某一确定常数，故可靠度的计算非常复杂。

当不对称系数 r 为确定常数时，这时可在疲劳极限图上画一条过原点的 r 值直线。将求得的 r 值下的强度分布与应力分布画到该直线处(见图 10-10)。这两种分布的干涉部分即为零件的破坏概率。也就是说，在静强度可靠性设计中所依据的应力-强度分布干涉理论，同样是疲劳强度可靠性设计的依据。所不同的是，在这里首先要找出零件的危险点以及该点处在 r 为给定值下的疲劳极限分布。

当不对称系数 r 为某确定值时，利用该零件的疲劳极限图，如图 10-10 所示，先找出 r 值直线与疲劳极限曲线的交点 M，再根据零件的载荷工况的应力幅值 σ_a 或平均应力 σ_m 找出工作应力点 L。过 M 点的疲劳强度分布的均值 μ_δ 和标准差 σ_δ，过 L 点的应力分布的均值 μ_S 和标准差 σ_S，可以由疲劳极限图求出。如果它们均呈正态分布，则根据干涉理论，即可求出疲劳载荷下零件的可靠度值，计算方法同前。

2. 机械零件的有限寿命可靠性设计与寿命预测

许多机械产品和机械设备，例如各种重型机械、矿山机械、工程机械和起重运输机械等，其中不少零件虽然承受着重负荷，但工作循环次数却较少，在其整个使用期内也达不到其材料疲



劳极限的循环基数(约 10^7 次循环)。另有某些零件,在其使用期内的工作循环次数,虽然会达到这一基数或以上,但为了整个结构设计的合理布置,或为了减小结构尺寸及重量,充分利用材料以及提高零件的承载能力,常采用有限寿命设计,但配合以合理的维修制度和更换零件的方法,以确保这些零件的工作可靠性。例如,机械产品中广泛采用的滚动轴承,就是按循环次数为 10^6 次、可靠度为 90% 条件下的承载能力而进行设计和选用的。

做有限寿命设计时,在指定寿命 $\lg N_e$ 处取疲劳强度的均值与标准差,如图 10-10 所示中 a,b 点的值,再与已求得的工作应力分布的均值、标准差按应力-强度分布干涉理论计算可靠度。如果应力分布与强度分布均服从正态分布,则易求解。在有限寿命疲劳强度可靠性设计中,一般取 $N = 10^3 \sim 10^6$ 次。

(1) 等幅变应力作用下零件的疲劳寿命与可靠度。承受对称或不对称循环的等幅变应力的机械零件的疲劳寿命,其分布函数常符合对数正态分布或威布尔分布。

疲劳寿命服从对数正态分布的情况如下:

在对称循环等幅变应力作用下的零件或试件,其疲劳寿命达到破坏的循环次数 N 时,通常服从对数正态分布,或者说 $\ln N$ 服从正态分布。则其概率密度函数为

$$f(N) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln N-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

式中,μ,σ 分别称为对数均值和对数标准差,即为 $\ln N$ 的均值和标准差。令

$$z = \frac{\ln N-\mu}{\sigma}$$

则零件在使用寿命即工作循环次数达 N_1 时的失效概率或对数正态分布的分布函数为

$$F(N) = P(N \leqslant N_1) = P(\ln N \leqslant \ln N_1) =$$

$$\int_{-\infty}^{\ln N_1}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln N-\mu}{\sigma}\right)^2\right]\mathrm{d}\ln N$$

$$\Phi(z) = \Phi\left(\frac{\ln N-\mu}{\sigma}\right)$$

由此得可靠度为

$$R(N_1) = 1-\Phi(z_1) = 1-\Phi\left(\frac{\ln N-\mu}{\sigma}\right) \tag{10-53}$$

(2) 滚动轴承的疲劳寿命与可靠度。滚动轴承在等幅变应力作用下,其接触疲劳寿命近似地服从二参数威布尔分布,其失效概率为

$$F(N) = P(t \leqslant N) = 1-\exp\left[-\left(\frac{N}{N_a}\right)^m\right]$$

式中,循环次数 N 通常以 10^6 次为单位,因此,轴承寿命常表示为 $L = N/10^6$,换算成以小时为单位时,则为

$$L_h = \frac{10^6 L}{60n} \tag{10-54}$$

式中,n 为轴承的每分钟转数,单位为 r/min。

在工程实践中,滚动轴承均按可靠度为 90% 时的额定寿命 L_{10} 作为依据。因可靠度为

$$R(N_{90}) = 1 - F(N_{90}) = \exp\left[-\left(\frac{N_{90}}{N_a}\right)^m\right] \tag{10-55}$$

故得额定寿命为

$$L_{10} = N_{90} = N_a\left[\ln\frac{1}{R(N_{90})}\right]^{1/m} \tag{10-56}$$

同理,可靠度为任意给定值 R 时的轴承寿命为

$$L_{(1-R)} = N_R = N_a\left[\ln\frac{1}{R(N_R)}\right]^{1/m}$$

将上式两边与式(10-56)两边分别相比,则得

$$L_{1-R} = \left[\frac{\ln\dfrac{1}{R(N_R)}}{\ln\dfrac{1}{R(N_{90})}}\right]^{1/m} \cdot L_{10} = \left[\frac{\ln R(N_R)}{\ln 0.9}\right]^{1/m} \cdot L_{10}$$

令

$$L_{(1-R)} = \alpha_1 L_{10} \tag{10-57}$$

式中,α_1 为滚动轴承寿命可靠性因数,其计算式为

$$\alpha_1 = \left[\frac{\ln R(N_R)}{\ln 0.9}\right]^{1/m} \tag{10-58}$$

m 为威布尔分布的形状参数。大量的统计资料表明,对于球轴承,$m = 10/9$;对于滚子轴承,$m = 3/2$;对于圆锥滚子轴承,$m = 4/3$。

表 10-2 给出了几组常用的滚动轴承的寿命可靠性因数 α_1。

表 10-2　滚动轴承的寿命可靠性因数 α_1 值

$R(N_R)/(\%)$	50	80	85	90	95	97	99
$L_{(1-R)}$	L_{50}	L_{20}	L_{15}	L_{10}	L_5	L_3	L_1
球轴承	5.45	1.96	1.48	1.00	0.52	0.33	0.12
圆柱滚子轴承	3.51	1.65	1.34	1.00	0.62	0.44	0.21
圆锥滚子轴承	4.11	1.76	1.38	1.00	0.58	0.39	0.17

注:有些文献给出当 $R(N_R) \geqslant 95\%$ 时的 α_1 值,另外两种轴承与圆柱滚子轴承的相应值相同。

在实际设计中选轴承时,常常是给定在一定可靠度条件下的轴承寿命 $L_{(1-R)}$,而要求确定其所对应的额定寿命 L_{10} 值,即求



$$L_{10} = \frac{1}{\alpha} L_{(1-R)} \tag{10-59}$$

然后从轴承手册或目录中选择其额定寿命值大于由上式确定的 L_{10} 值即可。

在轴承设计中，根据疲劳寿命曲线导出的轴承动载荷与其寿命之间的关系为

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^{\varepsilon} \tag{10-60}$$

式中，C 为额定动载荷(N)；P 为当量动载荷(N)；ε 为疲劳寿命指数，对球轴承，$\varepsilon = 3$，对滚子轴承，$\varepsilon = 10/3$。

考虑到对不同的可靠度、不同的轴承材料和润滑条件，上式修正为

$$L_{(1-R)} = \alpha_1\alpha_2\alpha_3\left(\frac{C}{P}\right)^{\varepsilon} \tag{10-61}$$

式中，α_1 为寿命可靠性因数，见表 10-2；α_2 为材料因数，对于普通轴承钢，$\alpha_2 = 1$；α_3 为润滑因数，一般情况下，取 $\alpha_3 = 1$。

当多数情况下，当 $\alpha_2 = \alpha_3 = 1$ 时，式(10-61) 可写为

$$C = \alpha^{-1/\varepsilon} P L_{(1-R)}^{1/\varepsilon} = KPL_{(1-R)}^{1/\varepsilon} \tag{10-62}$$

式中，K 为额定动载荷可靠性因数，其计算式为

$$K = \alpha_1^{-1/\varepsilon} = \left[\frac{\ln 0.9}{\ln R(N)}\right]^{1/m\varepsilon} \tag{10-63}$$

其中的指数 $1/m\varepsilon$，球轴承取 3/10，滚子轴承取 1/5，圆锥滚子轴承取 9/40。表 10-3 列出了几组常用的滚动轴承的额定动载荷可靠性因数 K 值。

表 10-3　滚动轴承的额定动载荷可靠性因数 K 值

$R(N_R)/(\%)$	50	80	85	90	95	97	99
$L_{(1-R)}$	L_{50}	L_{20}	L_{15}	L_{10}	L_5	L_3	L_1
球轴承	0.5683	0.7984	0.8781	1.000	1.241	1.451	2.204
圆柱滚子轴承	0.6861	0.8606	0.9170	1.000	1.155	1.282	1.600
圆锥滚子轴承	0.6545	0.8446	0.9071	1.000	1.176	1.322	1.697

注：有些文献给出当 $R(N_R) \geqslant 95\%$ 时的 K 值，另外两种轴承与圆柱滚子轴承的相应值相同。

当已知给定可靠度下的轴承寿命 $L_{(1-R)}$ 时，则可由式(10-62) 确定相应的额定动载荷 C 值，然后再根据 C 值选择轴承。

例 10.7　某单列向心短圆柱滚子油承，受径向力 $F_r = 6$ kN 作用。求在 $R(N) = 95\%$，$L_5 = 7\ 000$ h；$R(N) = 80\%$，$L_{20} = 7\ 000$ h 两种情况下所对应的额定动载荷 C 值和选用的轴承型号。

解 按式(10-62)并查表10-3,当 $R(N)=95\%$ 时,$K=1.155$;当 $R(N)=80\%$ 时,$K=0.8606$。又已知 $P=F_r=6$ kN,$L_5=L_{20}=7000$ h。分别代入式(10-62),得

$$C=1.155\times6\times7\ 000^{3/10}\ \text{kN}=98.688\ \text{kN},\text{选用2310轴承;}$$

$$C=0.860\ 6\times6\times7\ 000^{3/10}\ \text{kN}=73.533\ \text{kN},\text{选用2309轴承。}$$

(3) 非稳定变应力作用下零件的疲劳寿命。在每次循环中,应力幅值 σ_a、平均应力 σ_m 或周期 T 之一发生变化的循环应力,称为非稳定变应力。如果经过一定的循环次数后又重复原来的应力变化规律,这种变应力称为规律性的非稳定变应力。否则,为非规律性的非稳定变应力,称为随机应力。

对于承受随机载荷(应力)的零件,在疲劳设计时,首先应搞清楚零件的疲劳危险点的位置,以及在随机载荷作用下危险点处的应力-时间历程,这可通过实测法得到。然后通过适当的计数方法,将它在整个应力-时间历程内出现的峰值载荷的频数加以确定,画出应力(载荷)累积频数分布曲线。如果把这种由样本所测得的分布曲线扩展到 10^6 次循环,即可得到相当于疲劳极限寿命时的分布曲线。有了这种扩展的应力累积频数分布图,就可以把它分成若干级(一般为8级),即用一阶梯形曲线来近似它,形成程序加载谱。可作为疲劳试验和疲劳寿命估计的依据。当然,在绘制实测应力累积频数分布图时忽略了应力的先后次序对疲劳的影响。特别是当应力级数增加时,则应力前后次序的影响会减小。一般认为8级阶梯应力试验程序就足以代表连续的应力-时间历程。

对于规律性的非稳定变应力,进行这种应力谱的疲劳强度的计算,可利用迈纳(Miner)线性累积损伤理论及对其修正的理论,预测疲劳寿命。

1) 迈纳线性累积损伤理论。当零件承受非稳定变应力时,可采用迈纳疲劳累积损伤理论来估计零件的疲劳寿命。这一理论认为:在试样受载过程中,每一载荷循环都损耗试样一定的有效寿命分量;又认为疲劳损伤与试样中所吸收的功成正比,这个功与应力作用的循环次数和在该应力值下达到破坏的循环次数之比成比例;此外,还认为试样达到破坏时的总损伤量(总功)是一个常数;低于疲劳极限 S_r 以下的应力不再造成损伤;假设损伤与载荷的作用次序无关;最后认为,当各循环应力产生的所有损伤分量相加为1时,试件就发生疲劳破坏。归纳起来有以下的基本关系式:

$$d_1+d_2+\cdots+d_k=\sum_{i=1}^{k}d_i=D$$

$$\frac{d_i}{D}=\frac{n_i}{N_i}$$

或

$$d_i=\frac{n_i}{N_i}D$$

$$\frac{n_1}{N_1}D+\frac{n_2}{N_2}D+\cdots+\frac{n_k}{N_k}D=D$$

因此,有



$$\frac{n_1}{N_1}+\frac{n_2}{N_2}+\cdots+\frac{n_k}{N_k}=\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{N_i}=1 \tag{10-64}$$

式中，d_i 为损伤分量或耗损的疲劳寿命分量；D 为总累积损伤量（总功）；n_i 为试样在应力水平为 S_i 的作用下的工作循环次数；N_i 为在该材料的 $S-N$ 曲线上对应于应力水平 S_i 的破坏循环次数。

式(10-64)称为迈纳定理。大量的试验数据统计表明，试样达到破坏时的实际总累积损伤量 D 值约为 $0.61 \sim 1.45$。它不仅与载荷幅值有关，而且与加载次序关系更大。此外，迈纳理论未考虑低于疲劳极限 S_r 以下应力的损伤分量，因而有一定的局限性。但由于公式简单，且 D 作为一个随机变量而言其数学期望为 1.0，因此，这还是一个比较好的估计疲劳寿命的手段，广泛用于有限寿命设计中。

设 N_L 为零件在非稳定变应力作用下的疲劳寿命，令

$$\alpha_i=\frac{n_i}{\sum_{i=1}^{k}n_i}=\frac{n_i}{N_L}$$

即为第 i 个应力水平 S_i 的作用下的工作循环次数 n_i 与各个应力水平下的总的循环次数 $\sum_{i=1}^{k}n_i=N_L$ 之比。则

$$n_1=\alpha_1 N_L,\ n_2=\alpha_2 N_L,\ \cdots,\ n_k=\alpha_k N_L$$

代入式(10-64)，得

$$N_L\sum_{i=1}^{k}\frac{\alpha_i}{N_i}=1 \tag{10-65}$$

又设 N_1 为最大应力水平 S_1 的作用下材料的破坏循环次数，则按材料疲劳曲线 $S-N$ 的函数关系，有

$$\frac{N_1}{N_i}=\left(\frac{S_i}{S_1}\right)^m$$

代入式(10-65)，得按迈纳理论估计疲劳寿命的计算公式为

$$N_L=\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{\alpha_i}{N_i}}=\frac{N_1}{\sum_{i=1}^{k}\alpha_i\left(\frac{S_i}{S_1}\right)^m} \tag{10-66}$$

计算时，如果 S_i 与 N_i 的对应值是由 $S-N$ 曲线求得，则 N_L 为可靠度 $R=50\%$ 时的疲劳寿命；如果是按 $P-S-N$ 曲线中的某一存活率 P_i 值的曲线得出，则 N_L 为可靠度 $R=P_i$ 时的疲劳寿命。

2) 修正的线性累积损伤理论。由于迈纳理论未考虑不同应力水平的相互影响和低于疲劳极限以下的应力的损伤作用，因此有人对其进行了修正。其中应用较多的一种修正的线性累积损伤理论是柯特-多兰(Corten-Dolan)提出的。柯特-多兰理论是以最大循环应力作用下所产



生的损伤核数目与疲劳裂纹的扩展速率为依据，从而推导出多级载荷作用下估计疲劳寿命的计算公式为

$$N_L = \frac{N_1}{\sum_{i=1}^{k} \alpha_i \left(\frac{S_i}{S_1}\right)^d} \tag{10-67}$$

式(10-67)与式(10-66)非常相似，因此可以认为，柯特-多兰理论是对应于另一种形式疲劳曲线的迈纳理论。如图10-11所示，这种形式的疲劳曲线是从最高应力点(S_1，N_1)起向下倾斜的直线，其斜率$d < m$，一般取$d = (0.8 \sim 0.9)m$。因此，当低应力损伤分量占的比重较大时，柯特-多兰理论估计值相对地较短，这是因为它考虑了疲劳极限以下的应力损伤的作用，比较符合实际。

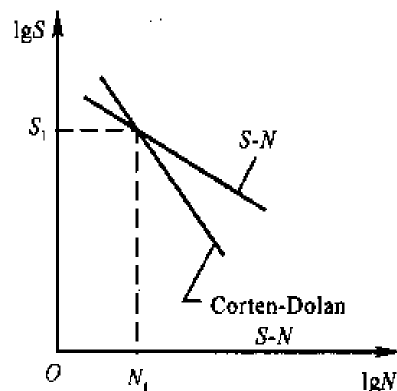


图 10-11　柯特-多兰(Corten-Dolan)疲劳曲线

例10.8　某零件受非稳定变应力作用，表10-4为其应力谱统计分析结果。如该表所示，9级应力水平中最大的一级为$S_1 = 2\ 000$ MPa，其在相应的疲劳曲线上达到破坏的循环次数为6.0×10^4次。设已知零件疲劳曲线的斜率$m = 5.8$，疲劳极限$S_r = 1\ 000$ MPa，试用迈纳法和柯特-多兰法估计该零件的疲劳寿命，并比较之。

表10-4　例10.8计算用统计数据

应力的实测及统计计算					Miner法	Corten-Dolan法
应力级别 I	应力水平 S_i/MPa	频数 n_i	相对频率 α_i	应力比 S_i/S_1	$\alpha_i\left(\frac{S_i}{S_1}\right)^{5.8}$	$\alpha_i\left(\frac{S_i}{S_1}\right)^{4.93}$
1	2 000	1	0.000 4	1.000	0.000 40	0.000 40
2	1 800	4	0.001 6	0.900	0.000 87	0.000 95
3	1 600	12	0.004 8	0.800	0.001 32	0.001 60
4	1 400	53	0.021 2	0.700	0.002 68	0.003 65
5	1 100	130	0.052 0	0.550	0.001 62	0.002 73
6	900	260	0.104 0	0.450	0.001 01	0.002 03
7	590	480	0.192 0	0.295	0.000 16	0.000 47
8	355	760	0.304 0	0.177 5	0.000 01	0.000 06
9	120	800	0.320 0	0.060 0		
	$\sum$	2 500	1.000 0		0.008 07	0.011 89
$N_1 = 6.0\times10^4$次循环，疲劳极限$S_r = 1\ 000$ MPa						



解　根据表 10－4 的数据及计算结果解答如下：

方法一：用迈纳法估计零件的疲劳寿命。

由于第 6 级以下的各应力水平均低于疲劳极限，故按迈纳理论，可以忽略。现由表 10－4 取数据，并按式(10－66) 估计疲劳寿命为

$$N_L = \frac{N_1}{\sum_{i=1}^{k} \alpha_i \left(\frac{S_i}{S_1}\right)^m} = \frac{6.0 \times 10^4}{\sum_{i=1}^{5} \alpha_i \left(\frac{S_i}{S_1}\right)^{5.8}} = \frac{6.0 \times 10^4}{0.006\ 89} = 0.871 \times 10^7 \text{次}$$

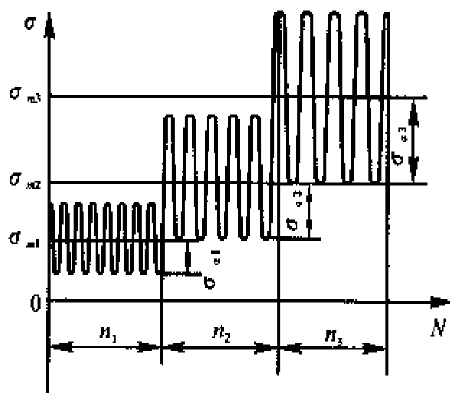
方法二：用柯特-多兰法估计零件的疲劳寿命。

取柯特-多兰疲劳曲线的斜率 $d = 0.85, m = 4.93$，并由表 10－4 已算得的数据按式(10－67) 估计疲劳寿命为

$$N_L = \frac{N_1}{\sum_{i=1}^{k} \alpha_i \left(\frac{S_i}{S_1}\right)^d} = \frac{6.0 \times 10^4}{\sum_{i=1}^{9} \alpha_i \left(\frac{S_i}{S_1}\right)^{4.93}} = \frac{6.0 \times 10^4}{0.011\ 89} = 0.505 \times 10^7 \text{次}$$

由于零件在低应力水平作用下的循环次数多，柯特-多兰法计入了这些低于疲劳极限的应力的损伤作用，因此计算得到的疲劳寿命是用迈纳法得到的疲劳寿命的 58%(0.505/0.871 × 100% = 58%)，所以用此法将更为安全。

(4) 疲劳强度可靠性设计的递推法。在工程实际中，有些零部件承受阶梯性载荷，例如轧钢机等。图 10－12 给出了一种典型的阶梯性载荷情况。其中，第一个阶梯的载荷，其应力幅值为 σ_{a1}，平均应力为 σ_{m1}，工作循环次数为 n_1；以后各级的分别为 $\sigma_{a2}, \sigma_{m2}, n_2, \cdots$。各级载荷的不对称系数 $r = \sigma_{min}/\sigma_{max}$ 可能相同，也可能不同。若 r 相同，就可直接应用给定 r 值的 $S-N$ 曲线；若 r 不同，则应转化为等效应力后再应用相应的 $S-N$ 曲线。



10－12　阶梯性载荷顺序加载

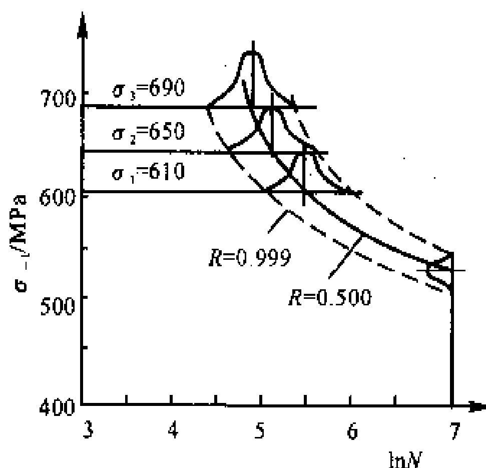


图 10－13　40CrNiMoA 钢 $r = -1, \alpha_\sigma = 1$ 的 P-S-N 曲线

以累积损伤理论为基础的迈纳理论，可以推广到疲劳强度可靠性设计中。这时 $S-N$ 曲线是一条分布带，如图 10-13 所示，该图是 40CrNiMoA 钢的光滑试样($\alpha_\sigma=1$) 以对称应力循环进行试验而得到的。图中所示为可靠度 $R=0.999$ 的应力寿命曲线，相应的标准正态分布变量 z 可由标准正态分布表查得，为 $z=-3.091$，而 $z_R=-z=3.091$，将 z_R 代入

$$\sigma_{r(R)}=\sigma_r-z_R s_{\sigma_r}$$

可求得给定应力水平与给定可靠度下的疲劳极限点的位置。

反之，如已知给定应力 σ_i 水平上的一点的位置，即可根据该点与对数寿命正态分布均值之间的距离来计算出该点所对应的可靠度 R 值。当然，这里的在给定应力水平 σ_i 下得到的寿命 N_i(循环数) 本身不是正态分布，取其自然对数后才是正态分布。

要把迈纳理论推广到 $P-S-N$ 曲线上，必须注意损伤的等效概念。例如，如图 10-13 所示，当应力为 $\sigma_1=610$ MPa 进行工作循环 n_1 次后，在图上即可找出一点，该点位置对应一个标准正态分布变量 z。当转入下一级应力 $\sigma_2=650$ MPa 上进行工作时，则必须将前一级应力 σ_1 运行 n_1 次所引起的疲劳累积损伤用迈纳法转化为在 σ_2 水平下造成的等效损伤所对应的寿命 n_{1e}，且将 n_{1e} 并入到第二级应力 σ_2 的工作循环 n_2 中去，求得经过两级应力循环后，在 σ_2 应力水平线上的点所在的位置及其相应的 z。再转入第三级应力 $\sigma_3=690$ MPa 上进行工作，再将前两级应力所造成的累积损伤转化为在 σ_3 水平下造成的等效损伤所对应的寿命 $n_{1,2e}$，并将 $n_{1,2e}$ 归到第三级应力 σ_3 的工作循环 n_3 中去。与 n_3 相加，得到总的循环次数。求得经过三级应力循环后在 σ_3 应力水平线上的点的位置及其相应的 z_R 值后，就可得到可靠度 R 值，此 R 值即为该零部件寿命的可靠度。上面所介绍的就是疲劳强度可靠性设计的递推法，下面用数学式表示其具体计算过程。

设 $n_1,n_2,\cdots$ 表示应力水平 $\sigma_1,\sigma_2,\cdots$ 的工作循环次数；$\overline{N}_1,\overline{N}_2,\cdots$ 表示相应条件下的对数寿命均值；$s_1,s_2,\cdots$ 表示相应的对数寿命正态分布的标准差；n_{1e} 表示 σ_1 经 n_1 后所造成的疲劳损伤等效于下一级应力 σ_2 的循环数；$n_{1,2e}$ 表示经 σ_1,σ_2 两级应力后所造成的累积疲劳损伤等效于第三级应力 σ_3 的循环数；$n_{1,3e}$ 表示经 $\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$ 三级应力的累积疲劳损伤等效于第四级应力 σ_4 的循环数；依此类推，直到最后一级应力。计算步骤如下：

1) 计算 z_1：

$$z_1=\frac{\ln n_1-\overline{N}_1}{s_1} \tag{10-68}$$

2) 计算 n_{1e}：

$$n_{1e}=\ln^{-1}(\overline{N}_2+z_1 s_2) \tag{10-69}$$

3) 计算 z_2：

$$z_2=\frac{\ln^{-1}(n_{1e}+n_2)-\overline{N}_2}{s_2} \tag{10-70}$$

4) 计算 $n_{1,2e}$：



$$n_{1,2e}=\ln(\overline{N}_3+z_2s_3) \tag{10-71}$$

5）计算 z_3：

$$z_3=\frac{\ln(n_{1,2e}+n_3)-\overline{N}_3}{s_3} \tag{10-72}$$

6）按上述方法与步骤继续进行，直至完成全部应力的工作循环次数。

7）由最后一级求得 z_n，查标准正态分布表中的 $z=z_n$ 并使 $z_{R_n}=-z_n$，即可得到该零部件的可靠度 R。

在利用本方法计算多级变应力作用的零件在给定寿命（各级应力的循环次数）下的可靠度时，所用的 $P-S-N$ 曲线，应是考虑了有效应力集中因数 K_σ，尺寸因数 ε 和表面加工因数 β 后的 $P-S-N$ 曲线。如果给出的 $P-S-N$ 曲线是用标准光滑试样试验得到的，则本法中所用的各级应力，均应是名义应力乘上因数 K_σ，ε，β。

例 10.9　某转轴受三级等幅变应力作用，应力水平、循环次数及该轴材料的疲劳性能数据见表 10-5。求该轴在这三级应力下工作了 $n=n_1+n_2+n_3=10\ 000+6\ 500+3\ 000=19\ 500$ 次循环时的可靠度。

表 10-5　例 10.9 的给定数据

级　别 I	应力水平 σ_i/MPa	循环次数 n_i/次	疲劳破坏循环次数按对数正态分布的特征值	
			对数寿命均值 $\overline{N}_i$	对数寿命标准差 s_i
1	500	10 000	11.200	0.208
2	600	6 500	10.000	0.204
3	700	3 000	9.300	0.200

解　根据表 10-5 的有关数据，计算如下：

$$z_1=\frac{\ln n_1-\overline{N}_1}{s_1}=\frac{\ln 10\ 000-11.200}{0.208}=-9.565\ 7$$

$$n_{1e}=\ln^{-1}(\overline{N}_2+z_1s_2)=\ln^{-1}(10.000-9.565\ 7\times 0.204)=\ln^{-1}8.048\ 6=3\ 130$$

$$z_2=\frac{\ln(n_{1e}+n_2)-\overline{N}_2}{s_2}=\frac{\ln(3\ 130+6\ 500)-10.000}{0.204}=-4.055\ 7$$

$$n_{1,2e}=\ln^{-1}(\overline{N}_3+z_2s_3)=\ln^{-1}(9.300-4.055\ 7\times 0.200)=\ln^{-1}8.488\ 9=4\ 861$$

$$z_3=\frac{\ln(n_{1,2e}+n_3)-\overline{N}_3}{s_3}=\frac{\ln(4\ 861+3\ 000)-9.300}{0.200}=-1.652$$

$$R=\int_{-1.652}^{\infty}f(z)\mathrm{d}z=1-\phi(-1.652)=1-0.049\ 27=0.950\ 7=95.07\%$$

即该轴在给定的三级载荷下总寿命的可靠度为 95.07%。

（5）疲劳强度设计中的安全因数。常规疲劳设计用的 $S-N$ 曲线是可靠度 $R=0.5$ 的应力

寿命曲线。考虑到疲劳强度和工作应力的分散性，在常规设计中引入了一个大于 1 的安全因数，定义为

$$n=\frac{\text{强度均值}}{\text{应力均值}}=\frac{\mu_\delta}{\mu_S}$$

由于推荐的安全因数是经验值，考虑到疲劳强度可靠性设计，对于疲劳强度分布为正态分布的情况，有

$$z_R=-z=\frac{\mu_\delta-\mu_S}{\sqrt{\sigma_\delta^2+\sigma_S^2}}$$

因为 $n=\frac{\mu_\delta}{\mu_S}$，得 $\mu_S=\frac{\mu_\delta}{n}$，因此求出在规定可靠度下的安全因数为

$$n=\frac{\mu_\delta}{\mu_\delta-z_R\sqrt{\sigma_\delta^2+\sigma_S^2}} \tag{10-73}$$

例 10.10 某轴的疲劳极限分布为正态分布，已知 $\mu_\delta=26.00\ \mathrm{MPa}$，$\sigma_\delta=2.700\ \mathrm{MPa}$，求当可靠度 $R=0.999$ 时该轴的安全因数 n。

解 该轴工作应力的标准差 σ_S 是疲劳极限标准差的 2/3，即

$$\sigma_S=\frac{2}{3}\sigma_\delta=\frac{2}{3}\times 2.700=1.8\ \mathrm{MPa}$$

当 $R=0.999$ 时，查标准正态分布表，得 $z_R=-z=3.091$，则

$$n=\frac{\mu_\delta}{\mu_\delta-z_R\sqrt{\sigma_\delta^2+\sigma_S^2}}=\frac{26.00}{26.00-3.091\sqrt{2.7^2+1.8^2}}=1.628$$

即在给定可靠度 $R=0.999$ 时，所要求的安全因数 $n\geqslant 1.628$。

四、机械摩擦零件的可靠性分析方法

1. 磨损的基本规律和磨损寿命线图

在机器与机构的报废零件中，由于磨损而引起失效的比重很大。因此，提高机械零件摩擦表面的耐磨性，对延长其使用寿命有很大作用。耐磨性已成为考核机械设备和机构的可靠性与耐久性的重要指标，

影响机械零件摩擦表面的耐磨性的因素很多，例如两个摩擦体材料的物理、化学特性及摩擦副的匹配；摩擦表面的机械特性、结构特点及粗糙度，摩擦副的工况（载荷、速度）；外部摩擦条件（周围介质、润滑条件、温度及环境清洁度）等。因此，这方面的通用数据较难取得。考虑从各种影响因素中寻找磨损量和时间的变化规律或依据磨损机理建立物理、化学和机械特性参数的精确、通用的函数关系，都是极其复杂的。但从大量的工程实践和规定条件下的实验中不难发现磨损量随时间变化的基本规律或典型过程，如图 10－14 所示。在跑合磨损阶段，由于新零件摩擦表面机械加工所形成的波峰极易磨去，磨损速度 u 会从开始很高而后迅速下降，因此，磨损量 w 随时间变化的曲线在这段时间是向下弯曲的。跑合期完成时，波峰基本磨平，磨



损速度保持稳定而进入稳定磨损阶段，磨损量 w 与时间 t 呈线性关系。当磨损量超过允许值时，摩擦副的摩擦表面间产生过大间隙，引起工作条件恶化，磨损速度和磨损量都会明显加快和增大，从而进入剧烈磨损阶段。这种非正常的磨损不仅与摩擦副的工作时间过久有关，而且有时也与磨损形式的改变有关。例如，由于有磨料滞留而呈磨料磨损。当摩擦表面达到剧烈磨损阶段时，零件就会因失去规定的精度、达不到工作性能要求而失效。

不正常的磨损过程有时也会发生在当许多影响磨损的不利因素组合在一起时，使磨损速度曲线呈单调上升趋势，而分不出上述第二和第三阶段。这种不正常的磨损过程会迅速导致零件报废，应设法找出原因加以排除。

就机器及其磨损过程而言，希望尽早由跑合阶段进入稳定磨损阶段，而且只有稳定磨损阶段的磨损才是稳定的和具有规律性的。因此，对于零件摩擦表面的耐磨性及其寿命的计算，应以稳定磨损阶段的参数及其特征值为依据。磨损量与时间的线性关系是稳定磨损阶段的典型磨损过程，可表示为

$$w = ut \tag{10-74}$$

式中，w 为线性磨损量，是沿摩擦面垂直方向测量的表面尺寸的减小量（μm）；u 为磨损速度，为单位时间内的线性磨损量（μm/h）；t 为磨损时间（h）。

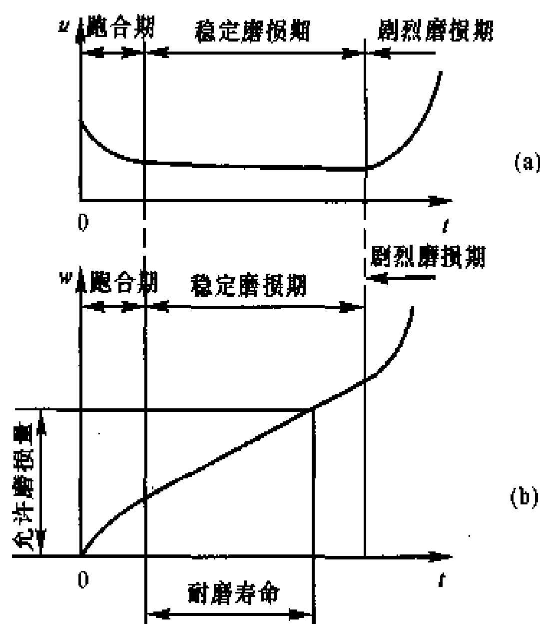


图 10-14　磨损速度 u 和磨损量 w 与时间的关系

若考虑跑合阶段的磨损量 w_1，则有

$$w = w_1 + ut \tag{10-75}$$

一般情况下，零件的磨损速度 u 与载荷即摩擦表面的单位压力 p，摩擦表面的相对滑动速度 v，摩擦表面材料的性态及加工、处理情况和润滑情况（以磨损因数 k 表征）以及工作时间 t 有关，可表达为

$$u = kp^m v^n \tag{10-76}$$

式中，$m = 0.5 \sim 3$，对于一般磨料磨损，取 $m = 1$；n 对于多数摩擦副可取为 1；当摩擦副及其工作条件给定时，k 为定值。

显然，u, p, v 均具有分散性，属于随机变量，且 p 与 v 相互独立。当它们均符合正态分布时，可求得磨损速度 u 的均值 $\bar{u}$ 及标准差 s_u，即

$$\bar{u} = k\bar{p}^m \bar{v}^n \tag{10-77}$$

$$s_u = \bar{u}\sqrt{\left(\frac{ms_p}{\bar{p}}\right)^2 + \left(\frac{ns_v}{\bar{v}}\right)^2} \tag{10-78}$$

变异因数为

$$c_u = \frac{s_u}{\bar{u}} = \sqrt{\left(\frac{ms_p}{\bar{p}}\right)^2 + \left(\frac{ns_v}{\bar{v}}\right)^2} \tag{10-79}$$

式中，$\bar{p}$，$\bar{v}$ 和 s_p，s_v 分别为摩擦表面的单位面积压力 p、相对滑动速度 v 的均值和标准差。

在给定工作寿命 t 的条件下，当 $\bar{u}$，s_u 已知时，则可按式(10-74)求得磨损量 w 的均值 $\bar{w}$ 及标准差 s_w 为

$$\left.\begin{aligned} \bar{w} &= \bar{u}t \\ s_w &= s_u t \end{aligned}\right\} \tag{10-80}$$

例 10.11 某摩擦副，其失效形式为磨料磨损，摩擦表面单位面积压力 $p = 204.5$ MPa，相对滑动速度 $v = 1 \pm 0.2$ m/s，运转 200 h 时测得的正常磨损量为 8 μm，已知载荷谱等有关随机变量均为正态分布，试计算磨损速度 u 及 4 000 h 内的磨损量 w。

解 按已知条件，可求出磨损速度 u 的均值及压力 p，滑动速度 v 的均值与标准差为

$$\bar{u} = \frac{8}{200} = 0.04\ \mu\text{m/h}$$

$$\bar{p} = 20\ \text{MPa}, \quad s_p = \frac{4.5}{3} = 1.5\ \text{MPa}$$

$$\bar{v} = 1\ \text{m/s}, \quad s_v = \frac{0.2}{3} = 0.066\ 67\ \text{m/s}$$

对于磨料磨损，一般取 $m = 1$，$n = 1$，由式(10-78)得

$$s_u = \bar{u}\sqrt{\left(\frac{ms_p}{\bar{p}}\right)^2 + \left(\frac{ns_v}{\bar{v}}\right)^2} =$$

$$0.04\sqrt{\left(\frac{1.5}{20}\right)^2 + \left(\frac{0.066\ 67}{1}\right)^2} = 0.004\ 0\ \mu\text{m/h}$$

运转 4 000 h 时磨损量的均值为

$$\bar{w} = \bar{u}t = 0.04 \times 4\ 000 = 160\ \mu\text{m} = 0.160\ \text{mm}$$

标准差为

$$s_w = s_u t = 0.004\ 0 \times 4\ 000 = 16\ \mu\text{m} = 0.016\ \text{mm}$$

即运转 4 000 h 的磨损量为 $(\bar{w}, s_w) = (0.160, 0.016)$ mm。

机械摩擦副的磨损量和耐磨寿命均为随机变量，都具有一定的分散性，并且随着工作时间的增加，其累积磨损量的分散程度也愈来愈大，如图 10-15 所示的磨损寿命线图。该线图是根据试验所得的磨损数据，经过统计处理而绘制的。绘制磨损寿命线图的试验，需取容量为 n 的一组试件，在模拟实际工作条件下进行试验，当试验到时间 t_i 时，检测各试件的磨损量 w_{i_1}，w_{i_2}，…，w_{i_n}，将这些数据进行统计处理。当磨损量 w 服从正态分布时，则可求出其均值 $\bar{w}_i$ 和标准差 s_{w_i}。这样，令 $i = 1, 2, \cdots, m$，在时间为 $t_1, t_2, \cdots, t_m$ 时检测各试件的磨损量，可得到 $(\bar{w}_1, s_{w_1})$，…，$(\bar{w}_2, s_{w_2})$，即 m 组数据。在坐标纸上各组磨损量数据的均值 $\bar{w}_i (i = 1, 2, \cdots, m)$ 应近似地连成一条直线。当要求更精确些时，可用回归方法确定其回归方程，再用各组数据的标准差



$s_{w_i}(i=1,2,\cdots,m)$，求出下界限的各点：

$$w_{L_i}=\bar{w}_i-3s_{w_i}\quad(i=1,2,\cdots,m)\tag{10-81}$$

及上界限各点：

$$w_{U_i}=\bar{w}_i+3s_{w_i}\quad(i=1,2,\cdots,m)\tag{10-82}$$

给定寿命下磨损量的均值和标准差则分别为

$$\left.\begin{aligned}\bar{w}&=\frac{w_U+w_L}{2}\\ s_w&=\frac{w_U-w_L}{6}\end{aligned}\right\}\tag{10-83}$$

式中，w_U，w_L 为由磨损寿命线图上求得的在给定寿命下的磨损量的上、下界，或由回归方程求得。

磨损寿命线图，也可由一组试件在 $t_1,t_2,\cdots,t_m$ 时测得的各时间下的最大和最小磨损量，作为上、下界点而画出上、下界线的方法来绘制。

在磨损寿命线图上，也可求得在给定磨损量下，磨损寿命的均值 $\bar{t}$ 和标准差 s_t 为

$$\left.\begin{aligned}\bar{t}&=\frac{t_U+t_L}{2}\\ s_t&=\frac{t_U-t_L}{6}\end{aligned}\right\}\tag{10-84}$$

式中，寿命的上、下限 t_U，t_L 可由图或回归方程求得。

2. 给定寿命时零件耐磨性的可靠度计算

若磨损量 w 的分布规律符合正态分布(这已为某些实验研究所证实)，且磨损量分布的均值 $\bar{w}$ 及标准差 s_w 也已求出，则对于已规定极限磨损量 w_{max} 的摩擦副来说，可以计算出其失效概率或可靠度。该计算可利用磨损寿命线图，加画极限磨损量 w_{max} 的水平线后，便可看出给定寿命下的磨损量分布区域与极限磨损量 w_{max} 的水平线发生干涉的情况(见图 10-15)。这类似于应力-强度干涉模型，干涉区域(图中阴影面积)代表失效概率，并可按类似理论与方法，计算给定寿命下零件耐磨性的可靠度。

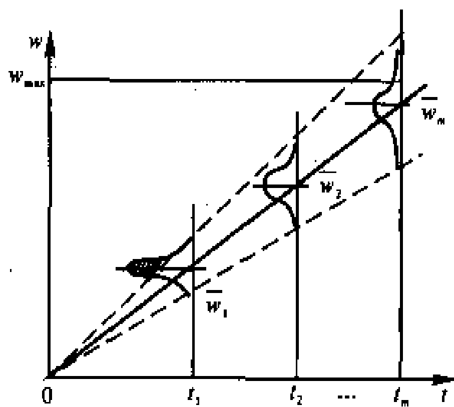


图 10-15　摩擦副的磨损寿命线图

现以滑动轴承为例，说明给定寿命时零件耐磨性的可靠度计算方法。

设轴承与轴的初始配合间隙为 C_0，显然它也是一个具有分散性的随机变量，且符合正态分布，其变化范围取决于配合公差。根据要求，磨损后的最大允许间隙设为 C_{max}，则最大允许磨损量为

$$w_{max}=C_{max}-C_0\tag{10-85}$$

因为 C_0 为符合正态分布的随机变量，而 C_{max} 为常量，故 w_{max} 为符合正态分布的随机变量。

因此 $w_{max}=C_{max}-C_0$ 的均值为 $\bar{w}_{max}=C_{max}-\bar{C}_0$，标准差为 s_{C_0}。

如果已知轴承与轴间最大允许磨损量 $w_{max}=C_{max}-C_0$ 的分布规律，又已知磨损速度 u 的分布规律，则有

$$\left.\begin{aligned} C &= C_0 + ut \\ w &= C - C_0 = ut \end{aligned}\right\} \tag{10-86}$$

式中，u 为磨损速度；t 为工作时间；$w=(C-C_0)$ 为磨损量，C 为磨损后的间隙。

根据式(10-86)可知磨损量 $w=C-C_0=ut$ 的分布规律。这样，如果随机变量 $w_{max}=C_{max}-C_0$ 及随机变量 $w=C-C_0=ut$ 均符合正态分布，则它们的概率密度函数曲线的干涉模型（类似于应力-强度干涉模型）即构成零件耐磨性可靠度计算的理论基础，干涉部分构成失效概率，如图 10-16 所示。

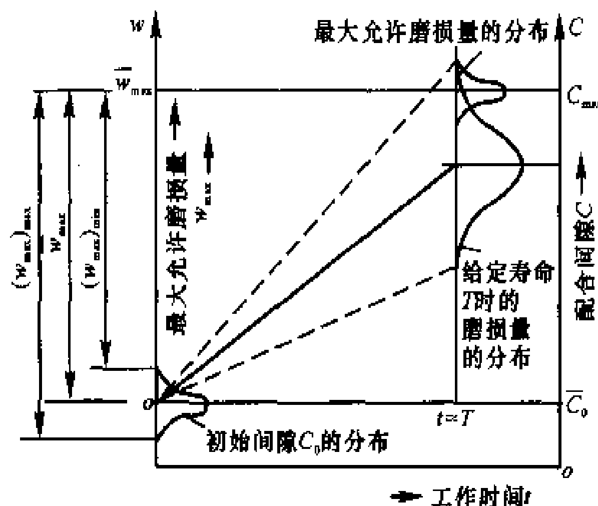


图 10-16 耐磨性可靠度计算的干涉模型

计算时只考虑磨损浴盆曲线中段的稳定磨损阶段。

根据上述计算模型，即磨损量 $w=ut$ 和最大允许磨损量 $w_{max}=C_{max}-C_0$。这两种正态分布的干涉模型，就可求得机械摩擦零件的可靠度。此时，有

$$z=-\frac{\bar{w}_{max}-\bar{w}}{\sqrt{s_{w_{max}}^2+s_w^2}}=\frac{(C_{max}-\bar{C}_0)-\bar{u}T}{\sqrt{s_{C_0}^2+s_u^2T^2}} \tag{10-87}$$

式中，$\bar{w}_{max}$，$\bar{w}$，$s_{w_{max}}$，s_w 分别为最大允许磨损量和给定寿命 T 时的磨损量的均值及标准差；C_{max} 为摩擦副最大允许间隙，是一个常量；C_0 为摩擦副的初始配合间隙，是符合正态分布的随机变量，$\bar{C}_0$ 为其均值；$\bar{u}$ 为磨损速度的均值，$\bar{u}T$ 为给定寿命 T 时的磨损量的均值；s_{C_0} 为摩擦副初始配合间隙 C_0 的标准差；s_u 为摩擦速度 u 的标准差，s_uT 为给定寿命 T 时的磨损量的标准差。

按式(10-87)计算出 z 值后，查标准正态分布表，即可求得机械摩擦零件在给定寿命 T 时的可靠度 R 值为

$$R=\Phi(z_R)=\Phi(-z)=\Phi\left[\frac{C_{max}-\bar{C}_0-\bar{u}T}{\sqrt{s_{C_0}^2+s_u^2T^2}}\right] \tag{10-88}$$

由式(10-88)及图 10-16 可以看出，随着寿命 T 的增长，可靠度 R 值将减小。

3. 给定可靠度时零件耐磨寿命的计算

为了计算寿命 T，可将式(10-88)改写为

$$\Phi^{-1}(R)=\frac{C_{max}-\bar{C}_0-\bar{u}T}{\sqrt{s_{C_0}^2+s_u^2T^2}}=z_R$$

令 $B=C_{max}-\bar{C}_0$，代入上式并整理后得

$$T^2(\bar{u}^2-z_R^2s_u^2)-2B\bar{u}T+(B^2-z_R^2s_{C_0}^2)=0$$



解上式，得

$$T=\frac{B\bar{u}\pm\sqrt{B^2\bar{u}^2-(\bar{u}^2-z_R^2s_u^2)(B^2-z_R^2s_{C_0}^2)}}{\bar{u}^2-z_R^2s_u^2}$$

对上式中分子的后一项取“−”，于是得

$$T=\frac{B\bar{u}}{\bar{u}^2-z_R^2s_u^2}-\sqrt{\left(\frac{B\bar{u}}{\bar{u}^2-z_R^2s_u^2}\right)^2-\frac{B^2-z_R^2s_{C_0}^2}{\bar{u}^2-z_R^2s_u^2}} \tag{10-89}$$

如果磨损速度的标准差 s_u 很小，则 $z_R^2s_u^2\ll\bar{u}^2$。为了简化计算，可忽略上式中的 $z_R^2s_u^2$，于是上式可简化为

$$T\approx\frac{B-z_Rs_{C_0}}{\bar{u}}=\frac{C_{\max}-\bar{C}_0-z_rs_{C_0}}{\bar{u}} \tag{10-90}$$

式中，T 为给定可靠度时的磨损寿命；$B=C_{\max}-\bar{C}_0$；$C_{\max}$ 为磨损后的最大允许间隙；$\bar{C}_0$ 为初始配合间隙的均值；s_{C_0} 为初始配合间隙的标准差；$\bar{u}$ 为磨损速度的均值；s_u 为磨损速度的标准差。

比较式(10-89)与式(10-90)可以发现，由于简化式忽略了 $z_R^2s_u^2$，因此其计算值要比式(10-89)的计算结果略大些。

当可靠度 $R=0.50$ 时，$z_R=0$，于是由式(10-90)可以求得零件磨损的平均寿命为

$$\bar{T}=\frac{B}{\bar{u}}=\frac{C_{\max}-C_0}{\bar{u}} \tag{10-91}$$

例 10.12　对 12 辆同一型号、在同一路段行驶了相同里程和相同时间的汽车制动蹄摩擦片进行磨损测量，测量结果由小到大排列于表 10-6 中，若最大允许磨损量为 $w_{\max}=0.30$ mm，试估计制动蹄摩擦片的可靠度。

表 10-6　例 10.12 的数据

磨损量 /mm	0.105	0.121	0.146	0.160	0.175	0.188
中位秩 /(%)	5.61	13.68	21.75	29.82	37.89	45.96
磨损量 /mm	0.204	0.218	0.231	0.250	0.268	0.285
中位秩 /(%)	54.04	62.11	70.18	78.25	86.32	94.39

解　从参考文献中查中位秩表，得出相应的中位秩，并列入表 10-6 中。

将表 10-6 中的各点描到正态概率坐标纸上，如图 10-17 所示，磨损量 w 服从正态分布。由图可求得磨损量的均值 $\bar{w}\approx0.195$ mm，标准差 $s_w\approx(0.285-0.105)/6=0.03$ mm。

将已知量 $\bar{w}\approx0.195$ mm，　$s_w\approx0.03$ mm，　$\bar{w}_{\max}=0.30$ mm，　$s_{w_{\max}}=0$(因 $\bar{w}_{\max}$ 为常量)代入式(10-105)，得

$$z_R=-z=\frac{\bar{w}_{\max}-\bar{w}}{\sqrt{s_{w_{\max}}^2+s_w^2}}=\frac{0.300-0.195}{\sqrt{0+0.03^2}}=\frac{0.105}{0.03}=3.5$$